<table>
<tr><td colspan="6">高雄市明誠中學 高二(上)平時測驗　　日期：94.09.26</td></tr>
<tr><td rowspan="2">範圍</td><td rowspan="2">1-3,4
向量的內積及其用</td><td>班級</td><td>普二　　班</td><td rowspan="2">姓名</td><td rowspan="2"></td></tr>
<tr><td>座號</td><td></td></tr>
</table>

一、選擇題(每題 10 分)

1. 設在平面上若 $\overrightarrow{OA}=(x，5)$，$\overrightarrow{OB}=(2，3)$，$\overrightarrow{OC}=(8，x)$（$x<0$）且 $A，B，C$ 三點共線，則 x 的值爲(A) -1　(B) -2　(C) -3　(D) -4　(E) -5

【解答】(A)

【詳解】

$\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{OB}-\overrightarrow{OA}=(2-x，-2)$，$\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{OC}-\overrightarrow{OA}=(8-x，x-5)$

$A，B，C$三點共線　$\Leftrightarrow$　$\overrightarrow{AB}\,//\,\overrightarrow{AC}$　$\Leftrightarrow$　$\dfrac{2-x}{8-x}=\dfrac{-2}{x-5}$

$\Rightarrow$　$(2-x)(x-5)=-2(8-x)$　$\Rightarrow$　$x^2-5x-6=0$

$\Rightarrow$　$(x-6)(x+1)=0$　$\Rightarrow$　$x=-1，6$（不合　$\because$　$x<0$）

二、填充題(每題 10 分)

2. 設$O(0，0)$，$A(2，1)$，$B(-1，-2)$，$C(-1，0)$，若

$(x^2-3x+2)\overrightarrow{OA}+(x-1)\overrightarrow{OB}+(x^2-2x+1)\overrightarrow{OC}=\vec{0}$，求$x$之值爲__________。

【解答】1，4

【詳解】

$\overrightarrow{OA}=(2，1)$，$\overrightarrow{OB}=(-1，-2)$，$\overrightarrow{OC}=(-1，0)$

由原式得$\begin{cases}2(x^2-3x+2)-(x-1)-(x^2-2x+1)=0\\(x^2-3x+2)-2(x-1)+0=0\end{cases}$

$\Rightarrow$　$x^2-5x+4=0$　$\Rightarrow$　$(x-4)(x-1)=0$　$\therefore$　$x=1，4$

3. 設$\vec{a}=(1，1)$，$\vec{b}=(2，3)$，$\vec{c}=(-4，-7)$，實數$r，s$使得$\vec{c}=r\vec{a}+s\vec{b}$，則數對$(r，s)=$__。

【解答】$(2，-3)$

【詳解】

$\vec{c}=r\vec{a}+s\vec{b}$　$\Rightarrow$　$(-4，-7)=r(1，1)+s(2，3)=(r+2s，r+3s)$

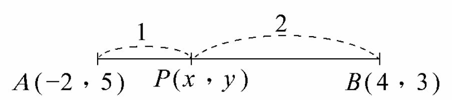
$\begin{cases}r+2s=-4\\r+3s=-7\end{cases}$　$\therefore$　$\begin{cases}r=2\\s=-3\end{cases}$

4. 設$A(-2，5)$，$B(4，3)$，P在直線AB上且$\overline{AP}：\overline{PB}=1：2$，則$P$之坐標爲__________。

【解答】$(0，\dfrac{13}{3})$或$(-8，7)$

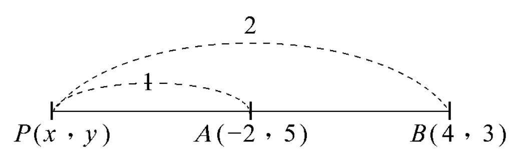
設 $P(x，y)$

①若 P 為內分點，$\overline{AP}$ ：$\overline{PB}$ = 1：2，則 $\begin{cases} x=\dfrac{1\times4+2\times(-2)}{1+2}=0 \\ y=\dfrac{1\times3+2\times5}{1+2}=\dfrac{13}{3} \end{cases}$



②若 P 為外分點，$\overline{AP}$ ：$\overline{PB}$ = 1：2，則 $\overline{AP}$ ：$\overline{AB}$ = 1：1

$$\therefore \begin{cases} x=\dfrac{(-1)\times4+2\times(-2)}{-1+2} \\ y=\dfrac{(-1)\times3+2\times5}{-1+2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=-8 \\ y=7 \end{cases}$$



∴ P 點坐標為 $(0，\dfrac{13}{3})$ 或 $(-8，7)$

5. 在△DEF 中，$D(\dfrac{1}{3}，\dfrac{2}{3})$，$E(\dfrac{11}{3}，\dfrac{4}{3})$，重心 $G(3，3)$，則 F 之坐標為__________。

【解答】(5，7)

【詳解】

$D(\dfrac{1}{3}，\dfrac{2}{3})$，$E(\dfrac{11}{3}，\dfrac{4}{3})$，$F(x，y)$，$G(3，3)$

$$\frac{\frac{1}{3}+\frac{11}{3}+x}{3}=3，\frac{\frac{2}{3}+\frac{4}{3}+y}{3}=3 \Rightarrow F(x，y)=(5，7)$$

6. △ABC 中，$A(2，-8)$，$B(-6，-2)$，$C(6，-5)$，

(1)求△ABC 的重心 G 之坐標為__________。

(2)若∠A 之平分線交 $\overline{BC}$ 於 D，求 D 坐標__________。

(3)若∠A 之外角平分線交直線 BC 於 E，求 E 坐標__________。

【解答】(1) $(\dfrac{2}{3}，-5)$　(2) $(2，-4)$　(3) $(18，-8)$

【詳解】

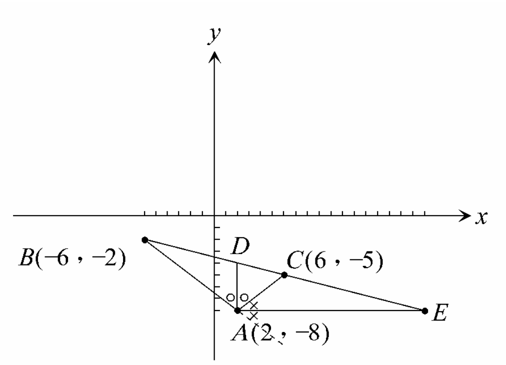
(1)△ABC 的重心 G 之坐標為 $(\dfrac{2-6+6}{3}，\dfrac{-8-2-5}{3})=(\dfrac{2}{3}，-5)$

(2) $\overline{AB}=\sqrt{64+36}=10$，$\overline{AC}=\sqrt{16+9}=5$ ⇒ $\overline{BD}：\overline{DC}=\overline{AB}：\overline{AC}=10：5=2：1$

設 $D(x，y)$ ⇒ $\begin{cases} x=\dfrac{-6+2\cdot6}{1+2}=2 \\ y=\dfrac{-2+2\cdot(-5)}{1+2}=-4 \end{cases}$　∴ $D(2，-4)$

(3) $\overline{AE}$ 為$\angle A$ 的外角平分線 $\Rightarrow$ $\overline{BE}:\overline{CE}=\overline{AB}:\overline{AC}=2:1$

設 $E(x，y)$ $\Rightarrow$ $\begin{cases} x=\dfrac{(-1)\times(-6)+2\cdot 6}{(-1)+2} \\ y=\dfrac{(-1)\times(-2)+2\cdot(-5)}{(-1)+2} \end{cases}$ $\Rightarrow$ $\begin{cases} x=18 \\ y=-8 \end{cases}$ $\therefore$ $E(18，-8)$



7. 若$A(3，2)$，$B(5，-1)$，$C(-1，4)$，已知$2\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{CD}$，則$D$坐標為__________。

【解答】$(3，-2)$

【詳解】

設 $D(x，y)$，則 $2\overrightarrow{AB}=2(2，-3)=(4，-6)$，$\overrightarrow{CD}=(x+1，y-4)$

$2\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{CD}$ $\Rightarrow$ $(4，-6)=(x+1，y-4)$

$\begin{cases} x+1=4 \\ y-4=-6 \end{cases}$ $\Rightarrow$ $\begin{cases} x=3 \\ y=-2 \end{cases}$，即 D 坐標為$(3，-2)$

8. 於$\triangle ABC$ 中，$D\in\overline{AB}$ 且 $\overline{AD}:\overline{DB}=3:2$，$E\in\overline{AC}$ 且 $\overline{AE}:\overline{EC}=2:3$，若$\overline{CD}$與$\overline{BE}$相交於 P，且 $\overrightarrow{AP}=x\overrightarrow{AB}+y\overrightarrow{AC}$，試求 x，y 之值______________。

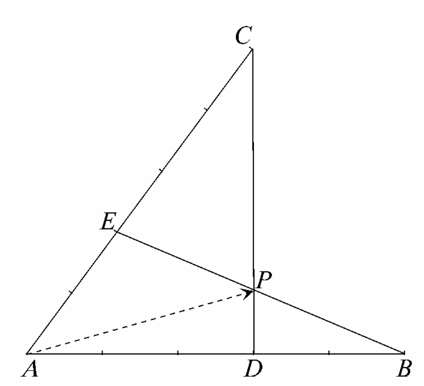
【解答】$x=\dfrac{9}{19}$，$y=\dfrac{4}{19}$

【詳解】

利用孟氏定理：於$\triangle ADC$中 $\because$ E，P，B三點共線

$\Rightarrow$ $\dfrac{\overline{CE}}{\overline{EA}}\times\dfrac{\overline{AB}}{\overline{BD}}\times\dfrac{\overline{DP}}{\overline{PC}}=\dfrac{3}{2}\cdot\dfrac{5}{2}\cdot\dfrac{\overline{DP}}{\overline{PC}}=1$ $\Rightarrow$ $\dfrac{\overline{DP}}{\overline{PC}}=\dfrac{4}{15}$

$\Rightarrow$ $\overrightarrow{AP}=\dfrac{15}{19}\overrightarrow{AD}+\dfrac{4}{19}\overrightarrow{AC}=\dfrac{15}{19}\cdot\dfrac{3}{5}\overrightarrow{AB}+\dfrac{4}{19}\overrightarrow{AC}=\dfrac{9}{19}\overrightarrow{AB}+\dfrac{4}{19}\overrightarrow{AC}$



9. 若$\vec{u}+\vec{v}=(2，3)$且 $3\vec{u}+2\vec{v}=(-1，-2)$，求$\vec{u}=$___________與$\vec{v}=$_____________。

【解答】$\vec{u}=(-5，-8)$，$\vec{v}=(7，11)$

【詳解】

$\begin{cases} \vec{u}+\vec{v}=(2，3)\cdots\cdots ① \\ 3\vec{u}+2\vec{v}=(-1，-2)\cdots\cdots ② \end{cases}$，由② − ① × 2 得$\vec{u}=(-5，-8)$，代入①得$\vec{v}=(7，11)$

10.$\vec{u}=(3，-2)$，$\vec{v}=(1，4)$，$\vec{w}=(-1，-3)$，則$\vec{u}\cdot(2\vec{v}-3\vec{w})=$__________。

【解答】-19

【詳解】

$2\vec{v}-3\vec{w}=2(1，4)-3(-1，-3)=(2，8)-(-3，-9)=(2-(-3)，8-(-9))=(5，17)$

$\vec{u}\cdot(2\vec{v}-3\vec{w})=(3，-2)\cdot(5，17)=3\times5+(-2)\times17=-19$

11. $\overrightarrow{OA}=(3，1)$，$\overrightarrow{OB}=(-1，2)$，$\overrightarrow{OC}\perp\overrightarrow{OB}$，$\overrightarrow{BC}\,//\,\overrightarrow{OA}$ 且 $\overrightarrow{OD}+\overrightarrow{OA}=\overrightarrow{OC}$，則 $\overrightarrow{OD}=$__ 。

【解答】$(11，6)$

【詳解】

設$\overrightarrow{OD}=(x，y)\Rightarrow\ \overrightarrow{OC}=\overrightarrow{OD}+\overrightarrow{OA}=(x+3,\ y+1)$，$\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{OC}-\overrightarrow{OB}=(x+4,\ y-1)$

由$\overrightarrow{OC}\perp\overrightarrow{OB}\quad\Rightarrow\quad(x+3,\ y+1)\cdot(-1，2)=0\quad\Rightarrow\quad -x+2y-1=0$……①

由$\overrightarrow{BC}\,//\,\overrightarrow{OA}\quad\Rightarrow\quad(x+4,\ y-1)\ //\ (3，1)\quad\Rightarrow\quad\dfrac{x+4}{3}=\dfrac{y-1}{1}\Rightarrow x-3y+7=0$……②

由①②$\Rightarrow x=11, y=6$，得$\overrightarrow{OD}=(11，6)$

12.設平面上有三點A，B，C，已知$\overrightarrow{AB}=(4，1)$，$\overrightarrow{AC}=(1，-3)$，則

(1)$\triangle ABC$之周長為__________。　(2) $\triangle ABC$之面積為__________。

【解答】(1)$5+\sqrt{17}+\sqrt{10}$　(2)$\dfrac{13}{2}$

【詳解】

(1) $\overrightarrow{AB}=(4，1)\quad\Rightarrow\quad|\overrightarrow{AB}|=\sqrt{17}$，$\overrightarrow{AC}=(1，-3)\quad\Rightarrow\quad|\overrightarrow{AC}|=\sqrt{10}$

$\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{AB}=(-3，-4)\quad\Rightarrow\quad|\overrightarrow{BC}|=5$

$\therefore$　$\triangle ABC$ 之周長$=|\overrightarrow{AB}|+|\overrightarrow{AC}|+|\overrightarrow{BC}|=5+\sqrt{17}+\sqrt{10}$

(2) $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}=1$

$\triangle ABC$ 之面積 $=\dfrac{1}{2}\sqrt{|\overrightarrow{AB}|^2|\overrightarrow{AC}|^2-(\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC})^2}=\dfrac{1}{2}\sqrt{17\times10-1^2}=\dfrac{13}{2}$

13.坐標平面上三點$A(2，-1)$，$B(-1，3)$，$C(3，2)$，若平面上一點D滿足$\overrightarrow{CD}\,//\,\overrightarrow{AB}$ 且 $\overrightarrow{BD}\perp\overrightarrow{AC}$，求$D$點坐標__________。

【解答】$(\dfrac{10}{3}，\dfrac{14}{9})$

【詳解】

設 D 之坐標為$(x，y)$

$\overrightarrow{CD}=(x-3，y-2)$，$\overrightarrow{AB}=(-3，4)$，$\overrightarrow{BD}=(x+1，y-3)$，$\overrightarrow{AC}=(1，3)$

$\overrightarrow{CD}\,//\,\overrightarrow{AB}\quad\Rightarrow\quad\dfrac{x-3}{-3}=\dfrac{y-2}{4}$，得 $4x+3y=18$……①

$\overrightarrow{BD} \perp \overrightarrow{AC} \quad \Rightarrow \quad (x+1，y-3)\cdot(1，3)=0$，得 $x+3y=8$……②

解①，② $\Rightarrow$ $D(x，y)=(\frac{10}{3}，\frac{14}{9})$

14.設△ABC 爲直角△，已知 $\overrightarrow{AB}=(3，k)$，$\overrightarrow{AC}=(2，1)$，求實數 k 之值爲＿＿＿＿＿＿。

【解答】-1 或 -6

【詳解】

$\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{AC}=(-3，-k)+(2，1)=(-1，1-k)$

當$\angle A=90°$，$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}=0 \quad \Rightarrow \quad (3，k)\cdot(2，1)=0 \quad \Rightarrow \quad k=-6$

當$\angle B=90°$，$\overrightarrow{BA}\cdot\overrightarrow{BC}=0 \Rightarrow (-3，-k)\cdot(-1，1-k)=0 \Rightarrow k^2-k+3=0$（不合，$D<0$）

當$\angle C=90°$時，$\overrightarrow{CA}\cdot\overrightarrow{CB}=0 \quad \Rightarrow \quad (1，k-1)\cdot(-2，-1)=0 \quad \Rightarrow \quad k=-1$

15.設 $\vec{a}=(1，1)$，$\vec{b}=(2，3)$，當 t 之值爲＿＿＿＿＿，$|t\vec{a}+\vec{b}|$ 最小值爲＿＿＿＿＿＿。

【解答】$-\frac{5}{2}$，$\sqrt{\frac{1}{2}}$

【詳解】

$$|t\vec{a}+\vec{b}|=\sqrt{(t+2)^2+(t+3)^2}=\sqrt{2t^2+10t+13}=\sqrt{2(t+\frac{5}{2})^2+\frac{1}{2}}$$

$\therefore$ 當 $t=-\frac{5}{2}$ 時，$|t\vec{a}+\vec{b}|$ 有最小值 $\sqrt{\frac{1}{2}}$

16.設 $\vec{a}=(1，2)$，$\vec{b}=(t，1)$，

(1)若 $(\vec{a}+2\vec{b})\,//\,(2\vec{a}-\vec{b})$，$t$ 之值爲＿＿＿＿＿＿。

(2)若 $(\vec{a}+2\vec{b})\perp(2\vec{a}-\vec{b})$，$t$ 之值爲＿＿＿＿＿＿。

【解答】(1) $\frac{1}{2}$ (2) $\frac{7}{2}$ 或 -2

【詳解】

(1) $\vec{a}+2\vec{b}=(1+2t，4)$，$2\vec{a}-\vec{b}=(2-t，3)$

$(\vec{a}+2\vec{b})\,//\,(2\vec{a}-\vec{b}) \quad \Rightarrow \quad (1+2t):4=(2-t):3 \quad \therefore \quad 8-4t=3+6t \quad \Rightarrow \quad t=\frac{1}{2}$

(2) $(\vec{a}+2\vec{b})\perp(2\vec{a}-\vec{b}) \quad \Rightarrow \quad (\vec{a}+2\vec{b})\cdot(2\vec{a}-\vec{b})=0$

$\therefore \quad (1+2t)(2-t)+4\times 3=0 \quad \Rightarrow \quad (2t-7)(t+2)=0 \quad \Rightarrow \quad t=\frac{7}{2}$ 或 $t=-2$