

高雄市明誠中學 高二(上)平時測驗					日期：94.09.19
範圍	1-2 向量的基本運用	班級	普二 班	姓名	
		座號			

一、選擇題(每題 10 分)

1. xy 平面上， A, B, C 三點不共線，則向量 $\alpha\overrightarrow{AB} + \beta\overrightarrow{AC}$ ($\alpha + \beta = 1, \alpha \geq 0, \beta \geq 0$) 的所有終點之集合為 (A) 一個三角形 (B) 一個三角形區域 (C) 一個平行四邊形 (D) 一個平行四邊形區域 (E) 一線段

【解答】(E)

【詳解】

其圖形為

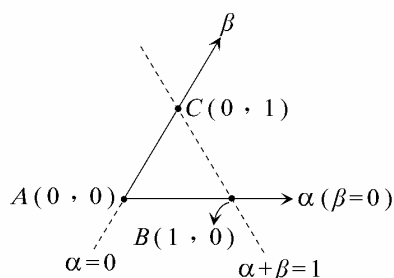
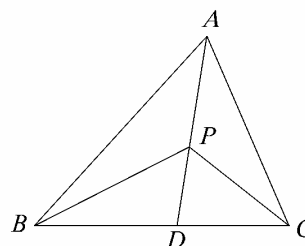


表 \overline{BC} (BC 線段)

2. 如右上圖，已知 $\overrightarrow{AP} = \frac{3}{19}\overrightarrow{AB} + \frac{5}{19}\overrightarrow{AC}$ ，則 $\triangle ABP$ 面積是 $\triangle ACP$ 面積的 (A) $\frac{19}{15}$ (B) 2 (C) $\frac{3}{2}$ (D) $\frac{5}{3}$ (E) $\frac{8}{5}$ 倍



【解答】(D)

【詳解】由 $\overrightarrow{AP} = \frac{3}{19}\overrightarrow{AB} + \frac{5}{19}\overrightarrow{AC} \quad \therefore \frac{3}{19} + \frac{5}{19} < 1 \quad \therefore P, B, C$ 不共線

如圖，令 $\overrightarrow{AD} = t\overrightarrow{AP} = \frac{3t}{19}\overrightarrow{AB} + \frac{5t}{19}\overrightarrow{AC}$

$$\therefore B, D, C \text{ 共線} \quad \therefore \frac{3t}{19} + \frac{5t}{19} = 1 \Rightarrow t = \frac{19}{8}$$

$$\therefore \overrightarrow{AD} = \frac{3}{8}\overrightarrow{AB} + \frac{5}{8}\overrightarrow{AC} \Rightarrow \overline{BD} : \overline{DC} = 5 : 3$$

$$\therefore \triangle ABD : \triangle ACD = 5 : 3, \text{ 又 } \triangle PBD : \triangle PCD = 5 : 3$$

$$\Rightarrow \triangle ABP : \triangle ACP = 5 : 3 = \frac{5}{3}$$

3. 設 $2\overrightarrow{PA} = \alpha\overrightarrow{PB} + \beta\overrightarrow{PC}$ ， $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ ，若 A, B, C 共線，則 $\alpha + \beta$ 之值為 (A) 1 (B) -1 (C) 2 (D) -2 (E) 不能確定

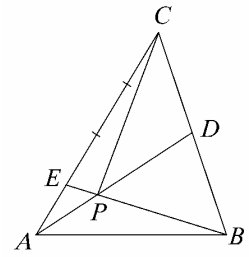
【解答】(C)

【詳解】 $2\overrightarrow{PA} = \alpha\overrightarrow{PB} + \beta\overrightarrow{PC} \Rightarrow \overrightarrow{PA} = \frac{\alpha}{2}\overrightarrow{PB} + \frac{\beta}{2}\overrightarrow{PC}$

$$\therefore A, B, C \text{ 共線} \quad \therefore \frac{\alpha}{2} + \frac{\beta}{2} = 1 \Rightarrow \alpha + \beta = 2$$

二、填充題(每題 10 分)

1. $\triangle ABC$ 中, D 為 \overline{BC} 中點, $E \in \overline{AC}$ 且 $\overline{AE} : \overline{EC} = 1 : 3$, \overline{AD} 交 \overline{BE} 於點 P , 若 $\overline{CP} = x\overline{CA} + y\overline{CB}$, 則數對 $(x, y) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。



【解答】 $(\frac{3}{5}, \frac{1}{5})$

【詳解】

$$\text{由 } \overline{CP} = x\overline{CA} + y\overline{CB} = x(\frac{4}{3}\overline{CE}) + y\overline{CB} \quad \because E, P, B \text{ 共線} \quad \therefore \frac{4}{3}x + y = 1$$

$$\text{由 } \overline{CP} = x\overline{CA} + y\overline{CB} = x\overline{CA} + y(2\overline{CD}) \quad \because A, P, D \text{ 共線} \quad \therefore x + 2y = 1$$

$$\text{由二式解得 } x = \frac{3}{5}, y = \frac{1}{5}$$

2. 設 $\triangle ABC$ 之外心為 O , 外接圓之半徑為 2, 若 $\angle A = 60^\circ$, $\angle B = 45^\circ$, 則 $|\overline{OA} + \overline{OB} - \overline{OC}| = \underline{\hspace{2cm}}$, $\triangle ABC$ 之面積 = $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

【解答】 $2\sqrt{4-\sqrt{3}}, 3+\sqrt{3}$

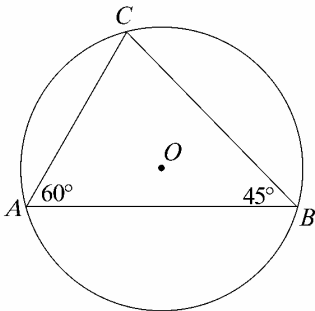
【詳解】

$$\text{由題意: } |\overline{OA}| = |\overline{OB}| = |\overline{OC}| = 2$$

$$\angle A = 60^\circ \Rightarrow \angle BOC = 120^\circ \Rightarrow \overline{OB} \cdot \overline{OC} = 2 \cdot 2 \cdot (-\frac{1}{2}) = -2$$

$$\angle B = 45^\circ \Rightarrow \angle AOC = 90^\circ \Rightarrow \overline{OA} \cdot \overline{OC} = 0$$

$$\angle C = 75^\circ \Rightarrow \angle AOB = 150^\circ \Rightarrow \overline{OA} \cdot \overline{OB} = 2 \cdot 2 \cdot (-\frac{\sqrt{3}}{2}) = -2\sqrt{3}$$



$$(1) |\overline{OA} + \overline{OB} - \overline{OC}|^2$$

$$= |\overline{OA}|^2 + |\overline{OB}|^2 + |\overline{OC}|^2 + 2\overline{OA} \cdot \overline{OB} - 2\overline{OA} \cdot \overline{OC} - 2\overline{OB} \cdot \overline{OC}$$

$$= 4 + 4 + 4 + 2(-2\sqrt{3}) - 0 - 2(-2) = 16 - 4\sqrt{3} = 4(4 - \sqrt{3})$$

$$\therefore |\overline{OA} + \overline{OB} - \overline{OC}| = 2\sqrt{4 - \sqrt{3}}$$

(2) $\triangle ABC$ 為銳角三角形 \Rightarrow 外心 O 在 $\triangle ABC$ 之內部

$$a\triangle OBC = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 2 \cdot \sin 120^\circ = \sqrt{3},$$

$$a_{\triangle OCA} = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 2 \cdot \sin 90^\circ = 2$$

$$a_{\triangle OAB} = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 2 \cdot \sin 150^\circ = 1$$

$$\Rightarrow a_{\triangle ABC} = a_{\triangle OBC} + a_{\triangle OCA} + a_{\triangle OAB} = 3 + \sqrt{3}$$

3. A, B, C 三點, $|\vec{AB}| = 2, |\vec{AC}| = 3$, 若 $|\vec{AB} + \vec{AC}| = 4$, 求 $\triangle ABC$ 的面積_____。

【解答】 $\frac{3\sqrt{15}}{4}$

【詳解】

$$|\vec{AB} + \vec{AC}|^2 = |\vec{AB}|^2 + |\vec{AC}|^2 + 2\vec{AB} \cdot \vec{AC}$$

$$\Rightarrow 4^2 = 2^2 + 3^2 + 2\vec{AB} \cdot \vec{AC} \Rightarrow \vec{AB} \cdot \vec{AC} = \frac{3}{2}$$

$$\triangle ABC \text{ 面積} = \frac{1}{2} \sqrt{|\vec{AB}|^2 |\vec{AC}|^2 - (\vec{AB} \cdot \vec{AC})^2} = \frac{1}{2} \sqrt{4 \times 9 - \left(\frac{3}{2}\right)^2} = \frac{3\sqrt{15}}{4}$$

4. 若 G 是 $\triangle ABC$ 的重心, 且 $\vec{GA} = 3, \vec{GB} = 4, \vec{GC} = 5$, 則 $\vec{GB} \cdot \vec{GC} =$ _____。

【解答】 -16

【詳解】

$$\text{若 } G \text{ 爲 } \triangle ABC \text{ 之重心, 則 } \vec{GA} + \vec{GB} + \vec{GC} = \vec{0} \Rightarrow \vec{GB} + \vec{GC} = -\vec{GA}$$

$$\Rightarrow |\vec{GB} + \vec{GC}|^2 = |-\vec{GA}|^2 \Rightarrow |\vec{GB}|^2 + |\vec{GC}|^2 + 2\vec{GB} \cdot \vec{GC} = |\vec{GA}|^2$$

$$\Rightarrow 4^2 + 5^2 + 2\vec{GB} \cdot \vec{GC} = 3^2 \Rightarrow \vec{GB} \cdot \vec{GC} = -16$$

5. $\triangle ABC$ 中, 已知 $\vec{AB} = 6, \vec{BC} = 7, \vec{AC} = 5$, 則(以下每格 10 分)

(1) $\vec{AB} \cdot \vec{AC} =$ _____。

(2) G 爲 $\triangle ABC$ 之重心, 且 $\vec{AG} = x\vec{AB} + y\vec{AC}$, 則 $(x, y) =$ _____。

(3) I 爲 $\triangle ABC$ 之內心, 且 $\vec{AI} = x\vec{AB} + y\vec{AC}$, 則 $(x, y) =$ _____。

(4) H 爲 $\triangle ABC$ 之垂心, 且 $\vec{AH} = x\vec{AB} + y\vec{AC}$, 則 $(x, y) =$ _____。

(5) T 爲 $\triangle ABC$ 之外心, 且 $\vec{AT} = x\vec{AB} + y\vec{AC}$, 則 $(x, y) =$ _____。

【解答】 (1) 6 (2) $(\frac{1}{3}, \frac{1}{3})$ (3) $(\frac{5}{18}, \frac{6}{18})$ (4) $(\frac{19}{144}, \frac{5}{24})$ (5) $(\frac{125}{288}, \frac{19}{48})$

【詳解】

$$(1) \vec{AB} = 6, \vec{BC} = 7, \vec{AC} = 5 \Rightarrow \vec{AB} \cdot \vec{AC} = \frac{\vec{AB}^2 + \vec{AC}^2 - \vec{BC}^2}{2} = \frac{36 + 25 - 49}{2} = 6$$

$$(2) G \text{ 爲 } \triangle ABC \text{ 之重心} \Rightarrow \vec{AG} = \frac{2}{3}\vec{AD} + \frac{1}{3}\vec{AC}, D \text{ 爲 } \vec{AB} \text{ 之中點}$$

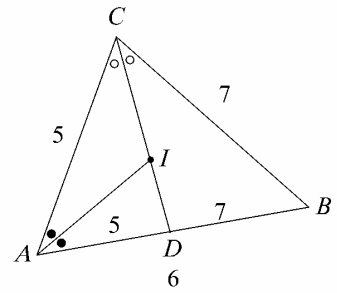
$$\Rightarrow \vec{AG} = \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2}\vec{AB} + \frac{1}{3}\vec{AC} = \frac{1}{3}\vec{AB} + \frac{1}{3}\vec{AC} \therefore x = \frac{1}{3}, y = \frac{1}{3}$$

(3)

$$a=7, b=5, c=6,$$

$$\vec{AI} = \frac{b}{a+b+c} \vec{AB} + \frac{c}{a+b+c} \vec{AC} = \frac{5}{18} \vec{AB} + \frac{6}{18} \vec{AC}$$

$$\therefore x = \frac{5}{18}, y = \frac{6}{18} = \frac{1}{3} \Rightarrow (x, y) = \left(\frac{5}{18}, \frac{1}{3}\right)$$



(4)

$$\text{由(1) } \vec{AB} \cdot \vec{AC} = 6, \text{ 設 } \vec{AH} = x \vec{AB} + y \vec{AC}$$

$$\text{由 } \vec{AH} \cdot \vec{AB} = \vec{AC} \cdot \vec{AB} \Rightarrow \vec{AH} \cdot \vec{AB} = x \cdot |\vec{AB}|^2 + y \vec{AC} \cdot \vec{AB} \Rightarrow 36x + 6y = 6;$$

$$\text{由 } \vec{AH} \cdot \vec{AC} = \vec{AB} \cdot \vec{AC} \Rightarrow \vec{AH} \cdot \vec{AC} = x \cdot \vec{AC} \cdot \vec{AB} + y |\vec{AC}|^2 \Rightarrow 6x + 25y = 6$$

$$\text{解之得 } x = \frac{19}{144}, y = \frac{5}{24}$$

(5)

$$\text{設 } \vec{AT} = x \vec{AB} + y \vec{AC}$$

$$\text{由 } \vec{AT} \cdot \vec{AB} = \frac{1}{2} |\vec{AB}|^2 \Rightarrow \vec{AT} \cdot \vec{AB} = x \cdot |\vec{AB}|^2 + y \vec{AC} \cdot \vec{AB} \Rightarrow 36x + 6y = 18;$$

$$\text{由 } \vec{AT} \cdot \vec{AC} = \frac{1}{2} |\vec{AC}|^2 \Rightarrow \vec{AT} \cdot \vec{AC} = x \cdot \vec{AC} \cdot \vec{AB} + y |\vec{AC}|^2 \Rightarrow 6x + 25y = \frac{25}{2}$$

$$\text{解之得 } x = \frac{125}{288}, y = \frac{19}{48}$$

6. 設 P 在 $\triangle ABC$ 之內部且 $3\vec{PA} + 4\vec{PB} + 5\vec{PC} = \vec{0}$ ，若 $\triangle PAB$ 之面積為 20，則 $\triangle ABC$ 之面積 =

【解答】 48

【詳解】

$$P \in \triangle ABC \text{ 之內部}, 3\vec{PA} + 4\vec{PB} + 5\vec{PC} = \vec{0}$$

$$\Rightarrow \triangle PAB : \triangle PBC : \triangle PCA = 5 : 3 : 4 = 20 : 12 : 16$$

$$\text{又 } \triangle ABC = \triangle PAB + \triangle PBC + \triangle PCA = 48$$

7. 設四邊形 $ABCD$ 中， $P \in \overline{AB}$ 且 $\overline{AP} : \overline{PB} = 2 : 3$ ， $Q \in \overline{CD}$ 且 $\overline{CQ} : \overline{QD} = 3 : 2$ ，則

$$\vec{PQ} = \underline{\hspace{2cm}} \vec{AD} + \underline{\hspace{2cm}} \vec{BC}。$$

【解答】 $\frac{3}{5}, \frac{2}{5}$

【詳解】

$$\vec{PQ} = \vec{PA} + \vec{AD} + \vec{DQ} = \frac{2}{5} \vec{BA} + \vec{AD} + \frac{2}{5} \vec{DC}$$

$$= \frac{2}{5} (\vec{BC} + \vec{CA}) + \vec{AD} + \frac{2}{5} (\vec{DA} + \vec{AC}) = \frac{2}{5} \vec{BC} + \frac{3}{5} \vec{AD}$$

8. G 為 $\triangle ABC$ 之重心，則 $\vec{AG} = \underline{\hspace{2cm}} \vec{AB} + \underline{\hspace{2cm}} \vec{BC}$ 。

【解答】 $\frac{2}{3}, \frac{1}{3}$

【詳解】 G 為 $\triangle ABC$ 之重心 $\Rightarrow \vec{AG} = \frac{1}{3} \vec{AB} + \frac{1}{3} \vec{AC} = \frac{1}{3} \vec{AB} + \frac{1}{3} (\vec{AB} + \vec{BC}) = \frac{2}{3} \vec{AB} + \frac{1}{3} \vec{BC}$

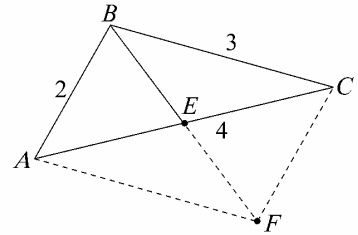
9. 在 $\triangle ABC$ 中， $\overline{AB} = 2, \overline{BC} = 3, \overline{CA} = 4$ 且 \overline{BE} 為 \overline{AC} 上之中線，則 \overline{BE} 之長為 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

【解答】 $\frac{\sqrt{10}}{2}$

【詳解】

中線定理，如圖 $\Rightarrow \overline{AB}^2 + \overline{BC}^2 = 2\overline{BE}^2 + \frac{1}{2} \overline{AC}^2$

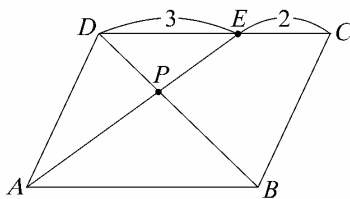
設中線 $\overline{BE} = x \Rightarrow 2^2 + 3^2 = 2x^2 + \frac{1}{2} \times 4^2 \Rightarrow x = \frac{\sqrt{10}}{2}$



10. 平行四邊形 $ABCD$ 中， E 在 \overline{CD} 上，且 $3\overline{CE} = 5\overline{DE}$ ， \overline{AE} 與 \overline{BD} 交於 P 點，若 $\vec{AP} = x\vec{AB} + y\vec{AD}$ ，則實數對 $(x, y) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

【解答】 $(\frac{3}{8}, \frac{5}{8})$

【詳解】



由 $3\overline{CE} = 5\overline{DE}$ ，可知 $\frac{\overline{DE}}{\overline{CD}} = \frac{3}{8} \Rightarrow \frac{\overline{DE}}{\overline{CE}} = \frac{3}{5}$ ，由 $\triangle PDE \sim \triangle PBA \Rightarrow \frac{\overline{DP}}{\overline{PB}} = \frac{\overline{DE}}{\overline{AB}} = \frac{3}{8+3}$

則 $\vec{AP} = \frac{3}{8} \vec{AB} + \frac{5}{8} \vec{AD}$ (由分點公式)，得 $(x, y) = (\frac{3}{8}, \frac{5}{8})$

11. O 為 $\triangle ABC$ 內部一點， $|\vec{OA}| = 3, |\vec{OB}| = 5, |\vec{OC}| = 7$ ，且 $\vec{OA} + \vec{OB} + \vec{OC} = \vec{0}$ ，求

(1) \vec{OA} 與 \vec{OB} 夾角 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。(2) $\triangle ABC$ 面積 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

【解答】 (1) $\frac{\pi}{3}$ (2) $\frac{45\sqrt{3}}{4}$

【詳解】 (1) O 為 $\triangle ABC$ 內部一點，且 $\vec{OA} + \vec{OB} + \vec{OC} = \vec{0}$ ，則 O 為重心，

已知 $|\vec{OA}| = 3, |\vec{OB}| = 5, |\vec{OC}| = 7$

$\vec{OA} + \vec{OB} = -\vec{OC} \Rightarrow |\vec{OA} + \vec{OB}|^2 = |-\vec{OC}|^2 \Rightarrow 9 + 2\vec{OA} \cdot \vec{OB} + 25 = 49 \Rightarrow \vec{OA} \cdot \vec{OB} = \frac{15}{2}$

又 $\vec{OA} \cdot \vec{OB} = |\vec{OA}| \cdot |\vec{OB}| \cos \theta \Rightarrow \frac{15}{2} = 3 \times 5 \times \cos \theta \Rightarrow \cos \theta = \frac{1}{2} \therefore \theta = \frac{\pi}{3}$

$$(2) \sin\theta = \frac{\sqrt{3}}{2} \quad \therefore \triangle ABC \text{面積} = 3\triangle OAB \text{面積} = 3 \times \frac{1}{2} \times 3 \times 5 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{45\sqrt{3}}{4}$$

12. 設 $\triangle ABC$ 中， D, E, F 三點分別在 $\overline{AB}, \overline{BC}, \overline{CA}$ 上， $\overline{AD} = \overline{DB}, \overline{BC} = 4\overline{BE}, \overline{CF} = 2\overline{AF}$

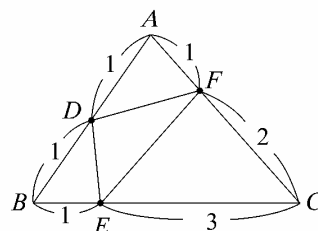
且 G 是 $\triangle DEF$ 的重心，若 $\overrightarrow{AG} = x\overrightarrow{AB} + y\overrightarrow{AC}$ ，則 $(x, y) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

【解答】 $(\frac{5}{12}, \frac{7}{36})$

【詳解】 $\because G$ 為 $\triangle DEF$ 的重心

$$\begin{aligned} \therefore \overrightarrow{AG} &= \frac{1}{3}(\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AE} + \overrightarrow{AF}) \\ &= \frac{1}{3}\left[\left(\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}\right) + \left(\frac{3}{4}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{4}\overrightarrow{AC}\right) + \left(\frac{1}{3}\overrightarrow{AC}\right)\right] \\ &= \frac{1}{3}\left(\frac{5}{4}\overrightarrow{AB} + \frac{7}{12}\overrightarrow{AC}\right) = \frac{5}{12}\overrightarrow{AB} + \frac{7}{36}\overrightarrow{AC} \end{aligned}$$

$$\therefore (x, y) = \left(\frac{5}{12}, \frac{7}{36}\right)$$



13. 若 $\triangle ABC$ 中， $\overline{AB} = 2, \overline{AC} = 3, \overline{BC} = 4$ 且 $\angle A$ 的角平分線 \overline{AD}

交 \overline{BC} 於 D 點，求 $|\overrightarrow{AD}| = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

【解答】 $\frac{3\sqrt{6}}{5}$

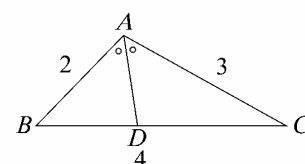
【詳解】

$$\overline{AB} = 2, \overline{AC} = 3, \overline{BC} = 4, \overline{BD} : \overline{DC} = \overline{AB} : \overline{AC} = 2 : 3 \quad \therefore \overrightarrow{AD} = \frac{3}{5}\overrightarrow{AB} + \frac{2}{5}\overrightarrow{AC}$$

$$\Rightarrow |\overrightarrow{AD}|^2 = \frac{1}{25} |3\overrightarrow{AB} + 2\overrightarrow{AC}|^2 = \frac{1}{25} (9|\overrightarrow{AB}|^2 + 12\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} + 4|\overrightarrow{AC}|^2)$$

$$\text{又 } \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = \frac{\overline{AB}^2 + \overline{AC}^2 - \overline{BC}^2}{2} = \frac{4 + 9 - 16}{2 \times 2 \times 3} = -\frac{3}{2}$$

$$\text{故 } |\overrightarrow{AD}|^2 = \frac{1}{25} (9 \times 4 + 12 \times (-\frac{3}{2}) + 4 \times 9) = \frac{54}{25}, \text{ 即 } |\overrightarrow{AD}| = \frac{3\sqrt{6}}{5}$$

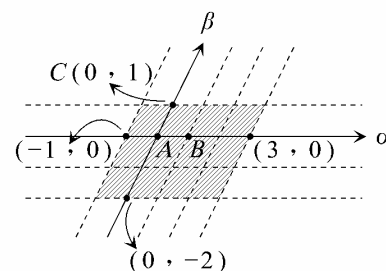


14. $\triangle ABC$ 的面積 = 7，則點集合 $\{P | \overrightarrow{AP} = \alpha\overrightarrow{AB} + \beta\overrightarrow{AC}, -1 \leq \alpha \leq 3, -2 \leq \beta \leq 1\}$ 所表示區域的面積為 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

【解答】168

【詳解】

(1) 點集合 $\{P | \overrightarrow{AP} = \alpha\overrightarrow{AB} + \beta\overrightarrow{AC}, -1 \leq \alpha \leq 3, -2 \leq \beta \leq 1\}$ 的區域為一個平行四邊形，如右圖陰影部份



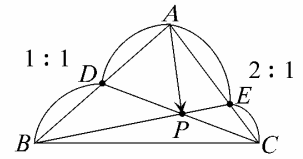
(2) 其面積為 $[3 - (-1)] \times [1 - (-2)] \times (2\triangle ABC) = 24 (\triangle ABC) = 24 \times 7 = 168$

15. $\triangle ABC$ 中， D 是 \overline{AB} 中點， E 點在 \overline{AC} 上，且 $\overline{AE} : \overline{EC} = 2 : 1$ ， \overline{CD} 與 \overline{BE} 交於 P 點，

(1) 設 $\overrightarrow{AP} = x\overrightarrow{AB} + y\overrightarrow{AC}$ ，求數對 $(x, y) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。 (2) 求 $\overline{BP} : \overline{PE} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

【解答】(1) $(\frac{1}{4}, \frac{1}{2})$ (2) $3 : 1$

【詳解】



$$(1) \overrightarrow{AP} = x\overrightarrow{AB} + y\overrightarrow{AC} = x\overrightarrow{AB} + \frac{3}{2}y\overrightarrow{AE} \quad (\because \overline{AE} : \overline{EC} = 2 : 1)$$

$$\because B, P, E \text{ 三點共線} \quad \therefore x + \frac{3}{2}y = 1 \cdots \cdots \textcircled{1}$$

$$\overrightarrow{AP} = x\overrightarrow{AB} + y\overrightarrow{AC} = 2x\overrightarrow{AD} + y\overrightarrow{AC} \quad (\because \overline{AD} : \overline{DB} = 1 : 1)$$

$$\because D, P, C \text{ 三點共線} \quad \therefore 2x + y = 1 \cdots \cdots \textcircled{2}$$

$$\text{由 } \textcircled{1} \textcircled{2} \text{ 得 } (x, y) = (\frac{1}{4}, \frac{1}{2})$$

$$(2) \text{由(1), } \overrightarrow{AP} = \frac{1}{4}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AC} \Rightarrow \overrightarrow{AP} = \frac{1}{4}\overrightarrow{AB} + \frac{3}{4}\overrightarrow{AE}$$

$$\Rightarrow \overline{BP} : \overline{PE} = \frac{1}{4} : \frac{3}{4} = 3 : 1$$