

高雄市明誠中學 高三數學平時測驗		日期：93.10.07	
範圍	數乙 chap1 機率概念	班級	姓名
		座號	姓名

一. 填充題 (每題 10 分)

1. 在單獨一次比賽中，甲、乙兩人各自獲勝之機率分別為 $\frac{3}{5}$ ， $\frac{2}{5}$ ，今在連續 5 回比賽中最先贏得 3 回者為勝，則甲獲勝之機率為_____；乙獲勝的機率為_____。

答案： $\frac{2133}{3125}$ ； $\frac{992}{3125}$

解析：甲獲勝之狀況有以下三種情形：(甲連勝三場)，(甲四戰 3 勝)，(甲 5 戰 3 勝)

$$\text{甲獲勝之機率 } C_3^3 \left(\frac{3}{5}\right)^3 + C_2^3 \left(\frac{3}{5}\right)^2 \cdot \left(\frac{2}{5}\right) \cdot \frac{3}{5} + C_2^4 \left(\frac{3}{5}\right)^2 \cdot \left(\frac{2}{5}\right)^2 \cdot \frac{3}{5} = \frac{2133}{3125}$$

$$\text{乙獲勝的機率為 } 1 - \frac{2133}{3125} = \frac{992}{3125}$$

2. 擲一粒公正特製骰子兩次，骰子六面之點數為 1, 2, 2, 2, 3, 3，則兩次點數和的期望值為_____。

答案： $\frac{13}{3}$

解析：期望值即為平均值 $\frac{1+2+2+2+3+3}{6} \times 2 = \frac{13}{3}$

3. 某對局的人投擲兩枚均勻銅幣，如果出現兩正面則得 5 元，如果出現一正面則可得 2 元，為使此對局無輸贏，當不出現正面時應付莊家_____元。

答案：9

解析：設不出現正面時應付莊家 x 元 $5 \times \frac{1}{4} + 2 \times \frac{1}{2} + x \times \frac{1}{2} = 0 \Rightarrow x = -9$

4. 一人擲三個公正的銅幣，若出現 k 個正面則贏得 $2k-1$ 元 ($k=1, 2, 3$)，若不出現正面則輸 1.5 元，求此人贏錢的期望值為_____元。

答案： $\frac{31}{16}$

解析：若出現 k 個正面則贏得 $2k-1$ 元

出現 1 個正面則贏得 $2 \times 1 - 1 = 1$ 元，發生機率 $\frac{3}{8}$

出現 2 個正面則贏得 $2 \times 2 - 1 = 3$ 元，發生機率 $\frac{3}{8}$

出現 3 個正面則贏得 $2 \times 3 - 1 = 5$ 元，發生機率 $\frac{1}{8}$

此人贏錢的期望值為 $1 \times \frac{3}{8} + 3 \times \frac{3}{8} + 5 \times \frac{1}{8} + (-1.5) \times \frac{1}{8} = \frac{31}{16}$

5. 甲、乙兩人以下棋為賭，已知：甲的棋藝高於乙 2 倍，且每局比賽沒有和局，約定在乙勝三局以前，甲獲勝四局，則甲可獨得賭金 540 元，在甲勝四局之前，乙獲勝三局，則乙可獨得賭金 540 元，現在甲勝兩局，乙勝一局時，比賽因故中止不再比賽，如按機率處理，甲應分得_____元。

答案：400

6. 某甲擲三個公正的銅幣，若出現 k 個正面則可得 $3k-1$ 元 ($k=1, 2, 3$)，若不出現正面則輸 15 元，則某甲贏錢的期望值為_____元。

答案： $\frac{7}{4}$

解析：若出現 k 個正面則贏得 $3k-1$ 元

出現 1 個正面則贏得 $3 \times 1 - 1 = 2$ 元，發生機率 $\frac{3}{8}$

出現 2 個正面則贏得 $3 \times 2 - 1 = 5$ 元，發生機率 $\frac{3}{8}$

出現 3 個正面則贏得 $3 \times 3 - 1 = 8$ 元，發生機率 $\frac{1}{8}$

此人贏錢的期望值為 $2 \times \frac{3}{8} + 5 \times \frac{3}{8} + 8 \times \frac{1}{8} + (-15) \times \frac{1}{8} = \frac{14}{8}$

7. 某醫院伙食團每天以 160 元買魚，第一天魚價每斤 16 元，第二天每斤 20 元，第三天每斤 12 元，則三天平均魚價為_____元。

答案：15.3

8. 數學科的學期成績計算法有：平時、月考、期考的權數分別為 3，4，3，已知某生平時成績 80 分、月考 50 分，若該生希望學期成績在 70 分以上，則期考至少要考_____分。

答案：86.67

9. 當使用一儀器去測量一個高 60 公尺的塔 100 次，所得數據如下表：

測量值	58公尺	59公尺	60公尺	61公尺	62公尺
次數	15	20	30	20	15

根據此數據推測，假如再用此儀器測量該建築物兩次，則兩次測得的算術平均數為 59 公尺的機率為若干？_____

答案：平均數為 59 公尺的情形有下列幾種可能：

兩次測得之值為 59，59；58，60；60，58。

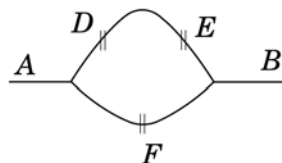
(1) 兩次測得之值為 59，59 的機率為 $\frac{20}{100} \cdot \frac{20}{100} = \frac{4}{100}$ 。

(2) 兩次測得之值為 58，60 的機率為 $\frac{15}{100} \cdot \frac{30}{100} = \frac{45}{1000}$ 。

(3) 兩次測得之值為 60，58 的機率為 $\frac{30}{100} \cdot \frac{15}{100} = \frac{45}{1000}$ 。

由(1)，(2)，(3)兩次測得之平均值為 59 公尺的機率為 $\frac{4}{100} + \frac{45}{1000} + \frac{45}{1000} = \frac{13}{100}$ 。

10 下圖為 A 地至 B 地之道路路線圖，D，E，F 為橋梁，遇豪大雨因溪水暴漲而被沖毀的機率分別為 0.07，0.01，0.03，問遇豪大雨時：



(1) DE 線不通的機率。_____

(2) A，B 兩地道路能通之機率。（算到小數點後第三位，第四位四捨五入）_____

答案：(1)DE 線通的機率為 $(1-0.07) \cdot (1-0.01) = 0.9207$ ，

所以 DE 線不通的機率為 $1-0.9207=0.0793 \doteq 0.079$ 。

(2)M 表 DE 線不通的事件，N 表 F 不通的事件，則 A，B 兩地道路不通之機率
 $=P(M \cap N) = (0.079)(0.03) = 0.00237$ ，

所以 A，B 兩地道路能通之機率 $=1-0.00237=0.99763 \doteq 0.998$ 。

11 雙引擎的螺旋槳飛機，每個引擎在一次飛行中故障的機率為 0.001，因另一引擎故障受影響而故障的機率為 0.1。若飛行中至少一個引擎能正常運轉，則飛機可安全降落，試求在一次飛行中飛機能安全降落之機率。_____

答案：在一次飛行中飛機能安全降落的情形有兩種：

(1)兩個引擎都正常運轉：其機率為 $(1-0.001)^2 = 0.998001$ 。

(2)恰一個引擎正常運轉：其機率為 $C_1^2 (0.001)(0.9) = 0.0018$ 。

由(1)，(2)在一次飛行中飛機能安全降落之機率 $P = 0.998001 + 0.0018 = 0.999801$ 。

12.有一種生物細胞其能生存一小時之機率為 $\frac{4}{5}$ ，屆時如尚能生存即分裂為兩個細胞，試求一細胞出生後經過兩小時其能繁殖為 4 個細胞的機率。_____

答案：一細胞出生後經過兩小時其能繁殖為 4 個細胞，因此第一小時後此細胞必生存下來且繁殖為兩個，其後在第二小時此兩細胞必皆生存且各自繁殖為兩個細胞。

今以 A 表一小時後此細胞必生存下來且繁殖為兩個之事件，

B 表第二小時此兩細胞皆生存且繁殖之事件，則 $P(A) = \frac{4}{5}$ ， $P(B) = (\frac{4}{5})(\frac{4}{5})$ ，

所以，所求 $=P(A \cap B) = (\frac{4}{5})(\frac{4}{5})^2 = \frac{64}{125}$ 。

13.某公司推銷人數與營業利潤關係如下表：

人數	2	4	6	8	12	16
利潤(百萬元)	6	10	12	20	26	34

試求最適直線？ _____

提示：
$$\begin{cases} \sum_{i=1}^n y_i = na + (\sum_{i=1}^n x_i)b \\ \sum_{i=1}^n x_i y_i = \sum_{i=1}^n x_i a + (\sum_{i=1}^n x_i^2)b \end{cases}$$

答案：設最適直線 $L: y = a + bx$ ，

$$\sum_{i=1}^6 x_i = 48, \quad \sum_{i=1}^6 y_i = 108, \quad \sum_{i=1}^6 x_i y_i = 1308, \quad \sum_{i=1}^6 x_i^2 = 520,$$

$$\begin{cases} 108 = 6a + 48b \\ 1308 = 48a + 520b \end{cases} \Rightarrow b = \frac{69}{34}, \quad a = \frac{30}{17}, \quad \text{最適直線 } L: y = \frac{30}{17} + \frac{69}{34}x$$