<table>
<tr><td colspan="6">高雄市明誠中學 高三(上)平時測驗　　日期：93.01.06</td></tr>
<tr><td rowspan="2">範圍</td><td rowspan="2">數學 Book4
Chap1 圓錐曲線
+Ans</td><td>班級</td><td>普三　　班</td><td rowspan="2">姓名</td><td rowspan="2"></td></tr>
<tr><td>座號</td><td></td></tr>
</table>

一、選擇題(每題 10 分)

1.以$F(0，1)$為焦點，以$L：y = -1$ 為準線的拋物線的方程式為何？

(A) $y^2 = 4x$　(B) $y^2 = -4x$　(C) $x^2 = 4y$　(D) $x^2 = -4y$　(E) $y = x^2$

【解答】(C)

【詳解】焦點$F(0，1)$，準線$L：y = -1$　$\Rightarrow$　對稱軸方程式為$x = 0$

$4|c| = 4\times 1 = 4$，頂點$(0，0)$，由標準式得拋物線方程式為$x^2 = 4y$

2.已知雙曲線$\dfrac{x^2}{9}-\dfrac{y^2}{16}=1$上一點 P 到其中一焦點 F 的距離為 4，那麼 P 到另一焦點 F'的距離是多少？(A) 2　(B) 4　(C) 6　(D) 10　(E) 12

【解答】(D)

【詳解】

雙曲線$\dfrac{x^2}{9}-\dfrac{y^2}{16}=1$　$\Rightarrow$　$a^2 = 9$　$\Rightarrow$　$a = 3$，由雙曲線定義 $|\overline{PF}-\overline{PF'}| = 2a$

$\Rightarrow$　$|4-\overline{PF'}| = 2\times 3 = 6$　$\Rightarrow$　$4-\overline{PF'} = \pm 6$

$\Rightarrow$　$\overline{PF'} = 10$ 或 -2（不合）　$\therefore$　$\overline{PF'} = 10$

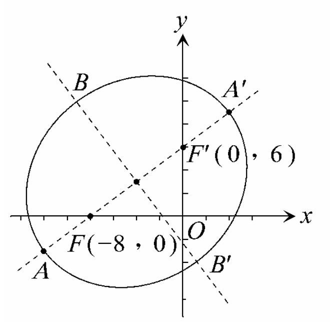
3.有關方程式$\sqrt{(x+8)^2+y^2}+\sqrt{x^2+(y-6)^2}=20$之圖形，下列敘述何者為真？(複選)

(A)圖形是中心在$(-4，3)$之橢圓　(B)短軸所在之直線斜率為$\dfrac{3}{4}$

(C)圖形不與坐標軸成對稱　(D)短軸之長為$5\sqrt{3}$　(E)原點在圖形的內部

【解答】(A)(C)(E)

【詳解】



方程式$\sqrt{(x+8)^2+y^2}+\sqrt{x^2+(y-6)^2}=20$之圖形為一橢圓

焦點為 $F(-8，0)$，$F'(0，6)$，長軸長 $2a = 20$　$\Rightarrow$　$a = 10$，

中心為$\overline{FF'}$之中點$(-4，3)$，$2c = \overline{FF'} = \sqrt{64+36} = 10$

$\Rightarrow$　$c = 5$，$b = \sqrt{a^2-c^2} = \sqrt{100-25} = 5\sqrt{3}$

$\Rightarrow$　短軸長 $2b = 10\sqrt{3}$，長軸在直線 FF'：$3x-4y+24 = 0$ 上

短軸所在之直線斜率為 $-\dfrac{4}{3}$，且圖形不與坐標軸成對稱，又原點$(0，0)$代入方程式中$\sqrt{(0+8)^2+0^2}+\sqrt{0^2+(0-6)^2} = 14 < 20$

$\therefore$　原點在圖形的內部，應選(A)(C)(E)

4.坐標平面上，下列敘述何者為真？(複選)

(A) $\sqrt{(x-1)^2+y^2}+\sqrt{(x+3)^2+y^2}=6$之圖形為橢圓

(B) $|\sqrt{(x-1)^2+y^2}-\sqrt{(x+3)^2+y^2}|=3$之圖形為雙曲線

(C) $|2x+3| = \sqrt{(x+3)^2+y^2}$之圖形為拋物線

(D) $\sqrt{(x+3)^2+y^2}=\sqrt{(x-3)^2+y^2}$ 之圖形為一直線

(E) $|2x-y+3|=|x-2y+5|$ 之圖形為二直線

【解答】(A)(B)(D)

【詳解】

(A) $|\sqrt{(x-1)^2+y^2}+\sqrt{(x+3)^2+y^2}|=6>4=\sqrt{[1-(-3)]^2+(0-0)^2}$

為兩焦點是(1，0)，(－3，0)的橢圓

(B) $|\sqrt{(x-1)^2+y^2}-\sqrt{(x+3)^2+y^2}|=3<4=\sqrt{[1-(-3)]^2+(0-0)^2}$

為兩焦點是(1，0)，(－3，0)的雙曲線

(C)原式平方得$(2x+3)^2=(x+3)^2+y^2 \quad \Rightarrow \quad (x+1)^2-\dfrac{y^2}{3}=1 \quad \therefore$ 圖形為一雙曲線

(D)原式平方得$(x+3)^2+y^2=(x-3)^2+y^2 \quad \Rightarrow x=0 \quad \therefore$ 圖形為$x=0$（y軸），是一直線

(E)原式平方得$(2x-y+3)^2=(x-2y+5)^2 \Rightarrow (x-\dfrac{1}{3})^2-(y-\dfrac{7}{3})^2=\dfrac{32}{3}$ $\therefore$圖形為一雙曲線

二、填充題(每題 10 分)

5.已知一橢圓過點(－1，$\dfrac{\sqrt{3}}{2}$)，且兩焦點為($\sqrt{3}$，0)，(－$\sqrt{3}$，0)，則此橢圓的方程式為___，正焦弦長 ＝__________。

【解答】$\dfrac{x^2}{4}+\dfrac{y^2}{1}=1$；1

【詳解】

橢圓兩焦點為($\sqrt{3}$，0)，(－$\sqrt{3}$，0)，其中點(0，0)就是橢圓中心

設此橢圓方程式為$\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1$，又點(－1，$\dfrac{\sqrt{3}}{2}$)在橢圓上$a^2-b^2=3$ 且 $\dfrac{1}{a^2}+\dfrac{3}{4b^2}=1$，因此$\begin{cases} a^2=b^2+3 \\ 4b^2+3a^2=4a^2b^2 \end{cases}$，可得 $4b^2+3(b^2+3)=4(b^2+3)b^2$

即 $4b^4+5b^2-9=0$，可得$b^2=1$，$a^2=4$，橢圓方程式$\dfrac{x^2}{4}+\dfrac{y^2}{1}=1$，正焦弦長$\dfrac{2b^2}{a}=\dfrac{2}{2}=1$

6.短軸長$2\sqrt{3}$且與橢圓$\dfrac{x^2}{4}+y^2=1$共焦點之橢圓方程式為__________。

【解答】$\dfrac{x^2}{6}+\dfrac{y^2}{3}=1$

【詳解】

與$\dfrac{x^2}{4}+\dfrac{y^2}{1}=1$共焦點之橢圓，設為$\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1$，則$a^2-b^2=c^2=4-1=3$

短軸長 $2b=2\sqrt{3} \quad \Rightarrow \quad b=\sqrt{3} \quad \therefore \quad a^2=b^2+3=6$，故所求為$\dfrac{x^2}{6}+\dfrac{y^2}{3}=1$

7.若一橢圓的兩焦點在(1，3)，(1，－5)，正焦弦之長為$\dfrac{20}{3}$，則橢圓之方程式為__________。

【解答】$\dfrac{(x-1)^2}{20}+\dfrac{(y+1)^2}{36}=1$

【詳解】

已知焦點$F(1，3)$，$F'(1，-5)$，則中心為$(1，-1)$，$c=4$

設橢圓方程式為$\dfrac{(x-1)^2}{b^2}+\dfrac{(y+1)^2}{a^2}=1$（$a>b>0$）　$\Rightarrow$　$\begin{cases} b^2=a^2-16 \cdots\cdots ① \\ \dfrac{2b^2}{a}=\dfrac{20}{3} \quad \cdots\cdots ② \end{cases}$

由①代入②知，$3a^2-10a-48=0$　$\Rightarrow$　$(3a+8)(a-6)=0$　$\Rightarrow$　$a=6$ 或$a=-\dfrac{8}{3}$（不合）

$\therefore$　$a=6$　$\Rightarrow$　$b^2=20$，故橢圓之方程式為$\dfrac{(x-1)^2}{20}+\dfrac{(y+1)^2}{36}=1$

8.以$(0，2)$，$(6，2)$為兩焦點，10 為長軸長的橢圓方程式為＿＿＿＿＿，此橢圓在短軸上的兩頂點坐標分別為＿＿＿＿＿與＿＿＿＿＿。

【解答】$\dfrac{(x-3)^2}{25}+\dfrac{(y-2)^2}{16}=1$；$(3，6)$；$(3，-2)$

【詳解】

$F_1(0，2)$，$F_2(6，2)$　$\Rightarrow$　$\overline{F_1F_2}=2c=6$　$\therefore$　$c=3$ 且為橫式的橢圓

中心$(\dfrac{0+6}{2}，\dfrac{2+2}{2})=(3，2)$，$2a=10$　$\Rightarrow$　$a=5$　$\therefore$　$b=\sqrt{a^2-c^2}=4$

$\therefore$　$\dfrac{(x-3)^2}{25}+\dfrac{(y-2)^2}{16}=1$，短軸頂點$(3，2\pm4)$，即$(3，6)$，$(3，-2)$

9.設H：$\dfrac{x^2}{16-t}+\dfrac{y^2}{t+2}=1$（$t\in R$）表兩焦點在$y$軸之橢圓，則$t$值範圍為＿＿＿＿＿。

【解答】$7<t<16$

【詳解】

所求為 y 方向的直橢圓　$\Rightarrow$　$\begin{cases} 16-t>0 \\ t+2>0 \\ 16-t<t+2 \end{cases}$　$\Rightarrow$　$7<t<16$

10.橢圓短軸兩端點坐標為$(-1，1)$，$(3，1)$，正焦弦長$\dfrac{8}{3}$，則橢圓方程式為＿＿＿＿＿。

【解答】$\dfrac{(x-1)^2}{4}+\dfrac{(y-1)^2}{9}=1$

【詳解】

短軸端點$(-1，1)$，$(3，1)$　$\Rightarrow$　短軸在直線 $y=1$ 上，而中心$(1，1)$$\therefore$長軸在 $x=1$ 上

又 $2b=3-(-1)=4$　$\Rightarrow$　$b=2$，正焦弦長$\dfrac{2b^2}{a}=\dfrac{8}{3}$　$\Rightarrow$　$\dfrac{8}{a}=\dfrac{8}{3}$　$\Rightarrow$　$a=3$

故橢圓方程式為$\dfrac{(x-1)^2}{4}+\dfrac{(y-1)^2}{9}=1$

11.若有一動點$P(x，y)$到$A(3，4)$，$B(3，12)$兩點距離的和恆為 10，則$P(x，y)$點的圖形軌跡為＿＿＿＿＿（拋物線、雙曲線…），此圖形方程式為＿＿＿＿＿＿＿，正焦弦長＿＿＿＿＿。

【解答】(1)橢圓　(2)$\dfrac{(x-3)^2}{9}+\dfrac{(y-8)^2}{25}=1$　(3)$\dfrac{18}{5}$

【詳解】動點 $P(x，y)$ 到 $A(3，4)$，$B(3，12)$兩點距離的和恆爲 10

由橢圓的定義知：此動點的圖形軌跡爲橢圓

中心$(3，\dfrac{4+12}{2}) = (3，8)$，得$c = 4$，$2a = 10$，$a = 5 \quad \Rightarrow \quad b = 3$

$\therefore$ 橢圓方程式爲$\dfrac{(x-3)^2}{9} + \dfrac{(y-8)^2}{25} = 1$，正焦弦長 $= \dfrac{2b^2}{a} = \dfrac{18}{5}$

12.已知一雙曲線方程式爲 $|\sqrt{(x-4)^2+(y+2)^2} - \sqrt{(x+6)^2+(y+2)^2}| = 8$，則此雙曲線的貫軸長 $=$＿＿＿＿，貫軸上頂點坐標＿＿＿＿＿＿，漸近線方程式＿＿＿＿＿＿，共軛雙曲線方程式＿＿＿＿＿＿。若有一橢圓與上述雙曲線共焦點且長軸 12，則此橢圓方程式爲＿＿＿＿＿＿。

【解答】(1) 8　(2) $(3，-2)$與$(-5，-2)$　(3) $3x+4y+11=0$ 及 $3x-4y-5=0$

(4) $\dfrac{(y+2)^2}{9} - \dfrac{(x+1)^2}{16} = 1$　(5) $\dfrac{(x+1)^2}{36} + \dfrac{(y+2)^2}{11} = 1$

【詳解】

雙曲線方程式：$|\sqrt{(x-4)^2+(y+2)^2} - \sqrt{(x+6)^2+(y+2)^2}| = 8$

兩焦點$F(4，-2)$，$F'(-6，-2)$，中心$(\dfrac{4-6}{2}，-2) = (-1，-2)$

貫軸長 $= 2a = 8 \quad \Rightarrow \quad a = 4$，$c = -1-(-6) = 5 \quad \therefore \quad b = 3$

貫軸頂點坐標爲$(-1+4，-2)$與$(-1-4，-2)$，即$(3，-2)$與$(-5，-2)$

雙曲線標準式爲$\dfrac{(x+1)^2}{16} - \dfrac{(y+2)^2}{9} = 1 \quad \Rightarrow \quad$ 漸近線$\dfrac{(x+1)^2}{16} - \dfrac{(y+2)^2}{9} = 0$

$\Rightarrow \quad \dfrac{x+1}{4} \pm \dfrac{y+2}{3} = 0 \quad \Rightarrow \quad 3x+4y+11=0$ 及 $3x-4y-5=0$

其共軛雙曲線方程式$\dfrac{(y+2)^2}{9} - \dfrac{(x+1)^2}{16} = 1$

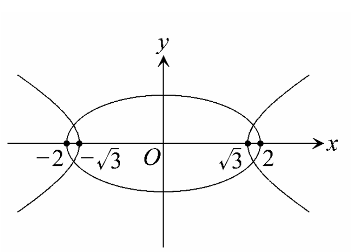
另一橢圓焦點$(4，-2)$，$(-6，-2)$，中心$(-1，-2)$，$c = 5$，$2a = 12$，$a = 6$

$\Rightarrow \quad b^2 = a^2 - c^2 = 36 - 25 = 11 \quad \therefore$ 此橢圓方程式爲$\dfrac{(x+1)^2}{36} + \dfrac{(y+2)^2}{11} = 1$

13.以橢圓$x^2+4y^2 = 4$ 的焦點爲頂點，以其頂點爲焦點的雙曲線方程式爲＿＿＿＿＿。

【解答】$x^2 - 3y^2 = 3$

【詳解】



橢圓$x^2+4y^2 = 4 \quad \Rightarrow \quad \dfrac{x^2}{4} + y^2 = 1$ 之頂點$(2，0)$，$(-2，0)$，

焦點$(\sqrt{3}，0)$，$(-\sqrt{3}，0)$

雙曲線之頂點$(\sqrt{3}，0)$，$(-\sqrt{3}，0)$，焦點$(2，0)$，$(-2，0)$

設雙曲線方程式爲$\dfrac{x^2}{a^2} - \dfrac{y^2}{b^2} = 1$，則$a = \sqrt{3}$，$c = 2$，而$b^2 = c^2 - a^2 = 1$，故所求$\dfrac{x^2}{3} - y^2 = 1$

14.直線 $2x + y = 3$ 與雙曲線$x^2 - y^2 = 1$ 交於兩點P，Q，則 $\overline{PQ}$ 中點坐標爲＿＿＿＿＿，又 $\overline{PQ}$ 之長 $=$＿＿＿＿＿。

【解答】$(2，-1)$，$\dfrac{2}{3}\sqrt{30}$

【詳解】設$P(x_1，y_1)$，$Q(x_2，y_2)$，$\begin{cases} y=3-2x \\ x^2-y^2=1 \end{cases}$消去$y$ $\Rightarrow$ $x^2-(3-2x)^2=1$

$\Rightarrow$ $3x^2-12x+10=0$，二根爲x_1，x_2 $\therefore$ $x_1+x_2=4$，$x_1x_2=\dfrac{10}{3}$

又$y_1=3-2x_1$，$y_2=3-2x_2$ $\Rightarrow$ $y_1+y_2=6-2(x_1+x_2)=-2$

(1) $\overline{PQ}$中點爲$(\dfrac{x_1+x_2}{2}，\dfrac{y_1+y_2}{2})=(2，-1)$

(2) $(x_1-x_2)^2=(x_1+x_2)^2-4x_1x_2=16-\dfrac{40}{3}=\dfrac{8}{3}$，$y_1-y_2=-2(x_1-x_2)\Rightarrow(y_1-y_2)^2=4(x_1-x_2)^2$

$\therefore$ $\overline{PQ}=\sqrt{(x_1-x_2)^2+(y_1-y_2)^2}=\sqrt{5(x_1-x_2)^2}=\sqrt{\dfrac{40}{3}}=\dfrac{2}{3}\sqrt{30}$

15.已知雙曲線Γ之兩條漸近線爲$2x-y=0$，$2x+y-4=0$，又過點$(0，2)$，則其焦點坐標爲____(1)____，而Γ之共軛雙曲線方程式爲____(2)____。

【解答】(1) $(2-2\sqrt{3}，2)$，$(2+2\sqrt{3}，2)$ (2) $\dfrac{(x-2)^2}{4}-\dfrac{(y-2)^2}{16}=-1$

【詳解】

雙曲線Γ之兩條漸近線爲$2x-y=0$，$2x+y-4=0$

設雙曲線方程式爲$(2x-y)(2x+y-4)=k$

過點$(0，2)$代入 $\Rightarrow$ $(-2)(2-4)=k$ $\Rightarrow$ $k=4$

雙曲線方程式爲$(2x-y)(2x+y-4)=4$，即$\dfrac{(x-2)^2}{4}-\dfrac{(y-2)^2}{16}=1$

$\therefore$ 中心$(2，2)$，$a^2=4$，$b^2=16$ $\Rightarrow$ $c^2=a^2+b^2=4+16=20$ $\Rightarrow$ $c=2\sqrt{5}$

焦點坐標爲$(2-2\sqrt{5}，2)$，$(2+2\sqrt{5}，2)$且Γ之共軛雙曲線爲$\dfrac{(x-2)^2}{4}-\dfrac{(y-2)^2}{16}=-1$

16.二焦點$(-7，-1)$，$(3，-1)$，一漸近線斜率爲$-\dfrac{3}{4}$之雙曲線方程式爲__________。

【解答】$\dfrac{(x+2)^2}{16}-\dfrac{(y+1)^2}{9}=1$

【詳解】

$F'(-7，-1)$，$F(3，-1)$ $\therefore$ 中心$(-2，-1)$，$c=5$，

漸近線斜率爲$-\dfrac{3}{4}\Rightarrow\dfrac{b}{a}=\dfrac{3}{4}$，設$a=4k,b=3k\Rightarrow c=5k$

$5=5k\Rightarrow a=4,b=3$，所求雙曲線方程式爲 $\dfrac{(x+2)^2}{16}-\dfrac{(y+1)^2}{9}=1$

17.一拋物線的頂點在y軸上，軸爲$y=2$，而焦點在$x+2y=7$上，則此拋物線的方程式爲___。

【解答】$(y-2)^2=12x$

【詳解】

拋物線的軸$y=2$，頂點在y軸上 $\Rightarrow$ 頂點$(0，2)$，設拋物線方程式$(y-2)^2=kx$

則焦點爲$(\dfrac{k}{4}，2)$，又焦點在$x+2y=7$上 $\Rightarrow$ $k=12$，故$(y-2)^2=12x$爲所求

18. $\sqrt{2(x-1)^2+2(y-2)^2}=\left|x+y+1\right|$其頂點坐標__________。

【解答】(0,1)

【詳解】

$\sqrt{2(x-1)^2+2(y-2)^2}=|x+y+1|\quad\Rightarrow\quad\sqrt{(x-1)^2+(y-2)^2}=\dfrac{\left|x+y+1\right|}{\sqrt{2}}$

$\sqrt{(x-1)^2+(y-2)^2}$ 表動點(x，y)與定點(1，2)的距離

$\dfrac{\left|x+y+1\right|}{\sqrt{2}}$表動點($x$，$y$)與定直線 $x+y+1=0$ 的距離

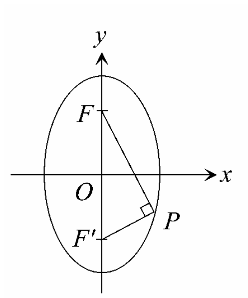
由拋物線的定義知動點(x，y)之圖形爲一拋物線：焦點爲 F(1，2)，準線爲 $x+y+1=0$

過焦點(1，2)作準線 $x+y+1=0$ 的垂直線爲對稱軸，其方程式爲 $x-y+1=0$

軸 $x-y+1=0$ 與準線 $x+y+1=0$ 的交點 $A(-1，0)$，則 $\overline{AF}$ 中點(0,1)即爲頂點坐標

19. 設P爲橢圓$\dfrac{x^2}{b^2}+\dfrac{y^2}{a^2}=1$ 上的一點，兩焦點F，F' 在y軸上且 $\overline{FF'}=10$，如果 $\overline{PF}=2\,\overline{PF'}$ 且 $\angle FPF'=90°$，則此橢圓正焦弦長爲__________。

【解答】$\dfrac{8}{3}\sqrt{5}$



【詳解】

$2c=\overline{FF'}=10\quad\Rightarrow c=5$，設 $\overline{PF'}=k$，則 $\overline{PF}=2\,\overline{PF'}=2k$，又$\angle FPF'=90°$

故 $4k^2+k^2=(2c)^2=100\quad\Rightarrow\quad k^2=20$，$2a=\overline{PF}+\overline{PF'}=3k=3\sqrt{20}=6\sqrt{5}$

$\Rightarrow\quad a=3\sqrt{5}$，$b^2=a^2-c^2=45-25=20$，正焦弦長 $=\dfrac{2b^2}{a}=\dfrac{40}{3\sqrt{5}}=\dfrac{8}{3}\sqrt{5}$

20. 設P爲橢圓 $3x^2+16y^2=16$ 上的一點，其至直線 $3x+4y=12$ 有最短距離d，則P的坐標爲__________，$d=$__________。

【解答】$P(2，\dfrac{1}{2})$，$d=\dfrac{4}{5}$

【詳解】

$3x^2+16y^2=16\quad\Rightarrow\quad\dfrac{x^2}{\frac{16}{3}}+y^2=1$，設橢圓參數式$P(\dfrac{4}{\sqrt{3}}\cos\theta，\sin\theta)$

P到直線L：$3x+4y=12$ 的距離$d(P，L)=\dfrac{|4\sqrt{3}\cos\theta+4\sin\theta-12|}{\sqrt{9+16}}$

$=\dfrac{4}{5}\;|\sqrt{3}\cos\theta+\sin\theta-3|=\dfrac{4}{5}\;|2(\dfrac{\sqrt{3}}{2}\cos\theta+\dfrac{1}{2}\sin\theta)-3|$

$=\dfrac{4}{5}\;|2(\cos\theta\cos\dfrac{\pi}{6}+\sin\theta\sin\dfrac{\pi}{6})-3|=\dfrac{4}{5}\;|2\cos(\theta-\dfrac{\pi}{6})-3|$

最小值$d=\dfrac{4}{5}\;|2-3|=\dfrac{4}{5}$，此時$\cos(\theta-\dfrac{\pi}{6})=1$

令$\theta-\dfrac{\pi}{6}=0\quad\Rightarrow\quad\theta=\dfrac{\pi}{6}$，∴ $\cos\theta=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$，$\sin\theta=\dfrac{1}{2}$ ∴ P點坐標爲$(2，\dfrac{1}{2})$

21. 拋物線Γ 過(1，1)，(3，2)，(3，-1)三點且對稱軸平行x軸，則

(1) Γ 之方程式爲__________。 (2) Γ 之焦點爲__________。

【解答】(1) $x = y^2 - y + 1$　(2) $(1，\frac{1}{2})$

【詳解】設拋物線Γ：$x = ay^2 + by + c$，將(1，1)，(3，2)，(3，－1)代入

$$\therefore \begin{cases} 1 = a + b + c \\ 3 = 4a + 2b + c \\ 3 = a - b + c \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a + c = 2 \\ b = -1 \\ 4a + c = 5 \end{cases} \Rightarrow a = 1，b = -1，c = 1$$

$$\therefore x = y^2 - y + 1 \Rightarrow (y - \frac{1}{2})^2 = x - \frac{3}{4} \quad \therefore \text{頂點} V(\frac{3}{4}，\frac{1}{2})\text{，故焦點} F(1，\frac{1}{2})$$

22.設拋物線Γ 的焦點爲$F(1，1)$，準線爲L：$x + y + 2 = 0$，則Γ 的方程式爲__________。

【解答】$x^2 - 2xy + y^2 - 8x - 8y = 0$

【詳解】焦點$F(1，1)$，準線L：$x + y + 2 = 0$ 的拋物線上的點$P(x，y)$

則$\overline{PF} = d(P，L)$，即$\sqrt{(x-1)^2 + (y-1)^2} = \frac{|x + y + 2|}{\sqrt{2}}$

平方 $2(x^2 - 2x + 1 + y^2 - 2y + 1) = x^2 + y^2 + 4 + 2xy + 4x + 4y$得$x^2 - 2xy + y^2 - 8x - 8y = 0$

23.已知一雙曲線之兩焦點爲(2，4)及(－6，4)且共軛軸長爲 4，則此雙曲線之

(1)共軛雙曲線方程式爲__________。　(2)兩漸近線方程式爲__________。

【解答】(1) $-\frac{(x+2)^2}{12} + \frac{(y-4)^2}{4} = 1$　(2) $(x + 2) \pm \sqrt{3}(y - 4) = 0$

【詳解】

(1)兩焦點$F_1(2，4)$，$F_2(－6，4)$，$\overline{F_1F_2} = 8 = 2c$，$c = 4$

共軛軸長 $2b = 4$，$b = 2$，$a^2 = c^2 - b^2 = 4^2 - 2^2 = 12$

$\overline{F_1F_2}$ 之中點爲中心，中心$(h，k) = (-2，4)$，得雙曲線：$\frac{(x+2)^2}{12} - \frac{(y-4)^2}{4} = 1$

其共軛雙曲線：$-\frac{(x+2)^2}{12} + \frac{(y-4)^2}{4} = 1$

(2)漸近線爲$\frac{(x+2)^2}{12} - \frac{(y-4)^2}{4} = 0 \Rightarrow 4(x+2)^2 - 12(y-4)^2 = 0 \Rightarrow (x+2) \pm \sqrt{3}(y-4) = 0$