高雄市明誠中學 高三(上)平時測驗 日期：93.11.04					
範圍	數學 Book2 Chap2	班級	普三 班	姓名	
		座號			

一、選擇題(每題 10 分)

1、(C) 求 $\sin 11^\circ \tan 79^\circ \sec 79^\circ$ 之值為 (A)1 (B) $\tan 11^\circ$ (C) $\cot 11^\circ$ (D) $\sin^2 11^\circ$ (E) $\cos^2 11^\circ$

解析：$\cos 79^\circ \tan 79^\circ \sec 79^\circ = \tan 79^\circ = \cot 11^\circ$

2、(C) $\dfrac{\sin 240^\circ \cot 210^\circ}{\tan 315^\circ + \cos 120^\circ} =$ (A) -3 (B) -1 (C)1 (D)2 (E)3

解析：$\dfrac{-\frac{\sqrt{3}}{2}\times\sqrt{3}}{-1+(-\frac{1}{2})} = 1$

3、(D) 下列選項何者正確？ (A) $\sin 32^\circ > \cos 32^\circ$ (B) $\sin 32^\circ > \tan 32^\circ$ (C) $\tan 32^\circ > 1$ (D) $\sec 32^\circ > \tan 32^\circ$ (E) $\sin 32^\circ > \cot 32^\circ$

解析：$\sin 32^\circ < \cos 32^\circ,\ \sin 32^\circ < \tan 32^\circ < 1 < \sec 32^\circ$

4、(A) 設 $\angle A$ 為銳角，$(2\sec A - 3)(7\sec A - 4) = 0$，則 $\sec A =$

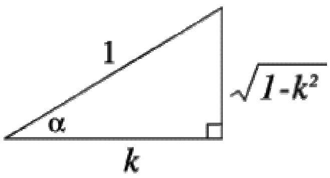
(A) $\frac{3}{2}$ (B) $\frac{4}{7}$ (C) $\frac{3}{2}$ 或 $\frac{4}{7}$ (D) $\frac{3}{2}$ 且 $\frac{4}{7}$ (E)無解

解析：$\because |\sec A| \ge 1 \quad \therefore \sec A = \frac{3}{2}$

5、(B) 設 $0^\circ < \alpha < 90^\circ$，且 $\cos\alpha = k$，則下列何者正確？ (A) $\sin\alpha = \frac{1}{k}$ (B) $\tan\alpha = \frac{\sqrt{1-k^2}}{k}$

(C) $\cot\alpha = \sqrt{k^2-1}$ (D) $\sec\alpha = \sqrt{1-k^2}$ (E) $\csc\alpha = \frac{k}{\sqrt{1-k^2}}$

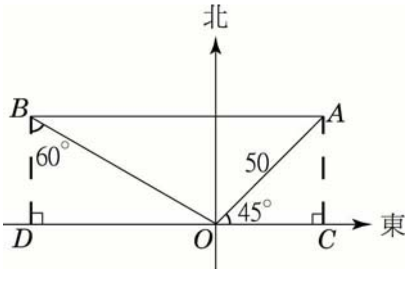
解析：$\therefore \tan\alpha = \frac{\sqrt{1-k^2}}{k}$



6、(D) 某君在一廣場上從某一點出發，先往東北方前進 50 公尺後轉往正西方向行進，一段時間後測得原出發點在他的南偏東 60° 方向；則此時他距原出發點大約

(A)35 公尺 (B)43 公尺 (C)50 公尺 (D)71 公尺 (E)87 公尺

解析：如下圖



$\overline{BD}=\overline{AC}=50\times\frac{\sqrt{2}}{2}=25\sqrt{2}$　　　　$\overline{OB}=2\overline{BD}=2\times25\sqrt{2}=50\sqrt{2}\fallingdotseq 71$

7、(B)　$\triangle ABC$ 中，$\angle C=90°,\ \overline{AC}=\frac{4}{3}\overline{BC}$，則下列何者最接近 1？

(A)$\sin A$ (B)$\cos A$ (C)$\tan A$ (D)$\cot A$ (E)$\sec A$

解析：$\sin A=\frac{3}{5},\quad \cos A=\frac{4}{5},\quad \tan A=\frac{3}{4},\quad \cot A=\frac{4}{3},\quad \sec A=\frac{5}{4}$

8、(D)　設 a, b, c 分別表示$\triangle ABC$ 中，$\angle A$，$\angle B$，$\angle C$ 之對邊邊長，下列各選項中的條件何者恰可決定唯一一個$\triangle ABC$？ (A) $\angle A=30°,\ \angle B=75°,\ \angle C=45°$
(B) $\angle A=45°,\ \angle B=60°,\ \angle C=75°$ (C) $\angle A=30°,\ a=4,\ c=10$
(D) $\angle A=30°,\ a=5,\ c=10$ (E) $\angle A=30°,\ a=6,\ c=10$

解析：(A)內角和非180°
(B)AAA 條件(不合)
(C) $\frac{4}{\sin 30°}=\frac{10}{\sin C}$　$\therefore \sin C=\frac{10}{8}>1$ (不合)
(D) $\frac{5}{\sin 30°}=\frac{10}{\sin C}$　$\therefore \sin C=1$　$\therefore \angle C=90°$ (唯一)
(E) $\frac{6}{\sin 30°}=\frac{10}{\sin C}$　$\therefore \sin C=\frac{10}{12}$，$\angle C$ 可有二解

9、(C)　化簡 $\frac{1}{4\sin^2\theta+2}+\frac{1}{\csc^2\theta+2}=$ (A)0 (B)$\frac{1}{4}$ (C)$\frac{1}{2}$ (D)1 (E)2

解析：$\frac{1}{4\sin^2\theta+2}+\frac{2\sin^2\theta}{2+4\sin^2\theta}=\frac{1}{2}$

二. 填充題 (每題 10 分)

1、在圓內接四邊形 $ABCD$ 中，$\overline{AB}=\overline{AD}=2,\ \angle C=60°,\ \angle D=105°$，則 $\overline{BD}=$______, $\overline{AC}=$______。

答案：$2\sqrt{3}$，$\sqrt{6}+\sqrt{2}$

解析：$\overline{BD}^2=2^2+2^2-2\times2\times2\times\cos120°=12$　$\therefore \overline{BD}=2\sqrt{3}$
$\frac{\overline{AC}}{\sin105°}=\frac{\overline{BD}}{\sin120°}$　$\therefore \overline{AC}=\sqrt{6}+\sqrt{2}$

2、設 $P(-4,3)$ 為直角坐標系上一點，O 為原點，$\overline{OP}$ 與 x 軸正向夾角為 θ，求 $\frac{4\tan\theta+5\cos\theta}{3\cot\theta+1}=$______。

答案：$\frac{7}{3}$

解析：$\overline{OP}=\sqrt{(-4)^2+3^2}=5$　$\therefore \tan\theta=\frac{y}{x}=\frac{3}{-4},\cot\theta=\frac{x}{y}=\frac{-4}{3},\cos\theta=\frac{x}{r}=\frac{-4}{5}$

$$\frac{4\tan\theta+5\cos\theta}{3\cot\theta+1}=\frac{4\times(\frac{3}{-4})+5\times(\frac{-4}{5})}{3\times(\frac{-4}{3})+1}=\frac{7}{3}$$

3、$\triangle ABC$ 中，$\overline{BC}=3,\ \overline{AC}=5,\ \overline{AB}=7$，則 $\angle C=$______, $\sin A=$______。

答案：$120°,\ \dfrac{3\sqrt{3}}{14}$

解析：$\cos C=\dfrac{3^2+5^2-7^2}{2\times3\times5}=-\dfrac{1}{2},\ \angle C=120°$，$\dfrac{3}{\sin A}=\dfrac{7}{\sin C}$　$\therefore \sin A=\dfrac{3\sqrt{3}}{14}$

4、設 a, b, c 分別表示$\triangle ABC$ 中，$\angle A$, $\angle B$, $\angle C$ 之對邊邊長，在$\triangle ABC$ 中，若 $2a-6b+3c=0,\ 6a-3b-c=0$，則

(1) $\sin A:\sin B:\sin C=$______________，(2) $\cos A:\cos B:\cos C=$________________。

答案：$3:4:6$　　$129:116:(-66)$

解析：$\begin{cases}2a-6b+3c=0\\6a-3b-c=0\end{cases}$　$\therefore a:b:c=3:4:6$，$\therefore \sin A:\sin B:\sin C=3:4:6$

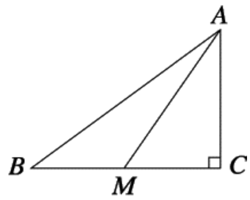
$$\cos A:\cos B:\cos C=\frac{4^2+6^2-3^2}{2\times4\times6}:\frac{3^2+6^2-4^2}{2\times3\times6}:\frac{3^2+4^2-6^2}{2\times3\times4}=129:116:(-66)$$

5、已知$(\sin\theta,\tan\theta)$在第二象限，則θ在第______象限，又$(\cos\theta\tan\theta,\csc\theta\sec\theta)$在第______象限。

答案：三, 二

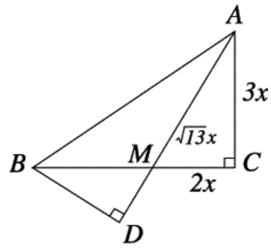
解析：$\therefore \theta$在第三象限　$\therefore \cos\theta\tan\theta<0,\ \csc\theta\sec\theta>0$　$\therefore$在第二象限

6、如圖三角形 ABC，$\angle C=90°$，M 為 $\overline{BC}$ 之中點，設 $\theta=\angle BAC$，已知 $\sin\theta=\dfrac{4}{5}$，則 $\tan(\angle BAM)=$______。



答案：$\dfrac{6}{17}$

解析：



$\because \sin\theta=\dfrac{4}{5}$　$\therefore \overline{AB}:\overline{BC}:\overline{AC}=5:4:3$

$\because M$ 為 $\overline{BC}$ 中點　$\therefore \overline{AC}:\overline{CM}=3:2$

延長 $\overline{AM}$，過 B 作 $\overline{BD}\perp\overline{AM}$ 於 D，$\therefore \dfrac{\overline{BM}}{\sqrt{13}}=\dfrac{\overline{BD}}{3}=\dfrac{\overline{DM}}{2}$

設 $\overline{AC}=3x,\ \overline{CM}=2x$，$\overline{BM}=2x,\ \overline{BD}=\dfrac{6x}{\sqrt{13}},\ \overline{DM}=\dfrac{4x}{\sqrt{13}}$

$$\therefore \tan(\angle BAM)=\frac{\frac{6}{\sqrt{13}}x}{\sqrt{13}x+\frac{4x}{\sqrt{13}}}=\frac{6}{17}$$

7、已知時鐘走 1 時 25 分，則分針的旋轉角度為______。

答案：$510°$

解析：$1\dfrac{25}{60}=\dfrac{17}{12},\ \dfrac{17}{12}\times360°=510°$

8、已知 $\tan 211°30'=0.6128,\ \cot 121°40'=-0.6168$，又 $\tan\theta=-0.6160$，且 $270°<\theta<360°$，則$\theta=$______。又 $\cot(-958°25')=$______。

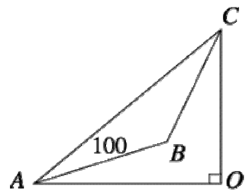
答案：$328°22'$, -0.6148

解析：$\tan 31°30' = 0.6128,\ \tan 31°40' = 0.6168,\ \tan\alpha = 0.6160$

$\therefore \alpha = 31°30' + \dfrac{32}{40} \times 10' \quad \therefore \alpha = 31°38'$

又 $\tan\theta = -0.6160 \quad \therefore \theta = 328°22'$，$\cot(-958°25') = -\tan 31°35' = -0.6148$

9、如圖 $\angle CAO = 60°,\ \angle BAO = 15°,\ \overline{AB} = 100,\ \angle ABC = 120°$，則 $\overline{BC} =$ ____________，又 $\overline{OC} =$ _______________ 。



答案：$100(\sqrt{3}+1)$，$75(\sqrt{6}+\sqrt{2})$

解析：$\because \angle CAO = 60°,\ \angle BAO = 15° \quad \therefore \angle CAB = 45°$

又 $\angle ABC = 120°,\ \overline{AB} = 100 \quad \therefore \dfrac{\overline{BC}}{\sin 45°} = \dfrac{100}{\sin 15°}$

$\therefore \overline{BC} = 100(\sqrt{3}+1)$，$\overline{AC} = \dfrac{100 \times \sin 120°}{\sin 15°} = 50(3\sqrt{2}+\sqrt{6})$

$\therefore \overline{OC} = \overline{AC} \cdot \sin 60° = 75(\sqrt{6}+\sqrt{2})$

10、當 $45° < \theta < 90°$ 時，$\sqrt{(\tan\theta + \cot\theta)^2 - 4} =$ ______ 。

答案：$\tan\theta - \cot\theta$

解析：$\sqrt{(\tan\theta + \cot\theta)^2 - 4} = \sqrt{(\tan\theta - \cot\theta)^2} = |\tan\theta - \cot\theta|$

$\because 45° < \theta < 90° \quad \therefore \tan\theta > \cot\theta \Rightarrow |\tan\theta - \cot\theta| = \tan\theta - \cot\theta$

11、$\triangle ABC$ 中，M 為 $\overline{BC}$ 之中點，且 $\overline{BC} = 6,\ \overline{AC} = 3,\ \overline{AB} = 5$，則 $\overline{AM} =$ ______，$\cos(\angle AMB) =$ ______ 。

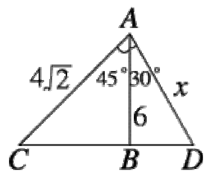
答案：$2\sqrt{2}$，$-\dfrac{\sqrt{2}}{3}$

解析：$\because \overline{AM}$ 為中線，設 $\overline{AM} = x$

$\therefore (2x)^2 + 6^2 = 2(3^2 + 5^2) \quad \therefore x = \pm 2\sqrt{2}$ (負不合) $\quad \therefore \overline{AM} = 2\sqrt{2}$

$\cos(\angle AMB) = \dfrac{3^2 + (2\sqrt{2})^2 - 5^2}{2 \times 3 \times 2\sqrt{2}} = -\dfrac{\sqrt{2}}{3}$

12、如圖 $\triangle ACD$，B 為 $\overline{CD}$ 上一點，且 $\angle CAB = 45°$，$\angle BAD = 30°$，$\overline{AB} = 6$，$\overline{AC} = 4\sqrt{2}$，則 $\triangle ABC$ 的面積 = _________，$\overline{AD} =$ ______________ 。



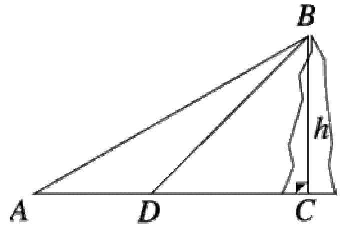
答案：$12,\ \dfrac{24(2\sqrt{3}+1)}{11}$

解析：$\triangle ABC$ 的面積 $= \dfrac{1}{2} \times 4\sqrt{2} \times 6 \times \dfrac{\sqrt{2}}{2} = 12$

設 $\overline{AD} = x \quad \therefore \dfrac{1}{2} \cdot 4\sqrt{2} \cdot 6 \cdot \dfrac{\sqrt{2}}{2} + \dfrac{1}{2} \cdot 6x \cdot \dfrac{1}{2} = \dfrac{1}{2} \cdot 4\sqrt{2} \cdot x \cdot (\dfrac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4})$

$\therefore x = \dfrac{24(2\sqrt{3}+1)}{11}$

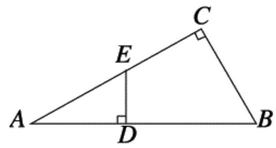
13、如圖欲測量山高 h，先自山腳外一點 A，測出山的仰角為 $30°$，向山走 30 公尺後到達 D，再測出其仰角為 $45°$，則山的高度為______公尺。



答案：$15(\sqrt{3}+1)$

解析：設山高為 h 公尺　$\therefore \overline{CD}=h,\ \overline{AC}=\sqrt{3}h$　$\therefore 30=\sqrt{3}h-h$　$\therefore h=15(\sqrt{3}+1)$

14、如圖 $\angle C=90°,\ \overline{ED}\perp\overline{AB}$ 於 D，若 $\overline{BC}=2,\ \overline{AB}=\sqrt{13}$，則 $\tan A=$______，若 $\overline{AD}=2$，則 $\overline{DE}=$______。



答案：$\frac{2}{3}$，$\frac{4}{3}$

解析：$\tan A=\frac{\overline{BC}}{\overline{AC}}=\frac{2}{3}$　$\therefore \overline{DE}=2\times\frac{2}{3}=\frac{4}{3}$

15、求下列各式之值：

(1) $\tan 120°-\cot 210°+\sec 300°=$______。

(2) $\sin 330°-\cos 315°-\tan 240°\cdot\sec 150°=$______。

答案：(1) $2-2\sqrt{3}$　(2) $\frac{3}{2}-\frac{\sqrt{2}}{2}$

解析：(1) $-\sqrt{3}-(\sqrt{3})+2=2-2\sqrt{3}$　(2) $-\frac{1}{2}-\frac{\sqrt{2}}{2}-\sqrt{3}(\frac{-2}{\sqrt{3}})=\frac{3}{2}-\frac{\sqrt{2}}{2}$

16、若 $\frac{1+\sin A}{1-\sin A}=7+4\sqrt{3}$，則 $\sin A=$______，$\tan A+\sec A=$______。

答案：$\frac{\sqrt{3}}{2}$，$\sqrt{3}+2$

解析：由 $\frac{(1+\sin A)+(1-\sin A)}{(1+\sin A)-(1-\sin A)}=\frac{(7+4\sqrt{3})+1}{(7+4\sqrt{3})-1}$ 得

$\sin A=\frac{6+4\sqrt{3}}{8+4\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{3}}{2}$

$\tan A=\sqrt{3},\ \sec A=2$

故 $\tan A+\sec A=\sqrt{3}+2$

17、計算下面各小題之值

(1) $\sin 30°+\cot 60°+\sec 30°-\csc 45°-\tan 60°=$______。

(2) $\frac{\sin 30°+\sin 45°}{\cos 30°+\cos 45°}=$______。

答案：(1) $\frac{1}{2}-\sqrt{2}$　(2) $\sqrt{3}-\sqrt{2}+\sqrt{6}-2$

解析：(1) $\frac{1}{2}+\frac{1}{\sqrt{3}}+\frac{2}{\sqrt{3}}-\sqrt{2}-\sqrt{3}=\frac{1}{2}-\sqrt{2}$　(2) $\frac{\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{2}}{2}}{\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{\sqrt{2}}{2}}=\sqrt{3}-\sqrt{2}+\sqrt{6}-2$

18、在 $\triangle ABC$ 中，若 $\angle A=15°,\ \angle B=45°$，則 $\overline{AB}:\overline{BC}:\overline{CA}=$______。

答案：$2\sqrt{3}:(\sqrt{6}-\sqrt{2}):2\sqrt{2}$

解析：$\angle C=120°,\ \frac{\overline{AB}}{\sin 120°}=\frac{\overline{AC}}{\sin 45°}=\frac{\overline{BC}}{\sin 15°}$，$\therefore \overline{AB}:\overline{BC}:\overline{CA}=(2\sqrt{3}):(\sqrt{6}-\sqrt{2}):2\sqrt{2}$

19、設 $0°<\angle A<18°$，$\sin A=\cos 5A$，則 $\angle A=$______，又 $\sec 4A=$______。

答案：$15°, 2$

解析：$\sin A=\cos 5A=\sin(90°-5A) \quad \therefore \angle A=15°, \quad \sec 60°=2$

20、已知$\tan\theta=\dfrac{5}{12}$，並且θ為第三象限角，則$\csc\theta=$______，又

$\sin^2\theta+\tan^2\theta+\cos^2\theta=$______。

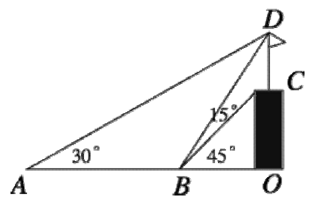
答案：$-\dfrac{13}{5}, \ \dfrac{169}{144}$

解析：$\csc\theta=-\dfrac{13}{5}, \ \sin^2\theta+\cos^2\theta+\tan^2\theta=1+\tan^2\theta=\sec^2\theta=(-\dfrac{13}{12})^2=\dfrac{169}{144}$

21、屋頂上豎立一旗桿。今在地面上一點 A 處，測得旗桿頂之仰角為$30°$，向屋子走近 2 公尺到達 B 點後，測得旗桿頂之仰角為$60°$，屋頂之仰角為$45°$，試求旗桿之長______。

答案：$\sqrt{3}-1$公尺

解析：



設旗桿長 h 公尺，屋子高 k 公尺

$\therefore \overline{OC}=\overline{BO}=k \quad \therefore \overline{DC}=\sqrt{3}k-k=h$

$\sqrt{3}(\sqrt{3}k)=2+k \quad \therefore k=1 \quad \therefore h=\sqrt{3}-1$公尺

22、設$\angle A$為銳角，若二次方程式$\sin Ax^2-2\cos Ax+3=0$有等根，則$\sin A=$______。

答案：$\dfrac{-3+\sqrt{13}}{2}$

解析：有等根 $\quad \therefore \cos^2 A-3\sin A=0 \quad \therefore \sin^2 A+3\sin A-1=0$

$\sin A=\dfrac{-3\pm\sqrt{13}}{2}$ (負不合) $\quad \therefore \sin A=\dfrac{-3+\sqrt{13}}{2}$

23、化成角度為θ的三角函數：

(1) $\cos(270°+\theta)=$______。 (2) $\cot(900°-\theta)=$______。

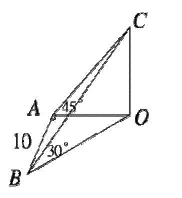
(3) $\sin(\theta-450°)=$______。 (4) $\tan(3600°-\theta)=$______。

答案：(1) $\sin\theta$ (2) $-\cot\theta$ (3) $-\cos\theta$ (4) $-\tan\theta$

24、某人在一塔之正西 A 點，測得塔之仰角為$45°$，在 A 點之西南方 B 點，測得塔之仰角為$30°$，若$\overline{AB}$長 10 公尺，則塔高______公尺。

答案：$\dfrac{5\sqrt{2}+5\sqrt{10}}{2}$

解析：

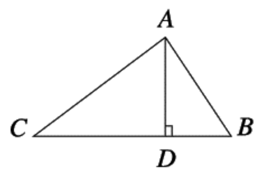


設塔高 $h \quad \therefore \overline{AO}=h, \ \overline{OB}=\sqrt{3}h, \ \angle OAB=135°, \ \overline{AB}=10$

$\therefore (\sqrt{3}h)^2=h^2+10^2-2\times h\times 10\times\cos 135°$

$h^2-5\sqrt{2}h-50=0 \quad \therefore h=\dfrac{5\sqrt{2}\pm5\sqrt{10}}{2}$ (負不合)，$\therefore$

$h=\dfrac{5\sqrt{2}+5\sqrt{10}}{2}$



25、如圖$\triangle ABC$中，$\overline{AD}$為$\overline{BC}$邊的高，$\tan B=\dfrac{3}{2}, \ \sin C=\dfrac{3}{5}$，又

$\overline{BC}=24$，則(1) $\overline{AD}=$______。 (2) $\overline{AB}=$______。

答案：(1)12　(2)$4\sqrt{13}$

解析：設 $\overline{AD}=x$，又 $\tan B=\dfrac{3}{2}$　$\therefore \overline{BD}=\dfrac{2}{3}x,\ \sin C=\dfrac{3}{5}$　$\therefore \overline{CD}=\dfrac{4}{3}x$

$\therefore \dfrac{2}{3}x+\dfrac{4}{3}x=24$　$\therefore x=12$，$\overline{AB}=12\times\dfrac{\sqrt{13}}{3}=4\sqrt{13}$