

高雄市明誠中學 高二數學平時測驗 日期：94.07.15					
範圍	3-7 離差	班級	普二	班	姓
		座號			名

一、單一選擇題 (每題 10 分)

1、(A) 下列 5 組資料 (每組各有 5 筆)

甲：1, 1, 5, 9, 9, 乙：1, 2, 3, 4, 5, 丙：-2, -1, 0, 1, 2, 丁：2, 4, 6, 8, 10, 戊：1, 1, 3, 5, 5, 試問那一組資料的標準差最大？

(A)甲 (B)乙 (C)丙 (D)丁 (E)戊

解析： $S_Z = S_{丙}$ ,  $S_{丁} = 2 S_Z$ ,  $S_{甲} > S_{戊} > S_Z$

$$S_{甲} = \sqrt{\frac{1}{4} \times 4 \times 16} = 4, \quad S_{丁} = \sqrt{\frac{1}{4} (16 + 4 + 4 + 16)} = \sqrt{10}, \quad S_{戊} = \sqrt{\frac{1}{4} (4 + 4 + 4 + 4)} = 2$$

∴ $S_{甲}$ 最大

2、(B) 一組數值資料為 63, 43, 97, 57, 72, 71, 92, 71, 92, 43, 95, 38, 則其 $Q_1 =$

(A)43 (B)50 (C)57 (D)60 (E)92

解析：共十二筆資料由小而大為 38、43、43、57、63、71、71、72、92、92、95、97

∴ $Me = 71$ ,  $Q_1 = 50$

3、(C) 一組數值資料為 45, 79, 58, 21, 28, 11, 58, 84, 67, 63, 19, 81, 27, 33, 21, 則其 $Q_3 =$  (A)63 (B)65 (C)67 (D)73 (E)79

解析：共十五筆資料由小而大為

11, 19, 21, 21, 27, 28, 33, 45, 58, 58, 63, 67, 79, 81, 84

∴ $Me = 45$ ,  $Q_3 = 67$

二、多重選擇題 (每題 10 分)

4、(C) 九十一學年度指定科目考試約有 5 萬 4 千名考生報考「數學甲」, 考生得分情形 (由低至高) 如下表, 第一列為得分範圍 (均含下限不含上限), 第二列為得分在該區間之人數佔全體考生之百分比。

0~10	10~20	20~30	30~40	40~50	50~60	60~70	70~80	80~90	90~100
10.45	8.18	11.85	14.96	16.0	15.28	10.81	7.06	3.84	1.57

試問下列有關該次考試考生得分之敘述有哪些是正確的？

- (A)全體考生得分之中位數在 40 分~50 分組中
- (B)全體考生得分 (由低至高) 之第一四分位數在 20 分~30 分組中
- (C)全體考生得分 (由低至高) 之第三四分位數在 50 分~60 分組中
- (D)不到三成的考生得分少於 30 分
- (E)如果將得分  $\geq 60$  分看成及格, 則有四成以上的考生成績及格

解析：

範圍	0~10	10~20	20~30	30~40	40~50	50~60	60~70	70~80	80~90	90~100
百分比	10.45	8.18	11.85	14.96	16.0	15.28	10.81	7.06	3.84	1.57
以下累積	10.45	18.63	30.48	45.44	61.44	76.72	87.53	94.95	98.43	100

(A)40 分以下不到 50%, 50 分以下則超過 50%, 中位數在 40 分與 50 分之間。

(B)20 分以下不到 25%, 30 分以下則超過 25%, 第一四分位在 20 分與 30 分之間。

(C)50 分以下不到 75%，60 分以下則超過 75%，第三四分位在 50 分與 60 分之間。

(D)少於 30 分者佔 30.48%，超過三成(30%)。

(E)60 分以下有 76.72%，得分  $\geq 60$  者只有 23.28%，當然不到四成(連三成都不到)。

- 5、(  $\overset{CD}{E}$  ) 某班數學老師算出學生學期成績後，鑑於學生平時都很用功，決定每人各加 5 分（加分後沒人超過滿分），則加分前與加分後，學生成績統計數值絕對不會改變的有 (A)算術平均數 (B)中位數 (C)全距 (D)四分位差 (E)標準差

**解析**： $\because y_i = x_i + 5$  ( $X$ ：原分數， $Y$ ：新分數)， $\bar{y} = \bar{x} + 5$ ， $Me_y = Me_x + 5$

$R_y = R_x$ ， $Q.D._y = Q.D._x$ ， $S_y = S_x$ ，故答案為(C)(D)(E)。

- 6、( AB ) 有一筆統計資料，共有 11 個數據如下（不完全依大小排列）：

2, 4, 4, 5, 5, 6, 7, 8, 11,  $x$  和  $y$ ，已知這些數據的算術平均數和中位數都是 6，且  $x$  小於  $y$ 。請選出正確的選項。

(A)  $x + y = 14$  (B)  $y < 9$  (C)  $y > 8$  (D)標準差至少是 3

**解析**：(A)  $(2 + 4 + 4 + 5 + 5 + 6 + 7 + 8 + 11 + x + y) \cdot \frac{1}{11} = 6 \Rightarrow x + y = 14$

(B)  $x, y$  及其他 9 個數據 2, 4, 4, 5, 5, 6, 7, 8, 11，且  $Me = 6$

$\Rightarrow x \geq 6, y \geq 6, x < y$  且  $x + y = 14 \Rightarrow x = 6, y = 8$

故 11 個數據 2, 4, 4, 5, 5, 6, 6, 7, 8, 8, 11

(D)  $S = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^{11} (x_i - \bar{X})^2} = \sqrt{\frac{1}{10} (4^2 + 2^2 + 2^2 + 1^2 + 1^2 + 0^2 + 0^2 + 1^2 + 2^2 + 2^2 + 5^2)}$   
 $= \sqrt{6} < 3$

### 三、填充題 (每題 10 分)

- 7、變量  $X$  之平均數  $\bar{X} = 16$ ，標準差  $S_x = 4$ ，若  $X = 4Y - 3$ ，則變量  $Y$  的平均數  $\bar{Y}$  與標準差  $S_y$  各為\_\_\_\_\_。

**答案**： $\frac{19}{4}, 1$

**解析**： $\because X = 4Y - 3, \therefore \bar{X} = 4\bar{Y} - 3, S_x = 4S_y, \therefore \bar{Y} = \frac{\bar{X} + 3}{4} = \frac{16 + 3}{4} = \frac{19}{4}, S_y = \frac{1}{4} S_x = 1$ 。

- 8、有一群資料  $x_1, x_2, \dots, x_{10}$ ，其中已知  $\sum_{i=1}^{10} x_i = 660, \sum_{i=1}^{10} x_i^2 = 43704$ ，則其算術平均數為\_\_\_\_\_，標準差為\_\_\_\_\_。

**答案**：66; 4

**解析**： $\bar{x} = \frac{\sum x_i}{10} = 66, S = \sqrt{\frac{1}{9} [\sum_{i=1}^{10} x_i^2 - 10 \times (66)^2]} = \sqrt{\frac{1}{9} \times 43704 - \frac{1}{9} \times (66)^2} = \sqrt{4856 - 4840} = 4$

- 9、某次測驗中，老師取出 8 位同學，計算得他們的平均分數為 52 分，標準差為  $2\sqrt{2}$  分，若知此 8 個分數中的 6 個分數為 48, 52, 52, 53, 54, 57 分，則其他 2 個分數為\_\_\_\_\_分和\_\_\_\_\_分。

**答案**：49; 51

**解析**：設另 2 個分數為  $52 + a, 52 + b$

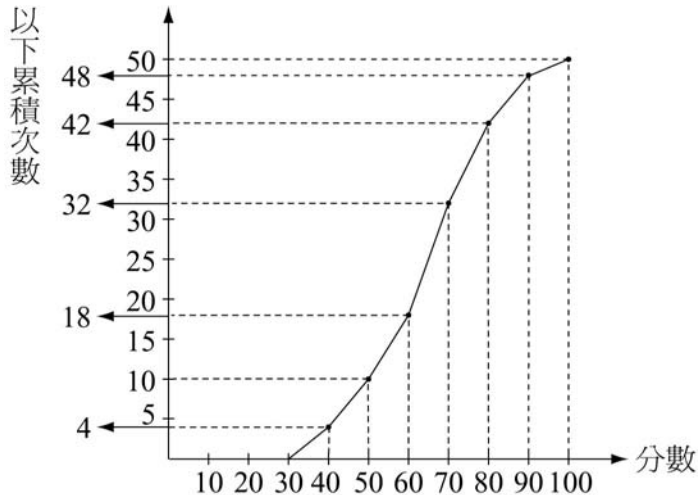
故 8 位同學之分數扣掉 52 分後可得  $-4, 0, 0, 1, 2, 5, a, b$

$\therefore a + b + 4 = 0$

$$S = \sqrt{\frac{1}{8-1} \sum_{i=1}^8 (x_i - \bar{x})^2} \Rightarrow (2\sqrt{2})^2 = \frac{1}{7}(16+1+4+25+a^2+b^2)$$

$$\begin{cases} a+b=-4 \\ a^2+b^2=10 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a=-1 \\ b=-3 \end{cases} \text{ 或 } \begin{cases} a=-3 \\ b=-1 \end{cases}, \text{ 故其他 2 個分數為 49 分和 51 分}$$

10、下圖是某班 50 名同學第二次月考成績的以下累積分配曲線圖（不含上限），求下列各數值：（取至整數）(1)全距\_\_\_\_\_分；(2)四分位差\_\_\_\_\_；(3)標準差\_\_\_\_\_。



**答案**：(1)70；(2)22；(3)16

**解析**：由圖轉為表格

$$A = 65, h = 10 \Rightarrow d_i = \frac{m_i - A}{h}$$

組別	次數	以下累積次數	組中點 $m_i$	$d_i$	$f_i d_i$	$d_i^2$	$f_i d_i^2$
30~40	4	4	35	-3	-12	9	36
40~50	6	10	45	-2	-12	4	24
50~60	8	18	55	-1	-8	1	8
60~70	14	32	65	0	0	0	0
70~80	10	42	75	1	10	1	10
80~90	6	48	85	2	12	4	28
90~100	2	50	95	3	6	9	18
	50				-4		120

(1)全距 = 100 - 30 = 70 (分)。

(2)

分數	次數	分數	次數
50	10	70	32
$Q_1$	12.5	$Q_3$	37.5
60	18	80	42

$$\Rightarrow \frac{Q_1 - 50}{10} = \frac{2.5}{8}, \quad Q_1 = 50 + \frac{\frac{50}{4} - 10}{8} \times 10 = 53.125,$$

$$\Rightarrow \frac{Q_3 - 70}{80 - 70} = \frac{5.5}{10}, Q_3 = 70 + \frac{3 \times 50 - 32}{10} \times 10 = 75.5, \therefore Q.D. = Q_3 - Q_1 \doteq 22$$

$$(3) \bar{X} = 65 + \frac{-4}{50} \times 10 = 64.2, S = 10 \times \sqrt{\frac{1}{49} [120 - 50 \times (\frac{-4}{50})^2]} = 15.6 \doteq 16。$$

11、根據統計資料，1月份台北地區的平均氣溫是攝氏 16 度，標準差是攝氏 3.5 度。一般外國朋友比較習慣用華氏溫度來表示冷熱，已知當攝氏溫度為  $x$  時，華氏溫度為  $y = \frac{9}{5}x + 32$ ；若用華氏溫度表示，則 1 月份台北地區的平均氣溫是華氏\_\_\_\_\_度，標準差是華氏\_\_\_\_\_度？（計算到小數點後第一位，以下四捨五入）。

**答案**：60.8；6.3

**解析**：  $y = \frac{9}{5} \times 16 + 32 = 60.8$  (°F)

$$S_y = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (\frac{9}{5}x_i + 32 - (\frac{9}{5}\bar{X} + 32))^2} = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (\frac{9}{5})^2 (x_i - \bar{X})^2}$$

$$= \frac{9}{5} \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{X})^2} = \frac{9}{5} \times S_x = \frac{9}{5} \times 3.5 = 6.3$$

12、求十個數值資料 1991, 1992, ..., 1999, 2000 的全距、四分位差與標準差為\_\_\_\_\_。（取至整數）

**答案**：9, 5, 3

**解析**：(1)全距 = 2000 - 1991 = 9。

(2)  $Q_1 = 1993, Q_3 = 1998, \therefore Q.D. = Q_3 - Q_1 = 5。$

(3)  $\bar{X} = 1995 + \frac{-4 - 3 - 2 - 1 + 0 + 1 + 2 + 3 + 4 + 5}{10} = 1995.5$

$$y_i = x_i - 1995 \Rightarrow -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5$$

$$\therefore S_x = S_y = \sqrt{\frac{1}{9} [16 + 9 + 4 + 1 + 1 + 4 + 9 + 16 + 25 - 10 \times (0.5)^2]} = 3.02 \doteq 3。$$

13、擲一不公正骰子 50 次，將其結果紀錄如下表，則其點數的  $Q_1 =$  \_\_\_\_\_， $Q.D. =$  \_\_\_\_\_。

點數	1	2	3	4	5	6
次數	12	15	7	8	3	5

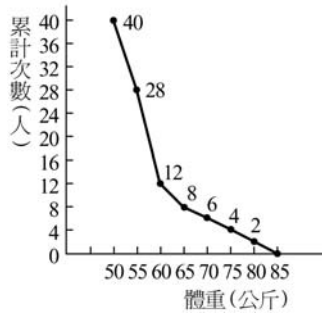
**答案**：2; 2

**解析**：  $\frac{50}{2} = 25$

$Q_1 = x_{\frac{1+25}{2}} = x_{13}$  為第 13 個數  $\therefore Q_1 = 2$

$Q_3 = x_{\frac{26+50}{2}} = x_{38}$  為第 38 個數  $\therefore Q_3 = 4 \quad \therefore Q.D. = 2$

14、下圖為高二 27 班體重累積次數分配曲線圖，則(1)  $Q_1 =$  \_\_\_\_\_，(2)  $Q.D. =$  \_\_\_\_\_。



**答案**：(1)  $54\frac{1}{6}$  62.5 (2)  $8\frac{1}{3}$

**解析**：

分數	50~55	55~60	60~65	65~70	70~75	75~80	80~85
次數	12	16	4	2	2	2	2

$$Q_1 = 50 + \frac{\frac{40}{4} - 0}{12} \times 5 = 54\frac{1}{6}, \quad Q_3 = 60 + \frac{\frac{3 \times 40}{4} - 28}{4} \times 5 = 62\frac{1}{2}$$

$$Q.D. = 62\frac{1}{2} - 54\frac{1}{6} = 8\frac{1}{3}$$

15、有 10 個人在某次考試得到平均分數 56，標準差為 4，若 10 個人中的 8 個人的得分是：50, 52, 53, 54, 56, 57, 60, 61，試求其他 2 人的得分為\_\_\_\_\_分。

**答案**：55, 62

**解析**：設此二人得分為  $x, y$ ， $\therefore x = a + 56, y = b + 56$

$$\therefore \begin{cases} 56 = 56 + \frac{-6 - 4 - 3 - 2 + 0 + 1 + 4 + 5 + a + b}{10} \\ 4 = \sqrt{\frac{1}{9}(36 + 16 + 9 + 4 + 1 + 16 + 25 + a^2 + b^2)} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a + b = 5 \dots\dots\dots ① \\ a^2 + b^2 = 37 \dots\dots\dots ② \end{cases}$$

由①代入②解得  $a = 6, b = -1$  或  $a = -1, b = 6$ ， $\therefore$  此二人分數為 55 分，62 分。

16、某次數學科考試統計結果如下表：求全部 100 人的算術平均數及標準差各為\_\_\_\_\_。  
(取至整數)

	甲班	乙班
平均分數	70 分	65 分
標準差	10 分	8 分
人數	40 人	60 人

**答案**：67 分, 9

**解析**： $\bar{X}_{全} = \frac{40 \times 70 + 65 \times 60}{100} = 67$  (分)

$$S = \sqrt{\frac{1}{n-1} [\sum_{i=1}^n x_i^2 - n(\bar{x})^2]} \Rightarrow \text{公式 } \sum_{i=1}^n x_i^2 = (n-1)S^2 + n(\bar{x})^2$$

$$\Rightarrow \sum_{k=1}^{40} \text{甲}_k^2 = (50-1) \times 10^2 + 50 \times 70^2 = 199900$$

$$\Rightarrow \sum_{k=1}^{60} Z_k^2 = (60-1) \times 8^2 + 60 \times 65^2 = 257276, \therefore \text{全}^2 = \sum_{k=1}^{40} \text{甲}_k^2 + \sum_{k=1}^{60} Z_k^2 = 506176$$

$$\therefore S_{\text{全}} = \sqrt{\frac{1}{99}(\text{全}^2 - 100 \times 67^2)} \div 9.$$

17、某班學生 50 人，數學競試成績的算術平均數為 76 分，標準差為 5 分。今將這班學生分成兩組，第一組有 40 人，平均成績為 77 分，標準差為 4。另一組學生有 10 人，則他們的算術平均數為\_\_\_\_\_分，標準差為  $S$ ，則  $S^2 =$ \_\_\_\_\_（以分數表示之）

**答案**：72;  $\frac{401}{9}$

**解析**：另一組學生 10 人，算術平均數  $\bar{y}$  分，標準差  $S_y$  分

$$\therefore 10\bar{y} + 40 \times 77 = 50 \times 76 \Rightarrow \bar{y} = 72,$$

將分數平移 76 分，二組成績分別為  $x_1, x_2, x_3, \dots, x_{38}, x_{39}, x_{40}; y_1, y_2, y_3, \dots, y_{10}$ ，不改

$$\text{變標準差 } 5 = \sqrt{\frac{1}{49}[(\sum_{i=1}^{40} x_i^2 + \sum_{i=1}^{10} y_i^2) - 50 \times 0^2]} \Rightarrow \sum_{i=1}^{40} x_i^2 + \sum_{i=1}^{10} y_i^2 = 49 \times 25$$

$$4 = \sqrt{\frac{1}{39}[\sum_{i=1}^{40} x_i^2 - 40 \times 1^2]} \Rightarrow \sum_{i=1}^{40} x_i^2 = 39 \times 16 + 40$$

$$\therefore \sum_{i=1}^{10} y_i^2 = 49 \times 25 - 39 \times 16 - 40 = 561$$

$$S_y = \sqrt{\frac{1}{9} \times [561 - 10 \times (-4)^2]} = \frac{\sqrt{401}}{3} \Rightarrow S^2 = \frac{401}{9}$$

18、從 12 筆數值資料計算得其算術平均數為 63，標準差為 25，隨後發現其中有 10, 16 兩數不可靠，試求剩下 10 個數的算術平均數為\_\_\_\_\_，若標準差為  $S$ ，則  $S^2 =$ \_\_\_\_\_（以分數表示之）

**答案**：73;  $\frac{857}{9}$

**解析**： $\bar{x} = \frac{12 \times 63 - 10 - 16}{10} = 73$

將資料平移 73 分得  $a_i$  與  $-63, -57$

$$25^2 = \frac{1}{11}(\sum_{i=1}^{10} a_i^2 + 3969 + 3249) - \frac{12}{11} \times (-10)^2$$

$$\therefore \sum a_i^2 = 11 \times 25^2 + 12 \times 10^2 - 3969 - 3249 = 857$$

$$\therefore 10 \text{ 個數的標準差為 } \sqrt{\frac{1}{9} \times 857 - 0} = \sqrt{\frac{857}{9}}, S^2 = \frac{857}{9}$$

19、一菜販本週每天的收入分別為 3037, 3196, 2931, 3143, 3355, 3249, 3090 元，則其每天平均收入為\_\_\_\_\_元，又標準差為\_\_\_\_\_元。

**答案**：3143;  $53\sqrt{7}$

**解析**：收入全部減去 3000

$$(37 + 196 + (-69) + 143 + 355 + 249 + 90) \div 7 = 143$$

$$\therefore \text{每日平均收入 } 3000 + 143 = 3143 \text{ 元,}$$

$$\text{收入減去 } 3143 \text{ 元得 } -106, 53, -212, 0, 212, 106, 53$$

$$\text{再同除 } 53 \text{ 可得 } -2, 1, -4, 0, 4, 2, 1$$

標準差為  $\sqrt{\frac{1}{6} \times [(-2)^2 + 1^2 + (-4)^2 + 0^2 + 4^2 + 2^2 + 1^2]} = \sqrt{7}$ ，原資料之標準差為  $53\sqrt{7}$  元

20、某次測驗滿分 60 分，老師求出算術平均數為 27 分，標準差為 3 分，若老師將每位同學分數乘以  $\frac{5}{3}$  倍，使滿分變為 100 分，則此時標準差為\_\_\_\_\_分，校長看到分數仍然太低，要求老師給每位同學再加 10 分，則加分後標準差為\_\_\_\_\_。

**答案**：(1)  $3 \times \frac{5}{3} = 5$  (2) 5(因加分不改變標準差)

21、試求數值資料 36, 66, 56, 42, 45, 39, 15, 61, 78, 49, 75, 20, 25, 47, 56, 20, 33, 65, 43, 67, 75, 54, 52 的全距和四分位差。

**答案**：共有 23 筆資料。 $\frac{23-1}{2} = 11$

由小而大的前 11 筆資料為：

15, 20, 20, 25, 33, 36, 39, 42, 43, 45, 47

↑

$Q_1$

後 11 筆資料為：

53, 54, 56, 56, 61, 65, 66, 67, 75, 75, 78

↑

$Q_3$

全距為  $78 - 15 = 63$ 。四分位差  $Q.D. = 65 - 36 = 29$ 。

22、下表為高二 32 班 50 位同學國文成績次數分配表，試完成下表並且求出其算術平均數與標準差。

國文分數	次數 (人) $f_i$	組中點 $x_i$	$d_i$	$f_i d_i$	$f_i d_i^2$
50~60	4				
60~70	11				
70~80	18				
80~90	10				
90~100	7				
總計					

**答案**：

國文分數	次數 $f_i$	$x_i$	$d_i$	$f_i d_i$	$f_i d_i^2$
50~60	4	55	-2	-8	16
60~70	11	65	-1	-11	11
70~80	18	75	0	0	0
80~90	10	85	1	10	10
90~100	7	95	2	14	28
總計	50			5	65

$$\bar{x} = 75 + 10 \times \frac{5}{50} = 76 ; S = 10 \times \sqrt{\frac{1}{49} \times [65 - \frac{1}{50} \times 5^2]} = \frac{5}{7} \sqrt{258}$$