

範圍	3-1 機率(1)	班級	普二	班	姓
		座號			名

一、單一選擇題 (每題 10 分)

1、(A) 甲、乙、丙三人合住一室，每天抽籤決定一人打掃。試求「在六天中每人恰好各打掃了兩天」的機率 (A)  $\frac{10}{81}$  (B)  $\frac{2}{15}$  (C)  $\frac{11}{60}$  (D)  $\frac{5}{18}$  (E)  $\frac{1}{3}$

解析：甲甲乙乙丙丙之直線排列  $\frac{6!}{3^6} = \frac{10}{81}$

2、(D) 一次擲出兩枚公正的骰子，其點數和為  $K$  之機率為  $\frac{1}{12}$ ，則  $K =$

(A)2 (B)5 (C)8 (D)10 (E)11

解析：

點數和	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
機率	$\frac{1}{36}$	$\frac{2}{36}$	$\frac{3}{36}$	$\frac{4}{36}$	$\frac{5}{36}$	$\frac{6}{36}$	$\frac{5}{36}$	$\frac{4}{36}$	$\frac{3}{36}$	$\frac{2}{36}$	$\frac{1}{36}$

∴  $K = 4$  或  $10$

3、(D) 一次擲出三枚公正的骰子，其點數和為 4 的倍數，則其機率為

(A)  $\frac{3}{216}$  (B)  $\frac{32}{216}$  (C)  $\frac{40}{216}$  (D)  $\frac{55}{216}$  (E)  $\frac{60}{216}$

解析：2345642

點數和	3,18	4,17	5,16	6,15	7,14	8,13	9,12	10,11
機率	$\frac{1}{216}$	$\frac{3}{216}$	$\frac{6}{216}$	$\frac{10}{216}$	$\frac{15}{216}$	$\frac{21}{216}$	$\frac{25}{216}$	$\frac{27}{216}$

$$\frac{3}{216} + \frac{21}{216} + \frac{25}{216} + \frac{6}{216} = \frac{55}{216}$$

4、(C) 一次擲出三枚公正的骰子，其點數和為 15 的因數，則其機率為

(A)  $\frac{8}{216}$  (B)  $\frac{10}{216}$  (C)  $\frac{17}{216}$  (D)  $\frac{24}{216}$  (E)  $\frac{31}{216}$

解析：設點數和為  $x$ ，參閱上題表列機率

$$P(x=1)=0, P(x=3)=\frac{1}{216}, P(x=5)=\frac{6}{216}, P(x=15)=P(x=6)=\frac{10}{216},$$

$$\frac{1}{216} + \frac{6}{216} + \frac{10}{216} = \frac{17}{216}$$

二、填充題 (每題 10 分)

5、一袋中有編號 1、2、3 的三個紅球，編號 1、2、3、4 的四個黃球，編號 1、2、3、4、5 的五個藍球，每球被取到之機會均等，今任意抽出二球則

(1)二球同色的機率為\_\_\_\_\_，(2)二球不同號的機率為\_\_\_\_\_。

答案：(1)  $\frac{19}{66}$  (2)  $\frac{28}{33}$

**解析**：(1) 二球同色  $\Rightarrow$  二紅、二黃、二藍  $\Rightarrow \frac{C_2^3 + C_2^4 + C_2^5}{C_2^{12}} = \frac{19}{66}$

(2) 二球不同號  $\Rightarrow$  全 - 二球同號  $\Rightarrow 1 - \frac{C_2^3 \times 3 + C_2^2}{C_2^{12}} = \frac{28}{33}$

6、將“ $a、a、a、b、b、c、d$ ”七個字母排成一列

(1)  $b$  與  $b$  相鄰而三個  $a$  均不相鄰之機率為\_\_\_\_\_。

(2) 相同字母不得相鄰之機率為\_\_\_\_\_。

**答案**：(1)  $\frac{3! \times C_3^4}{7!} = \frac{2}{35}$

(2) 「先排  $b、b、c、d$  再插入 3 個  $a$ 」，再扣除  $bb$  相連者  $\frac{4! C_3^5 - 3! C_3^4}{7!} = \frac{8}{35}$

7、甲、乙二人玩剪刀、石頭、布時，二人平手的機率為\_\_\_\_\_，若改為甲、乙、丙三人玩，三人平手的機率為\_\_\_\_\_。

**答案**：(1)  $\frac{1}{3}$  (2)  $\frac{1}{3}$

**解析**：(1) 二人同拳  $\Rightarrow$  二剪刀、二石頭、二布  $\Rightarrow \frac{3}{3 \times 3} = \frac{1}{3}$

(2) 三人同拳、不同拳  $\Rightarrow \frac{3+3!}{3 \times 3 \times 3} = \frac{9}{27} = \frac{1}{3}$

8、金先生在提款時忘了帳號密碼，但他還記得密碼的四位數字中，有兩個 3，一個 8，一個 9，於是他就用這四個數字隨意排成一個四位數字輸入提款機嘗試。請問他只試一次就成功的機率有多少？答：\_\_\_\_\_。(化成最簡分數)

**答案**： $\frac{1}{12}$

**解析**： $\frac{1}{\frac{4!}{2!}} = \frac{1}{12}$

9、樣本空間  $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$  的所有事件共有\_\_\_\_\_種。

**答案**：64

**解析**： $2^6 = 64$ ， $\therefore$  共有 64 種事件。

10、袋子中有 5 個 1 號球，4 個 2 號球，3 個 3 號球，2 個 4 號球，1 個 5 號球，設每球被取到之機會相等，則

(1) 取到 2 號球之機率為\_\_\_\_\_，(2) 取到奇數號球之機率為\_\_\_\_\_。

**答案**：(1)  $\frac{4}{1+2+3+4+5} = \frac{4}{15}$  (2)  $\frac{5+3+1}{15} = \frac{3}{5}$

11、擲一均勻硬幣，則恰在第 10 次出現第 7 個正面的機率是\_\_\_\_\_。

**答案**： $\frac{21}{256}$

**解析**：A 表出現第 7 個正面的事件，即前九次中出現六次正面、三次反面

$$\therefore P(A) = C_6^9 \times \left(\frac{1}{2}\right)^6 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^3 \cdot \left(\frac{1}{2}\right) = \frac{21}{256}。$$

12、一次擲出 3 枚公正的骰子，則點數和大於 4 的機率為\_\_\_\_\_。

**答案**：

點數和	3	4
機率	$\frac{1}{216}$	$\frac{3}{216}$

$$\therefore 1 - \frac{1}{216} - \frac{3}{216} = \frac{53}{54}。$$

13、若將氣候狀況歸類為晴天、陰天、雨天三種，某人由過去之經驗統計得，晴天之機率為  $\frac{7}{15}$ ，陰天的機率為  $\frac{7}{30}$ ，則(1)雨天的機率為\_\_\_\_\_，(2)又晴天或雨天的機率為\_\_\_\_\_。

**答案**：(1)  $1 - \frac{7}{15} - \frac{7}{30} = \frac{3}{10}$  (2)  $\frac{7}{15} + \frac{3}{10} = \frac{23}{30}$

14、4 個人中，任意兩個人都不在同一月份出生的機率是\_\_\_\_\_。

**答案**：  $\frac{55}{96}$

**解析**：  $P(\text{任兩人不在同一月份出生}) = \frac{P_4^{12}}{12^4} = \frac{55}{96}。$

15、袋中有大小相同的紅球 4 個，黑球 3 個，自袋中一次任取 3 個球，取得 2 個紅球，1 個黑球的機率為\_\_\_\_\_，若將此袋中的 7 個球任意貼上 1 到 7 的編號，則一次任取 3 個球，取得同色球的機率為\_\_\_\_\_。

**答案**：(1)  $\frac{C_2^4 C_1^3}{C_3^7} = \frac{18}{35}$  (2)  $\frac{C_3^4 + C_3^3}{C_3^7} = \frac{1}{7}$

16、不同尺寸的黑皮鞋二雙，紅皮鞋三雙，設每隻鞋被取到之機會均等，自其中任取四隻恰能配成一雙的機率為\_\_\_\_\_，若改為相同尺寸相同式樣的黑皮鞋二雙，紅皮鞋三雙，自其中任取四隻恰能配成二雙的機率為\_\_\_\_\_。

**答案**：(1)  $\frac{4}{7}$  (2)  $\frac{23}{105}$

**解析**：(1) 恰能配成一雙即如五對夫婦選四人其中含一對夫婦  $\Rightarrow \frac{C_1^5 C_2^4 (C_1^2)^2}{C_4^{10}} = \frac{4}{7}$

(2) 恰能配成二雙即從 2 黑左、2 黑右；3 紅左、3 紅右中選出  
 (二雙黑)+(二雙紅)+(一雙黑一雙紅)  $\Rightarrow \frac{C_2^3 C_2^3 + C_2^2 C_2^2 + C_1^3 C_1^3 C_1^2 C_1^2}{C_4^{10}} = \frac{23}{105}$

17、將甲、乙等 9 人任意分成三組，每組三人，則甲、乙在同一組的機率為\_\_\_\_\_。

**答案**：  $\frac{C_1^7 C_3^6 C_3^3}{3! C_3^9 C_3^6 C_3^3} = \frac{1}{4}$

18、將 5 個不同的球丟入 3 個不同的箱子：

(1)每箱均有球之機率為\_\_\_\_\_，(2)恰有一個空箱之機率為\_\_\_\_\_。

**答案**：(1)  $\frac{3^5 - C_1^3 \cdot 2^5 + C_2^3 \cdot 1^5}{3^5} = \frac{50}{81}$  (2)  $\frac{C_1^3(2^5 - 2)}{3^5} = \frac{10}{27}$

19、自 A、B、C 等 10 人中選出 5 人為國手，則

(1) A、B 均入選為國手之機率為\_\_\_\_\_，

(2) A、B、C 三人中至少有二人入選為國手的機率為\_\_\_\_\_。

**答案**：(1)  $\frac{C_3^8}{C_5^{10}} = \frac{2}{9}$  (2)  $\frac{C_2^3 C_3^7 + C_3^3 C_2^7}{C_5^{10}} = \frac{1}{2}$

20、投擲一骰子， $P(\{1\}) = P(\{6\}) = 2P(\{2\}) = 2P(\{5\}) = 3P(\{3\}) = 3P(\{4\})$ ，則

$P(\{3\}) = \underline{\hspace{2cm}}$ ，又 A 表示偶數點的事件，則  $P(A) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

**答案**：設  $P(\{1\}) = P(\{6\}) = 2P(\{2\}) = 2P(\{5\}) = 3P(\{3\}) = 3P(\{4\}) = 6K$

點數	1	2	3	4	5	6
機率	6K	3K	2K	2K	3K	6K

$$\therefore 2(2K + 3K + 6K) = 1 \Rightarrow K = \frac{1}{22} \therefore P(\{3\}) = \frac{2}{22} = \frac{1}{11}, P(A) = 3K + 2K + 6K = 11K = \frac{1}{2}$$

21、A、B 等八件相異物品，被分為 2 件、3 件、3 件三堆，則

(1) A、B 二件物品恰在同一堆之機率為\_\_\_\_\_，

(2) A、B 均不在 2 件的那一堆中，且 A、B 不在同一堆之機率為\_\_\_\_\_。

**答案**：(1)  $\frac{\frac{C_3^6 C_3^3}{2!} + C_2^6 C_1^4 C_3^3}{C_2^8 C_3^6 C_3^3} = \frac{1}{4}$  (2)  $\frac{\frac{C_2^6 C_2^4 C_2^2}{3!} \times C_1^3 \times 2!}{C_2^8 C_3^6 C_3^3} = \frac{9}{28}$

22、自一副撲克牌中，任意抽出一張牌，若每張被抽出的機會均等，則抽到 A, K, Q, J 的機率是\_\_\_\_\_。

**答案**： $\frac{4}{13}$

**解析**：A, K, Q, J 共有  $4 \times 4 = 16$  張， $\therefore$  抽到 A, K, Q, J 的機率是  $\frac{16}{52} = \frac{4}{13}$ 。

23、甲、乙、丙等 8 人圍一圓桌任意就座，則甲、乙、丙三人相鄰的機率為\_\_\_\_\_。

**答案**： $\frac{5 \times 3!}{8!} = \frac{1}{8}$

24、森林中學有四位同學，將繡有個人姓名的制服外套，每人各一件放在一起，然後四位同學再分別隨意由其中抽出一件拿走，則

(1) 恰有一人拿對外套的機率為\_\_\_\_\_，(2) 四人外套均拿錯的機率為\_\_\_\_\_。

**答案**：(1)  $\frac{C_1^4 \times N_3^3}{4!} = \frac{C_1^4 (3! - C_1^3 2! + C_2^3 1! - C_3^3 0!)}{4!} = \frac{1}{3}$   
 (2)  $\frac{N_4^4}{4!} = \frac{4! - C_1^4 3! + C_2^4 2! - C_3^4 1! + C_4^4 0!}{4!} = \frac{3}{8}$