

高雄市明誠中學 高二數學平時測驗 日期：94.04.30				
範圍	2-4 組合 2	班級	普二 班	姓名
		座號		

一、填充題 (每題 10 分)

1、將 18 個蘋果全部分給甲、乙、丙、丁四人。若甲至少得 1 個，乙至少得 2 個，丙至少得 3 個，丁至少得 4 個，共有幾種分法？

答案：共有 $H_{18-1-2-3-4}^4 = H_8^4 = C_8^{11} = C_3^{11} = 165$ 種分法。

2、由 6 個男生和 5 個女生中，選出一個 5 人委員會，其中男女生至少各 2 名，總共有幾種不同的選法？

答案：這個委員會的組成是 3 男 2 女或 2 男 3 女。共有 $C_3^6 \times C_2^5 + C_2^6 \times C_3^5 = 350$ 種選法。

3、9 個相同的球任意分給甲、乙、丙三人，其中甲至少 1 球，乙至少 2 球，丙至少 2 球，則其分法有多少種？又若改為其中一人至少得 1 球，另外 2 人至少得 2 球，則其分法有多少種？

答案：(1) $H_{9-1-2-2}^3 = H_4^3 = C_4^6 = 15$

(2) $9 = (6, 2, 1) = (5, 3, 1) = (5, 2, 2) = (4, 3, 2) = (4, 4, 1) = (3, 3, 3)$

$$3! + 3! + \frac{3!}{2!} + 3! + \frac{3!}{2!} + \frac{3!}{3!} = 25$$

4、滿足 $10 \leq x \leq y \leq z \leq 25$ 的整數 x, y, z 共有幾組？

答案：從 10 到 25 的整數共有 $25 - 10 + 1 = 16$ 個。從這 16 個整數中可重複地任選 3 個，選法有 $H_3^{16} = C_3^{18} = 816$ 種。每一種選法，就是 x, y, z 的一組解，故共有 816 組。

5、將英文字“mathematical”的字母，取出 3 個，共有多少種取法？又有幾種不同的排列法？

答案：(1)78 種(2)400 種

解析：字母有 a,a,a,m,m,t,t,h,e,i,c,l 共十二個

	取法	排列數
三同	$C_1^1 = 1$	$1 \times \frac{3!}{3!} = 1$
二同一異	$C_1^3 C_1^7 = 21$	$21 \times \frac{3!}{2!} = 63$
三異	$C_3^8 = 56$	$56 \times 3! = 336$
合計	78	400

取法 78 種，排列法 400 種。

6、將 6 個相同蘋果分給甲、乙、丙、丁四個人。

(1) 6 個蘋果全部分下去，每人可兼得亦可不得，共有幾種分法？

(2) 6 個蘋果可以不全部完，甚至可以完全不分下去，每人可兼得亦可不得，共有幾

種分法？

(3)甲至少得 1 個，乙至少得 2 個，丙、丁可兼得亦可不得，

①若全部分完，共有幾種分法？②若可以不分完，共有幾種分法？

答案：(1) $H_6^4 = C_6^9 = 84$ 種。

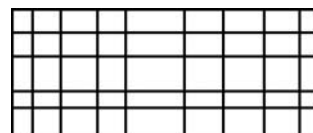
(2)相當於全部分給「留下、甲、乙、丙、丁」五個人。共有 $H_6^5 = C_6^{10} = 210$ 種。

(3)先分給甲 1 個，乙 2 個，剩下 $6-1-2=3$ 個。

①這 3 個再分下去，有 $H_3^4 = C_3^6 = 20$ 種分法。

②如果剩下的 3 個可以不全部分完，則有 $H_3^5 = C_3^7 = 35$ 種分法。

7、右圖是由 10 條鉛垂線和 6 條水平線所作成，其中大大小小的矩形有多少個？



答案：圖中的每一個矩形都是由二鉛垂線和二水平線所圍成的，而二鉛垂線的取法有 C_2^{10} 種，二水平線的取法有 C_2^6 種，因此總共有 $C_2^{10} \times C_2^6 = 675$ 個矩形。

8、在 $(a+b+c+d)^7$ 的展開式中，

(1)共有多少項？

(2)各項係數和是多少？

(3)與 a^3b^4 同型的項有多少個？

(4)與 $a^2b^2c^3$ 同型的項有多少個？

答案：(1)共有 $H_7^4 = C_7^{10} = C_3^{10} = 120$ 項。

(2)各項係數和 $= (1+1+1+1)^7 = 16384$ 。

(3)有 $C_2^3 \times 2! = P_2^4 = 4 \times 3 = 12$ 個。

(4)有 $C_2^4 \cdot C_1^2 = 12$ 個。

9、從一副撲克牌中，抽出其中 5 張，這 5 張同花的情形共有幾種？

答案：先從 4 種花色，選出一種，再從選中花色之 13 張牌中抽出其中 5 張，總共有 $C_1^4 \times C_5^{13} = 5148$ 種。

10、將 8 名學生分配住進 A, B 兩寢室，每室住 4 名，共有幾種分配法？

答案：共有 $\frac{C_4^8 \times C_4^4}{2!} = 70$ 種分配法。

11、從 10 顆不同的寶石中，任意選出 8 顆，串成一串項鍊，共有幾種方法？

答案：共有 $C_8^{10} \times \frac{8!}{8} \times \frac{1}{2} = 113400$ 種方法。

12、一個凸九邊形的對角線在圖形內最多有幾個交點？

答案：任取 4 個頂點，可以得到兩對角線在九邊形內部的一個交點。最多有 $C_4^9 = 126$ 個。

13、從 10 人中任意選出 8 人圍一圓桌而坐，共有幾種方法？

答案：共有 $C_8^{10} \times \frac{8!}{8} = 45 \times 5040 = 226800$ 種方法。

14、從 10 人中任意選出 8 人圍一方桌而坐，每邊坐 2 人，共有幾種方法？

答案：共有 $C_8^{10} \times \frac{8!}{8} \times 2 = 453600$ 種方法。

15、從 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 中任取相異三數，其積為奇數之方法總數為 a ，而任取相異二數，其和為奇數之方法總數為 b ，則

(1) () $a =$ (A)36 (B)10 (C)5 (D)25 (E)125。

(2) () $b =$ (A)10 (B)15 (C)20 (D)25 (E)30。

答案：(1) (B) (2) (C)

解析：(1) 奇數相乘才可得奇數 $\therefore a = C_3^5 = 10$

(2) 一奇一偶相加其和為奇數 $\therefore b = C_1^5 C_1^4 = 20$

16、九位學生數學抽考分數分別為：30,40,60,50,70,80,60,90,60，從此 9 個數取出 3 個，則

(1) () 所取出的三個分數中至少有一個為 60 分的取法有幾種？

(A)18 (B)21 (C)35 (D)40 (E)64。

(2) () 所取出的三個分數的中位數等於 60 分的取法有幾種？

(A)18 (B)27 (C)43 (D)46 (E)55。

答案：(1) (E) (2) (D)

解析：抽考考卷上有不同的學生名字，因此 3 張 60 分考卷分別屬於不同的考生，

(1) 全 - 取出分數皆非 60 者， $C_3^9 - C_3^6 = 64$

$$(2) \left. \begin{array}{l} \times 60 \times C_1^3 C_1^3 C_1^3 = 27 \\ 60 60 \times C_2^3 C_1^3 = 9 \\ \times 60 60 C_1^3 C_2^3 = 9 \\ 60 60 60 1 \end{array} \right\} \text{合計} 46$$