

高雄市明誠中學 高二數學平時測驗 日期：94.04.28				
範圍	2-4 組合	班級	普二 班	姓名
		座號		

一、單一選擇題 (每題 0 分)

1、(E) 從 6 名男人，5 名女人中選取 4 人，其中至少 2 名為男人，1 名為女人，試問共有多少選法？ (A)50 (B)100 (C)150 (D)200 (E)250

解析：情況 I：2 男 2 女， $C_2^6 C_2^5 = 150$ ；情況 II：3 男 1 女， $C_3^6 C_1^5 = 100$ ，共 250 種

2、(B) 某班有 32 個同學，欲選舉一位班長，共提名 3 個同學甲、乙、丙出來候選。假設沒有廢票，開票數的分布情形共有多少種可能？

(A)468 種 (B)561 種 (C)4960 種 (D)5984 種 (E)6545 種

解析： $H_{32}^3 = C_{32}^{34} = 561$

二、填充題 (每題 10 分)

3、方程式 $x + y + z + u = 12$ ，則：

(1)非負整數解有_____組。(2) $x > 2, y \geq 3, z > 1, u \geq 1$ 時，正整數解有_____組。

答案：(1)455；(2)20

解析：(1)非負整數解有 $H_{12}^4 = C_{12}^{15} = 455$ (組)。

(2) $x > 2, y \geq 3, z > 1, u \geq 1 \Rightarrow x \geq 3, y \geq 3, z \geq 2, u \geq 1$

(x 先得 3, y 先得 3, z 先得 2, u 先得 1)，正整數解有 $H_{12-3-3-2-1}^4 = H_3^4 = C_3^6 = 20$ (組)。

4、不等式 $x + y + z \leq 9$ 的非負整數解共有_____組。

答案： $x + y + z + t = 9$ 之非負整數解 $H_9^4 = C_9^{12} = 220$

5、滿足 $8 \leq x \leq y \leq z \leq 20$ 的整數 x, y, z 共有_____組。

答案：8 至 20 的 13 個數中(可重複)取 3 個 $H_3^{13} = C_3^{15} = 455$

6、(1)若 $C_4^n = C_3^n$ ，則 $n =$ _____。(2)若 $C_3^{n+1} = 4 \times C_2^{n-1}$ ，則 $n =$ _____。

答案：(1) $n = 3 + 4 = 7$

(2) $\frac{(n+1)n(n-1)}{3 \times 2 \times 1} = 4 \times \frac{(n-1)(n-2)}{2 \times 1}$ ， $n-1 \geq 2 \therefore n \geq 3 \Rightarrow n(n+1) = 12(n-2)$

$(n-3)(n-8) = 0$ ， $n = 3$ 或 8

7、(1)5 件不同的玩具分給甲 2 件，乙 1 件，丙 2 件，則其分法有_____種。

(2)5 件不同的玩具分成 2 件，2 件，1 件等三堆，則其分法有_____種。

(3)5 件不同的玩具按 2 件，2 件，1 件之比例，任意分給甲、乙、丙三人，則其分法有_____種。

答案：(1) $\frac{C_2^5 C_1^3 C_2^2}{2!} \times 2! = 30$ (2) $\frac{C_2^5 C_1^3 C_2^2}{2!} = 15$ (3) $\frac{C_2^5 C_1^3 C_2^2}{2!} \times 3! = 90$

8、因乾旱水源不足自來水公司計畫在下週一至週日的 7 天中選擇 2 天停止供水。若要求停水的兩天不相連，則自來水公司共有多少種選擇方式？_____種。

答案：15 種

解析：7 天中選擇 2 天停止供水，相當於 $\vee \vee \bigcirc \bigcirc \bigcirc \bigcirc \bigcirc$ 之排列

如 $(\vee \bigcirc \vee \bigcirc \bigcirc \bigcirc \bigcirc)$ ，則相當於在星期一與三停水。因此共有 $\frac{6!}{2!4!} = 15$ (種)

9、將五封寫好的信紙放入寫好收信人姓名的信封內，則全部放錯的情形有_____種。

答案：44

解析：全部放錯的情形有 $N_5^5 = 5! - C_1^5 \cdot 4! + C_2^5 \cdot 3! - C_3^5 \cdot 2! + C_4^5 \cdot 1! - C_5^5 \cdot 0! = 44$ (種)。

10、有 3 個罐子及四種不同的調味醬，每個罐子，只能選一種調味醬倒入，任一種調味醬均有足夠的份量倒 3 罐，則

(1)若罐子不同，每罐內調味醬也不同，則其方法有_____種。

(2)若罐子不同，每罐內調味醬可以相同，則其方法有_____種。

(3)若罐子相同，每罐內調味醬不同，則其方法有_____種。

(4)若罐子相同，每罐內調味醬可以相同，則其方法有_____種。

答案：(1) $P_3^4 = 4 \times 3 \times 2 = 24$ (2) $4^3 = 64$ (3) $C_3^4 = 4$ (4) $H_3^4 = C_3^6 = 20$

11、在 $(a+b+c+d)^5$ 的展開式中，共有_____項，與 abc^3 同型的項有_____項。

答案：(1) $H_5^4 = C_5^7 = 21$ (2) $C_1^4 C_2^3 = 12$

12、求 $C_2^6 + C_3^7 + C_4^8 + \dots + C_8^{12} + C_9^{13}$ 之值為_____。

答案：1996

解析：利用巴斯卡定理，補一 C_1^6

$$\begin{aligned} \therefore C_2^6 + C_3^7 + C_4^8 + \dots + C_8^{12} + C_9^{13} &= (C_1^6 + C_2^6 + C_3^7 + C_4^8 + \dots + C_8^{12} + C_9^{13}) - C_1^6 \\ &= C_9^{14} - C_1^6 = 1996 \text{ (種)}. \end{aligned}$$

13、10 雙不同尺寸的鞋子，從中選取 4 隻，使得 4 隻均不成雙，共有_____種選法。

答案：3360

解析： n (均不成雙) = $C_4^{10} \times 2^4$ (先取 4 雙鞋，再從每雙鞋中各選 1 隻) = 3360 (種)。

14、設 5 件玩具分給 3 人，每人至少一件，依下列情形，方法各有多少？

(1)玩具不同_____。(2)玩具相同_____。

答案：150；6

解析：(1) $3^5 - 3 \cdot 2^5 + 3 \cdot 1^5 - 0^5 = 150$ 。

$$(2) H_{5-1-1-1}^3 = H_2^3 = C_2^4 = 6$$

15、將 a, b, c, d, e, f 六件不同禮物，

(1)分成三堆，其中兩堆各 1 件，一堆有 4 件的分法有_____種。

(2)分給甲，乙，丙三人，則每人各得二件的方法有_____種。

(3)若 a, b 禮物只能分給同一人，且每人各得 2 件，則分法共有_____種。

答案：(1)15 (2)90 (3)18

解析：(1) $\frac{C_1^6 \cdot C_1^5 \cdot C_4^4}{2!} = 15$ 。(2) $\frac{C_2^6 \cdot C_2^4 \cdot C_2^2}{3!} \times 3! = 90$ (3) $\frac{C_2^4 \cdot C_2^2}{2!} \times 3! = 18$

16、設 $C_m^{n-1} : C_m^n : C_m^{n+1} = 6 : 9 : 13$ ，求 $(n, m) =$ _____。

答案：(12, 4)

解析：由 $\begin{cases} C_m^{n-1} : C_m^n = 6 : 9 \\ C_m^n : C_m^{n+1} = 9 : 13 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 6 \times \frac{n!}{m!(n-m)!} = 9 \times \frac{(n-1)!}{m!(n-m-1)!} \\ 9 \times \frac{(n+1)!}{m!(n+1-m)!} = 13 \times \frac{n!}{m!(n-m)!} \end{cases}$

$$\therefore \begin{cases} n = 3m \\ 4n - 13m = -4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} n = 12 \\ m = 4 \end{cases}, \therefore (n, m) = (12, 4)。$$

17、設平面上有 12 個點，其中有 5 個點共線，此外任三點均不共線，問

(1)可決定_____條直線。(2)可決定_____個三角形。(以這 12 個點為頂點的三角形)

答案：57；210

解析：(1) $C_2^{12} - C_2^5 + 1 = 57$ 。(2) $C_3^{12} - C_3^5 = 210$

18、(1)5 個相同的球，在地上分成三堆，則其分法有_____種。

(2)5 個不同的球，在地上分成三堆，則其分法有_____種。

(3)5 個相同的球，任意分給甲、乙、丙三人，則其分法有_____種。

(4)5 個不同的球，任意分給甲、乙、丙三人，則其分法有_____種。

答案：(1) $5 \Rightarrow (5, 0, 0), (4, 1, 0), (3, 2, 0), (3, 1, 1), (2, 2, 1)$ ，5 種

$$(2) C_5^5 + C_4^5 C_1^1 + C_3^5 C_2^2 + \frac{C_3^5 C_1^2 C_1^1}{2!} + \frac{C_2^5 C_2^3 C_1^1}{2!} = 41$$

$$(3) H_5^3 = C_5^7 = 21 \quad (4) 3^5 = 243$$

19、將 6 名學生分配住進完全相同的兩間寢室，每室住 3 人，則共有_____種住法，若將寢室編號為 101 室與 102 室，則共有_____種住法。

答案：(1) $\frac{C_3^6 C_3^3}{2!} = 10$ (2) $\frac{C_3^6 C_3^3}{2!} \times 2! = 20$

20、自“cocacola”一字中的字母，任取三個字母排成一列，則有_____種不同的排法。

答案：52

解析：c：3 個，o：2 個，a：2 個，l：1 個

	選法	排列
三同	1	$1 \times \frac{3!}{3!} = 1$
二同一異	$C_1^3 \cdot C_1^3 = 9$	$9 \times \frac{3!}{2!} = 27$
三異	$C_3^4 = 4$	$4 \times 3! = 24$

\therefore 方法共有 $1 + 27 + 24 = 52$ (種)。

21、有 3 艘不同的渡船，今有 10 位朋友想乘船，若每艘船至多可載 4 人，則有_____種安全的乘坐方式，若 3 艘船完全相同，則有_____種安全的乘坐方式。

答案：(1) $10 \Rightarrow (4, 4, 2), (4, 3, 3), \frac{C_4^{10} C_4^6 C_2^2}{2!} \times 3! + \frac{C_4^{10} C_3^6 C_3^3}{2!} \times 3! = 22050$

$$(2) 22050 \div 3! = 3675$$

22、由五對夫妻中任選三人組成委員會，但規定夫妻不得同時當選，共有_____種選法，若五對夫妻中恰有一對李姓夫妻，則李先生或李太太至少有一人當選的方法有_____種。

答案：(1) $C_3^5 \times 2^3 = 80$

(2)李姓夫妻恰有一人當選： $C_1^2 C_2^8 = 56$ ，李姓夫妻都當選： $C_1^8 = 8$ 共 64 種