

高雄市明誠中學 高二數學平時測驗 日期：94.04.14				
範圍	2-3 排列	班級	普二 班	姓名
		座號		

一、填充題 (每題 10 分)

1、若 $P_3^{2n} = 28P_2^n$ ，則 $n =$ _____。

答案：4

解析： $2n(2n-1)(2n-2) = 28 \times n(n-1)$ $\because n \neq 0, n \neq 1 \therefore 2n-1=7, n=4$

2、由 0, 2, 4, 6, 8 五個數字中，取出四個作成四位數，數字不重複使用，則共有_____個，又其總和為_____，這些數如果由小而大排列其第 28 個數為_____，大於 6200 的四位數共有_____個。

答案：96, 519960, 4068, 42

解析：(1) $4 \times 4 \times 3 \times 2 = 96$

(2) 個位數字 0、2、4、6、8，分別有 $3 \times 3 \times 2 = 18$ 個，其和 $(0+2+4+6+8) \times 18$ ，
同理十位數字和 $(0+20+40+60+80) \times 18$ ，

百位數字和 $(0+200+400+600+800) \times 18$

千位數字和 $(2000+4000+6000+8000) \times 4 \times 3 \times 2$

$(2+4+6+8) \times (24000+1800+180+18) = 519960$

(3) 由小至大：

2			
---	--	--	--

 $4 \times 3 \times 2 = 24$ 個

4	0		
---	---	--	--

 排名第 28 為以 40 開頭之第 4 個數：4026, 4028, 4062, 4068, ...

(4) 由大至小：

8			
---	--	--	--

 $4 \times 3 \times 2 = 24$ 個

6	8		
---	---	--	--

，

6	4		
---	---	--	--

，

6	2		
---	---	--	--

 $3 \times 3 \times 2 = 18$ 個，

大於 6200 的四位數共 $24+18=42$ 個

3、甲、乙、丙、丁、戊五人排成一列，求下列各情形的排列數：

(1) 任意排列_____種；(2) 甲、乙兩人相鄰_____種；

(3) 甲、乙、丙三人彼此均不相鄰_____種。

答案：(1)120；(2)48；(3)12

解析：(1) 任意排列有 $5! = 120$ (種)。

(2) 甲、乙兩人相鄰可綁為一人，方法有 $4! \times 2! = 48$ (種)。

(3) 彼此不相鄰即其他人先排再插空隙，方法有 $2! \times P_3^3 = 12$ (種)。

4、五個座位排成一列，甲、乙、丙三人選相連之三座位，則有_____種坐法。

答案：18

解析：(1,2,3), (2,3,4), (3,4,5)

--	--	--	--	--

\therefore 相連的三個座位有 3 種方法，而甲、乙、丙三人彼此互換，方法有 $3 \times 3! = 18$ (種)。

5、將 1 到 5 號的球，隨意丟入 1 到 5 號的五個洞中，每個洞內恰有一球，則恰有 1 個球號與洞號相同的情形有_____種，球號與洞號均不同的情形有_____種。

答案：45, 44

解析：(1)先選 1 個球號與洞號相同，即其餘 4 個球號與洞號不同 N_4^4

$$5N_4^4 = 5(4! - 4 \times 3! + 6 \times 2! - 4 \times 1! + 1 \times 0!) = 45$$

$$(2) N_5^5 = 5! - 5 \times 4! + 10 \times 3! - 10 \times 2! + 5 \times 1! - 1 \times 0! = 44$$

6、調酒師有白酒、紅酒、米酒三種酒，要倒入五個不同的酒杯，且每杯只倒一種酒，又每種酒至少可倒五杯以上，則共有_____種倒法，若每種酒恰好只能倒二杯，則共有_____種倒法。

答案：243, 90

解析：(1) $3^5 = 243$

(2)多加一個虛擬酒杯，共有 2 杯白酒，2 杯紅酒，2 杯米酒，放入不同的 6 個酒杯，其排列法共有 $\frac{6!}{2!2!2!} = 90$ 種。

7、渡船有 A、B、C 三艘，每艘可載 4 人，請問 6 人同時渡河的安全渡法有_____種。

答案：690

解析：安全渡過 = 全部方法 - n (沉船) (即扣除(6, 0, 0), (5, 1, 0)兩類沉船的狀況)

$$= 3^6 - P_1^3 - 6 \times 1 \times P_3^3 = 690 \text{ (種)}。$$

8、由 0, 1, 2, 3, ..., 9 等 10 個數字作成三位數，若數字不可重覆，則偶數共有_____個。

答案：328

解析：偶數即末位數字為 0, 2, 4, 6, 8

--	--	--

0
2
4
6
8

∴偶數共有(個位為 0)及(個位非 0)兩種 $\Rightarrow 1 \times 9 \times 8 + 4 \times 8 \times 8 = 328$ (種)。

9、設甲、乙、丙、丁、戊、己、庚等七人排成一列：

(1)甲、乙、丙三人相連有_____種排法。

(2)甲、乙、丙三人完全不相鄰有_____種排法。

答案：720；1440

解析：(1) $5! \times 3! = 720$ (2) $4! \times P_3^5 = 1440$

10、從 1, 2, 4, 6, 8, 9 六個數字中，取出其中四個數字，可以重複，總共可以排成_____個四位數。

答案：1296

解析： $6^4 = 1296$

11、由 1, 2, 3, 4, 5, 6 六個數所組成(數字可以重覆)的四位數中含有奇數個 1 的數共有_____個。

答案：520

解析：

1			
---	--	--	--

 : $4 \times 5^3 = 500$

1	1	1	
---	---	---	--

 : $4 \times 5 = 20$

∴共有 $500 + 20 = 520$ (個)。

12、1 個位元組(byte)是由 8 個位元(bits)所組成的，而每一個位元是一個 0 或 1 的訊息，所以總共可以產生幾個不同的位元組？_____，用兩個位元組可表示幾個不同的訊息？_____

答案：總共可以產生 $2^8 = 256$ 個不同的位元組。

用兩個位元組，可以表示 $256^2 = 65536$ 個不同的訊息。

13、從 0, 1, 2, 3, 5, 7, 9 七個數字中，不許重複，任取三個數字，共可排成幾個三位數？

答案：三位數： $P_3^7 - P_2^6 = 210 - 30 = 180$ 個。

14、欲將 5 封信投入郵筒，結果發現眼前有 4 個郵筒都可以接受這些信件。請問這 5 封信有幾種不同的投法？

答案： $4^5 = 1024$ 。

15、將 1 個桃子，1 個李子，1 個蘋果，1 個梨子分給 5 個人，每人可兼得亦可不得，總共有幾種分法？

答案：總共有 $5^4 = 625$ 種分法。

16、將 3 個蘋果、4 個桃子、2 個李子全部分給 12 個兒童，每人至多得一個，共有幾種不同的分法？

答案：共有 $\frac{12!}{3!4!2!3!} = 277200$ 種不同的分法。

17、6 個女生及 5 個男生排成一列，同性不相鄰，共有幾種不同的排列法？

答案：在下圖的○表排女生，□表排男生。



女生的排列法： $6! = 720$ ，男生插空隙： $5! = 120$ ，

全部的排列法： $720 \times 120 = 86400$ 。

18、設 A 為一有限集合， $n(A) = n$ ，則 A 的子集共有幾個？

答案： A 有 2^n 個子集。

19、三數和為奇數，則必為三數均為奇數，或是二個偶數與一個奇數

(1) () 設 a 表示從 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 的九個數中，依次逐一取出三個數，取出不放回，其積為奇數之方法總數，則 $a =$

(A)10 (B)60 (C)125 (D)280 (E)480

(2) () 設 b 表示從 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 的九個數中，依次逐一取出三個數，取出後放回，其和為奇數的方法總數，則 $b =$

(A)365 (B)364 (C)240 (D)205 (E)125

答案：(1) (B) (2) (A)

解析：奇數：1,3,5,7,9，偶數：2,4,6,8

(1) 取出不放回，不重複，三數相乘其積為奇數，則此三數均為奇數， $a = 5 \times 4 \times 3 = 60$

(2) 取出後放回，可重複，三數和為奇數，則必為三數均為奇數，或是二個偶數與一個奇數 \Rightarrow (奇、奇、奇)；(偶、偶、奇)，(偶、奇、偶)，(奇、偶、偶)

$$\therefore b = 5 \times 5 \times 5 + 3 \times 5 \times 4 \times 4 = 365$$

20、甲乙丙等七人排成一列，則

(1) () 若甲乙丙三人均不相鄰，則共有多少種排法？

(2) () 若甲不得排首位，乙不得排末位，則共有多少種排法？

答案：(1) 1440 (2) 3720

解析：(1) $4! \times P_3^5 = 1440$

(2) 甲排首位有 $6! = 720$ 種，乙排末位有 $6! = 720$ 種，

甲排首位，乙排末位有 $5! = 120$ 種，全部七人任意排列有 $7! = 5040$ 種，

\therefore 甲不排首位，乙不排末位有 $N_2^7 = 7! - 2 \times 6! + 5! = 5040 - 720 - 720 + 120 = 3720$

21、四對夫婦排成一列

(1) 其中夫婦相鄰的排列共有_____種，

(2) 同性不相鄰，共有_____種不同的排列法，

(3) 夫婦相鄰，但同性不相鄰的排列法有_____種。

答案：(1) 384 (2) 1152 (3) 48

解析：(1) $4! \times 2^4 = 384$

(2) $4! \times 4! \times 2 = 1152$

(3) $4! \times 2 = 48$