高雄市明誠中學 高二數學平時測驗 日期：94.03.31					
範圍	2-1 集合元素個數、加法、乘法原理	班級 座號	普二 班	姓名	

一. 選擇題 (每題 10 分)

1、(E) 將 100 元兌成 5 元券，10 元券或 50 元券，兌法共有
(A)14 種 (B)15 種 (C)16 種 (D)17 種 (E)18 種

解析：設 5 元券 x 張，10 元券 y 張，50 元券 z 張，

$\therefore 100 = 5x + 10y + 50z$ ， $x + 2y + 10z = 20$

$z = 0$時

x	20	18	$\cdots$	2	0
y	0	1	$\cdots$	9	10

，共 11 種

$z = 1$時

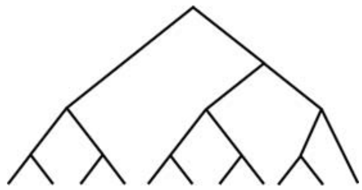
x	10	8	$\cdots$	2	0
y	0	1	$\cdots$	4	5

，共 6 種

$z = 2$時， $x = 0$， $y = 0$，合計 18 種

2、(B) 中正高中舉辦排球賽，採用淘汰賽，每場比賽均分出勝負，共有 11 隊報名，（多出部分為種子隊）則到冠軍產生，共需比賽 (A)6 (B)10 (C)11 (D)22 (E)55 場

解析：共比賽 10 場



★種子隊

3、(D) 3850 的正因數的數目共有 (A)12 (B)16 (C)20 (D)24 (E)32

解析：$3850 = 2\times5^2\times7\times11$，正因數有$2\times3\times2\times2 = 24$個

二、填充題 (每題 10 分)

4、 從 1 到 600 的連續自然數中與 15 互質的有______個。

答案：320

解析：$15 = 3\times5$，

$$n(A_3\cup A_5) = n(A_3) + n(A_5) - n(A_3\cap A_5) = \left[\frac{600}{3}\right] + \left[\frac{600}{5}\right] - \left[\frac{600}{15}\right] = 200 + 120 - 40 = 280$$

$$600 - n(A_3\cup A_5) = 600 - 280 = 320$$

5、 自然數 3780 的正因數共有_______個，這些正因數的和是_______。

答案：48, 13440

解析：$3780 = 2^2\times3^3\times5\times7$ ，正因數共$(2+1)\times(3+1)\times(1+1)\times(1+1) = 48$個，

正因數的和是

$$(2^0+2^1+2^2+2^3)(3^0+3^1+3^2+3^3+3^4)(5^0+5^1+5^2)(7^0+7^1+7^2)$$

$$= \frac{2^3-1}{2-1}\times\frac{3^4-1}{3-1}\times\frac{5^2-1}{5-1}\times\frac{7^2-1}{7-1} = 13440$$

6、 某班學生 50 人，此次段考中，數學及格者有 34 人，物理及格者有 28 人，化學及格者有 32 人，數學、物理及格者 17 人，物理、化學及格者 15 人，數學、化學及格者 20 人，三科都不及格的有 3 人，則三科都及格的有______人，恰有一科及格的有______人。

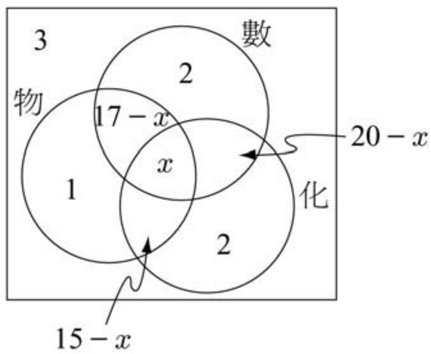
答案：5；5

解析：A：數學及格者所成之集合，B：物理及格者所成之集合

C：化學及格者所成之集合，令三科都及格者有 x 人

$\therefore n(A\cup B\cup C)=50-3=47=34+28+32-17-15-20+x$，$\therefore x=5$(人)

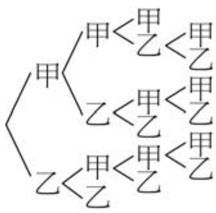
$\therefore$恰有一科及格者有$2+1+2=5$(人)。



7、 甲乙二校比賽排球，每場必分出勝負，若規定甲校先勝 3 場，則甲校獲勝，乙校先勝 2 場，則乙校獲勝，則比賽之所有可能情形有_______種，其中甲校勝之情形有_______種。

答案：10, 4

解析：



比賽情形共 10 種，甲校勝之情形共 4 種

8、

$A=\left\{x\middle|x=2k,\ 1\le x\le 210,\ k\in\mathbb{N}\right\}, B=\left\{x\middle|x=3k,\ 1\le x\le 210, k\in\mathbb{N}\right\},$

$C=\left\{x\middle|x=7k,\ 1\le x\le 210, k\in\mathbb{N}\right\}$，則$n(A\cup B\cup C)=$______。

答案：150

解析：$A\cap B=\left\{x\middle|x=6k,\ 1\le x\le 210, k\in\mathbb{N}\right\}, A\cap C=\left\{x\middle|x=14k,\ 1\le x\le 210, k\in\mathbb{N}\right\}$

$B\cap C=\left\{x\middle|x=21k,\ 1\le x\le 210, k\in\mathbb{N}\right\}$

$A\cap B\cap C=\left\{x\middle|x=42k,\ 1\le x\le 210, k\in\mathbb{N}\right\}$

$\therefore n(A\cup B\cup C)=n(A)+n(B)+n(C)-n(A\cap B)-n(A\cap C)-n(B\cap C)+n(A\cap B\cap C)$

$=105+70+30-35-15-10+5=150$。

9、 $A=\left\{x\middle|x\in\mathbb{N},\ 1\le x\le 500\right\}$, $B=\left\{x\middle|(x,60)=1, x\in\mathbb{N}\right\}$, $C=\left\{x\middle|x=6k,\ (x,5)=1, x\in\mathbb{N}\right\}$，則

$n(A\cap B)=$______, $n(A\cap C)=$______。

答案：134；67

解析： $A\cap B=\left\{x\middle|(x,60)=1,\ 1\le x\le 500\right\}$表 1~500 正整數中與 60 互質者

$\therefore n(A\cap B)=500-n(A_2\cup A_3\cup A_5)$

$$=500-[\frac{500}{2}]-[\frac{500}{3}]-[\frac{500}{5}]+[\frac{500}{6}]+[\frac{500}{10}]+[\frac{500}{15}]-[\frac{500}{30}]=134$$

$A\cap C=\left\{x\middle|x=6k,\ 5\nmid x,\ 1\le x\le 500\right\}$，表 1~500 正整數中爲 6 的倍數，但不爲 5 的倍數者，故$n(A\cap C)==[\frac{500}{6}]-[\frac{500}{30}]=67$。

10、自 1 到 500 的自然數中，含有數字“2”的數共有_______個，又數字 2 共出現_______次。

答案：176, 200

解析：個位數字爲 2 共$5\times10=50$個，十位數字爲 2 共$5\times10=50$個，

百位數字爲 2 共$10\times10=100$個，故 2 一共出現 200 個

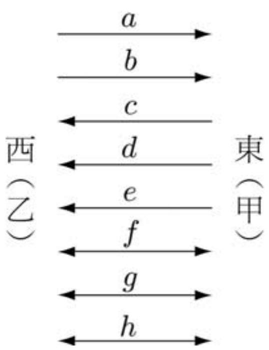
1～500 中不含數字 2 的共$4\times9\times9=324$個，故含數字 2 的共 176 個

11、甲、乙兩地之間，共有 8 條道路，其中有 2 條是由西往東的單行道，有 3 條是由東往西的單行道，另 3 條是雙向道，小均往返於甲、乙兩地，則他共有______種不同走法，如果他往返不願走同一條路，則有______種走法。

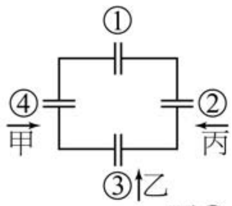
答案：30；27

解析：(1)由甲→乙有 6 條，乙→甲有 5 條，∴往返方法有$6\times5=30$（種）。

(2)由甲→乙有 6 條（以單行道 c, d, e 出發有 3 種或以雙向道 f, g, h 出發有 3 種），則乙→甲有$3\times5+3\times(5-1)=27$（種）。



12、公園共有 4 個出入口，今甲、乙、丙三人，分別由不同之入口進入公園，由不同之出口離開公園，且則此三人進出之方法共有_______種，若又規定甲、乙、丙三人均不得由同一出入口進出，則此三人進出之方法共有_______種。



答案：576, 264

解析：(1)$4\times3\times2\times4\times3\times2=576$

(2)

進入方式有$4\times3\times2$種，

出去時；如右樹狀圖共 11 種，(設甲自④，**乙自③，丙自②進入)**

故進出共有$24\times11=264$種

13、 $A=\left\{3k+1\middle|3\le k\le 32,\ k\in\mathbb{N}\right\}$, $B=\left\{5s+2\middle|2\le s\le 19,\ s\in\mathbb{N}\right\}$，則

$n(A\cap B)=$______, $n(A\cap C)=$______。

答案：6；42

解析：$\because 3k+1=5s+2\Rightarrow 3k=5s+1$, 取最小共同項 $\begin{cases}k=7\\ s=4\end{cases}\Rightarrow 22+15t$

$\therefore A\cap B=\left\{22+15t\,\middle|\,0\le t\le 5,\ t\in\mathbb{N}\cup\{0\}\right\}$, $\therefore n(A\cap B)=6$

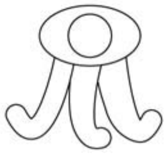
$n(A\cup B)=n(A)+n(B)-n(A\cap B)=30+18-6=42$。

14、用 1, 2, 3, 4, 5 作成數字不重覆的三位數，共有______個，若數字可重覆的三位數有______個。

答案：60；125

解析：(1)數字不重覆：$5\times4\times3=60$（個）。 (2)數字可重覆：$5\times5\times5=125$（個）。

15、以五種不同顏色塗下圖，顏色可重覆使用，但相鄰必須異色，則塗法有______種。



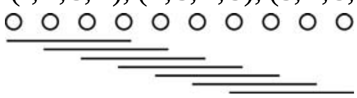
答案：720

解析：先從相鄰最多著色，塗法有$5\times4\times3\times3\times4=720$（種）。

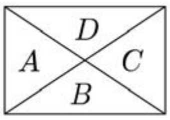
16、排成一列的十個坐位中，甲、乙、丙、丁四人坐在相連的四個坐位上，則共有____________種坐法。。

答案：7

解析：$(1,2,3,4), (2,3,4,5), (3,4,5,6), (4,5,6,7), (5,6,7,8), (6,7,8,9), (7,8,9,10),$



17、以五種不同顏色塗下圖，顏色可重覆使用，但相鄰必須異色，則塗法有______種。



答案：260

解析：若 A, C 同色，則塗法有$5\times1\times4\times4=80$（種）

若 A, C 異色，則塗法有$5\times4\times3\times3=180$（種），

$\therefore$塗法共有$80+180=260$（種）。

18、設 $A=\{$甲，乙，丙$\}$，$B=\{$上，下$\}$，試寫出$A\times B$, $B\times A$。

答案：$A\times B=\{$(甲，上)，(甲，下)，(乙，上)，(乙，下)，(丙，上)，(丙，下)$\}$。

$B\times A=\{$(上，甲)，(上，乙)，(上，丙)，(下，甲)，(下，乙)，(下，丙)$\}$。

19、今有甲，乙，丙三門大砲，每砲各發射 100 發砲彈。甲砲每一分鐘發射一發，乙砲每兩分鐘發射一發，丙砲每三分鐘發射一發。三砲同時發射第一發砲彈。其中沒有任何一顆啞彈(未爆彈)，請問從開始發射到三砲全部發射完畢，總共可以聽到幾響砲聲？

答案：三砲同時發射只能聽到砲聲一聲，又三砲同時發射第一發砲彈，故從此時開始計時，時刻爲 0。

甲砲發射之時刻爲 $0,1,2,\cdots,99$，以集合 A 表之，即 $A=\{0,1,2,\cdots,99\}$

乙砲發射之時刻集合為 $B=\{0,2,4,\cdots,198\}$

丙砲發射之時刻集合為 $C=\{0,3,6,\cdots,297\}$

則 $n(A)=n(B)=n(C)=100$

$A\cap B=\{0,2,4,\cdots,98\}$，$n(A\cap B)=50$

$A\cap C=\{0,3,6,\cdots,99\}$，$n(A\cap C)=34$

$B\cap C=\{0,6,12,\cdots,198\}$，$n(B\cap C)=34$

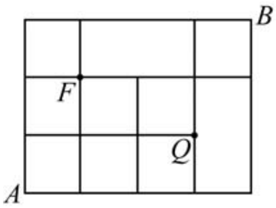
$A\cap B\cap C=\{0,6,12,\cdots,96\}$，$n(A\cap B\cap C)=17$

故 $n(A\cup B\cup C)=n(A)+n(B)+n(C)-n(A\cap B)-n(A\cap C)-n(B\cap C)+n(A\cap B\cap C)$

$=100+100+100-50-34-34+17=199$

故總共可以聽到 199 響砲聲

20、如圖由 A 走到 B 只能向右或向上走，則



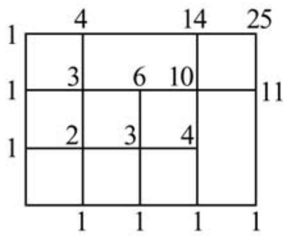
(1) (　　) 由 A 走到 B 共有多少種走法？

(2) (　　) 由 A 走到 B 不經過 F 之走法有多少種？

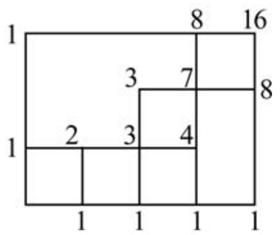
(3) (　　) 由 A 走到 B，經過 Q 之走法有多少種？

答案：(1) 25 種　(2) 16 種　(3) 8 種

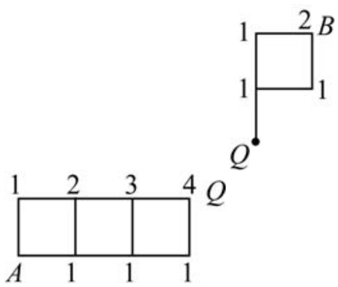
解析：(1)



(2)



(3)



A 先到 Q 有 4 種，Q 再到 B 有 2 種，故 $4\times 2=8$，共 8 種