高雄市明誠中學 高二數學平時測驗					日期：93.11.04
範圍	2-5 空間直線方程式 +Ans	班級		姓名	
		座號			

一. 選擇題 (每題 10 分)

1、(B) 設直線 L 的方程式為 $\dfrac{x-2}{3}=\dfrac{y+1}{-1}=\dfrac{z-1}{2}$，則下列那一個平面與 L 平行？

(A) $2x-y+z=1$ (B) $x+y-z=2$ (C) $3x-y+2z=1$ (D) $3x+2y+z=2$

(E) $x-3y+z=1$

解析：若 $L//E$，則 L 的方向向量 $\perp$ E 之法向量 $(3,-1,2)\cdot(1,1,-1)=0$

2、(A) 空間中二直線 $L_1:\dfrac{x-1}{3}=\dfrac{y}{-3}=\dfrac{z+2}{2},\ L_2:\dfrac{x+2}{1}=\dfrac{y+3}{-2}=\dfrac{z}{n}$ 相交於一點 $P(a,b,c)$，則下列選項何者正確？ (A) $a=-8$ (B) $b=-9$ (C) $c=-2$ (D) $n=1$ (E) $n=-\dfrac{9}{2}$

解析：$\dfrac{x-1}{3}=\dfrac{y}{-3}=\dfrac{z+2}{2}=t,\ x=3t+1,\ y=-3t,\ z=2t-2$，$\dfrac{3t+1+2}{1}=\dfrac{-3t+3}{-2}$

$\therefore t=-3$ $\therefore P(-8,9,-8)$，又 $\dfrac{-8+2}{1}=\dfrac{9+3}{-2}=\dfrac{-8}{n}$，$\therefore n=\dfrac{4}{3}$

3、(A) 設平面 $E: x-2y+z=2$，若直線 L 上有兩個相異點在平面 E 上，則直線 L 可能為下列那一組對稱比例式？ (A) $\dfrac{x-5}{1}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z+1}{1}$ (B) $\dfrac{x-5}{1}=\dfrac{y-1}{-2}=\dfrac{z+1}{1}$

(C) $\dfrac{x-5}{2}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z+1}{2}$ (D) $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y+2}{1}=\dfrac{z-1}{1}$ (E) $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y+2}{-2}=\dfrac{z-1}{1}$

解析：L 在平面 E 上，$\therefore L$ 之方向向量 $\perp$ E 之法向量 $(1,-2,1)\cdot(1,1,1)=0$

又(5,1,–1)在平面 E 上，但(1,–2,1)不在平面 E 上

4、(B) 設 $A(2,1,-1), B(5,-5,2)$，則射線 AB 的參數式為

(A) $x=2+3t,\ y=1-6t,\ z=-1+3t,\ t\le 1$ (B) $x=2-t,\ y=1+2t,\ z=-1-t,\ t\le 0$

(C) $x=5+3t,\ y=-5-6t,\ z=2+3t,\ t\ge -3$ (D) $x=5+t,\ y=-5-2t,\ z=2+t,\ t\le -1$

(E) $x=5-t,\ y=-5+2t,\ z=2-t,\ t\ge 3$

5、(AB) (複選)在空間中，直線 $L:\begin{cases}x=1+4t\\ y=2\\ z=3-5t\end{cases},t\in\mathbb{R}$，下列敘述何者正確？

(A)L與平面 $E:4x-5z+11=0$ 恰交一點 (B)L與平面 $E:10x+y+8z+1=0$ 平行

(C)L與平面 $E:5x+3y+4z+1=0$ 垂直 (D)L與x軸平行 (E)L與y軸垂直

三. 填充題 (每題 10 分)

6、設 $A(3,1,4)$，直線 $L:\dfrac{x-1}{4}=\dfrac{y+1}{-3}=\dfrac{z}{2}$，則由點 A 與直線 L 所決定之平面方程式為________。

答案：$8x+6y-7z=2$

解析：$B(1,-1,0)$在 L 上，又 $A(3,1,4)$，故 $\overrightarrow{BA}=(2,2,4)\Rightarrow(2,2,4)\times(4,-3,2)=(16,12,-14)$

$\therefore$平面方程式為 $8x+6y-7z=2$

7、直線L_1過(2,0,0), (0,0,6)，直線L_2過(2,3,6), (0,3,0)，若平面E包含直線L_2與直線L_1平行，則平面E之方程式為________；又直線L_1與L_2之距離為________。

答案：$y=3$; 3

$\boxed{解析}$：$\vec{\ell_1}=(-2,0,6),\ \vec{\ell_2}=(2,0,6),\ \vec{\ell_1}\times\vec{\ell_2}=(0,24,0)$，∴平面 E 為 $y=3$，$A(2,0,0)$

$d(L_1,L_2)=d(A,E)=\dfrac{|-3|}{1}=3$

8、若二直線 $L_1:\dfrac{2x}{3}=3y+1=\dfrac{1-z}{4}$ 與 $L_2:\dfrac{x-8}{a}=\dfrac{y-4}{b}=\dfrac{z+14}{c}$ 平行，則 $a:b:c=$________。(以簡單整數比做答)

$\boxed{答案}$：9：2：(–24)

$\boxed{解析}$：$L_1:\dfrac{x}{\frac{3}{2}}=\dfrac{y+\frac{1}{3}}{\frac{1}{3}}=\dfrac{z-1}{-4}$，$\therefore a:b:c=(\dfrac{3}{2}):\dfrac{1}{3}:(-4)=9:2:(-24)$

9、過 $A(3,-2,-2)$, $B(-1,0,-2)$兩點的直線 L 與平面 E: $2x-y-2z=7$ 之交點為________，又直線 L 與平面 E 之銳夾角為 θ，則 $\cos\theta=$_______ 。

$\boxed{答案}$：(1,–1,–2); $\dfrac{2}{3}$

$\boxed{解析}$：$\overleftrightarrow{AB}: x+1=4t,\ y=-2t,\ z=-2$ 代入 E，$2(4t-1)-(-2t)-2(-2)=7$ $\quad\therefore t=\dfrac{1}{2}$

∴交點為(1,–1,–2)，$\cos\alpha=\dfrac{(2,-1,-2)\cdot(2,-1,0)}{3\times\sqrt{5}}=\dfrac{\sqrt{5}}{3}$ $\qquad\therefore\cos\theta=\sin\alpha=\dfrac{2}{3}$

10、設 $L_1:\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y-1}{-1}=\dfrac{z-1}{4},\ \ L_2:\dfrac{x-5}{4}=\dfrac{y-3}{1}=\dfrac{z}{3}$，則

(1) L_1 與 L_2 的交點坐標為____________。

(2)包含 L_1 與 L_2 之平面方程式為_______________。

$\boxed{答案}$：(1) $P(1,2,-3)$ $\quad$ (2) $-7x+13y+5z=4$

$\boxed{解析}$：(1)令交點 $P(t+2,-t+1,4t+1)$，代入 L_2，$\therefore\dfrac{t-3}{4}=\dfrac{-t-2}{1}=\dfrac{4t+1}{3}\Rightarrow t=-1$

∴交點 $P(1,2,-3)$。

(2)令 $\vec{n}=(a,b,c)$，$\therefore\vec{n}\perp\vec{v_1}$ 且 $\vec{n}\perp\vec{v_2}$

∴取$(a，b，c)=(\begin{vmatrix}-1&4\\1&3\end{vmatrix}，\begin{vmatrix}4&1\\3&4\end{vmatrix}，\begin{vmatrix}1&-1\\4&1\end{vmatrix})=(-7，13，5)$

∴E: $-7x+13y+5z=k$，∴將 $P(1,2,-3)$代入，$\therefore k=-7+26-15=4$,

∴E: $-7x+13y+5z=4$

11、若直線 $L:\dfrac{x+2}{2}=\dfrac{y-3}{1}=\dfrac{z}{3}$ 在平面 E: $x+ay-2z=b$ 上，則 $a=$________, $b=$________。

$\boxed{答案}$：4; 10

$\boxed{解析}$：$\dfrac{x+2}{2}=\dfrac{y-3}{1}=\dfrac{z}{3}\Rightarrow\vec{\ell}=(2,1,3)$ $\quad$ 平面 E: $x+ay-2z=b\Rightarrow\vec{n}=(1,a,-2)$

$\vec{\ell}\perp\vec{n}\Rightarrow\vec{\ell}\cdot\vec{n}=0$ $\qquad\therefore 2\times1+1\times a+3\times(-2)=0\Rightarrow a=4$,

$(-2,3,0)\in L\Rightarrow -2+3a-0=b\Rightarrow b=10$

12、設平面 E 與平面 $x-2y+5z=2$ 及 $2x-3y+z=3$ 相交於一直線，又點 $A(-4,1,2)$在平面 E 上，則平面 E 的方程式為________。

$\boxed{答案}$：$8x-15y+31z-15=0$

$\boxed{解析}$：設平面 E 為 $k(x-2y+5z-2)+(2x-3y+z-3)=0$　$A(-4,1,2)$代入平面 E

$\therefore 2k-12=0$　$\therefore k=6$，$\therefore$平面 E 為 $8x-15y+31z-15=0$

13、設直線 L 過 $A(-1,1,2)$, $B(3,-1,8)$兩點，若點 $P(3,-2,3)$，則 P 在 L 之垂足為________；又 P 到直線 L 之距離為________。

$\boxed{答案}$：$(1,0,5)$;　$2\sqrt{3}$

$\boxed{解析}$：$\overleftrightarrow{AB}: x=-1+2t,\ y=1-t,\ z=2+3t,\ P(3,-2,3)$，

設 P 在 L 之垂足為 $H(1+2t,\ 1-t,\ 2+3t) \Rightarrow \overline{PH}=(2t-4,-t+3,3t-1)$

$\overline{PH} \perp \overline{AB} \Rightarrow (2t-4,-t+3,3t-1)\cdot(2,-1,3)=0$　$\therefore t=1$

$\therefore$垂足為$(1,0,5)$,　$d(P,L)=\sqrt{2^2+2^2+2^2}=2\sqrt{3}$

14、若三平面 $E_1: 4x+y-z-5=0,\ E_2: 2x+ay-5z+b=0,\ E_3: x-3y+2z-1=0$ 交於一線 L，則 $a=$________, $b=$________。

$\boxed{答案}$：7; -3

$\boxed{解析}$：$(4x+y-z-5)+k(x-3y+2z-1)=0$；$(4+k)x+(1-3k)y+(2k-1)z-(5+k)=0$

$\dfrac{4+k}{2}=\dfrac{1-3k}{a}=\dfrac{2k-1}{-5}=\dfrac{-(5+k)}{b}$；$\therefore k=-2$，$a=7$，$b=-3$

15、設兩平行線 $L_1: \dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y}{-1}=\dfrac{z-3}{-2},\ L_2: \dfrac{x-5}{-2}=\dfrac{y+4}{1}=\dfrac{z+1}{2}$，則由直線$L_1$與$L_2$所決定的平面方程式為________；又兩平行線間的距離為________。

$\boxed{答案}$：$x+z=4$; $\dfrac{4}{3}\sqrt{2}$

$\boxed{解析}$：$P(1,0,3)$在L_1上，$Q(5,-4,-1)$在L_2上

$\overrightarrow{PQ}=(4,-4,-4),\ \overrightarrow{PQ}\times(2,-1,-2)=(4,0,4)$

$\therefore$平面之方程式為 $x+z=4$，　平行線間距離為 $\dfrac{\sqrt{4^2+0^2+4^2}}{3}=\dfrac{4}{3}\sqrt{2}$

16、一直線 L 平行 xy 平面和平面 $E: 4x-2y+3z=9$，又通過點 $P(2,-1,3)$和點 $Q(1,a,b)$，則 $a=$________，$b=$________。

$\boxed{答案}$：-3; 3

$\boxed{解析}$：xy 平面法向量$(0,0,1)$

$(0,0,1)\times(4,-2,3)=(2,4,0)$, P,Q 均在直線 L 上

$\therefore \overrightarrow{PQ}//(2,4,0),\ \dfrac{-1}{2}=\dfrac{a+1}{4},\ b-3=0$　$\therefore a=-3,\ b=3$

17、設直線 L 過 $A(1,-5,-2)$, $B(-2,-5,-3)$兩點，若點 $P(3,3,2)$，則 $\overrightarrow{AP}$ 在 $\overrightarrow{AB}$ 上之正射影為________，P 對直線 L 之投影點為________；P 對直線 L 之對稱點為________。

$\boxed{答案}$：$(3,0,1)$; $(4,-5,-1)$; $(5,-13,-4)$

$\boxed{解析}$：$\overleftrightarrow{AB}: x=1+3t,\ y=-5,\ z=-2+t,\ P(3,3,2)$

$\overrightarrow{AP}=(2,8,4),\ \overrightarrow{AB}=(-3,0,-1) \Rightarrow \left(\dfrac{\overrightarrow{AP}\cdot\overrightarrow{AB}}{|\overrightarrow{AB}|^2}\right)\cdot\overrightarrow{AB}=\left(\dfrac{-10}{10}\right)\overrightarrow{AB}=(3,0,1)$

$\therefore$設 D 爲 P 對 L 之投影點則 $\overrightarrow{AD}=(3,0,1)$ ， 則 D 爲 P 對 L 之投影點 $\therefore D(4,-5,-1)$

P 對 L 之對稱點爲 P' ，則 $\overrightarrow{PP'}$ 之中點爲 D $\therefore P'(5,-13,-4)$

18、設兩平面 $x-5y+2z+11=0$ 與 $4x+y+2z-13=0$ 之交線爲 $\dfrac{x-a}{\ell}=\dfrac{x-b}{m}=\dfrac{z-1}{1}$ ，則數對 $(a,b)=$________，數對 $(\ell,m)=$________。

答案：$(2,3)$; $(\dfrac{-4}{7},\dfrac{2}{7})$

解析：$(1,-5,2)\times(4,1,2)=(-12,6,21)$ $\therefore \dfrac{l}{-12}=\dfrac{m}{6}=\dfrac{1}{21}$ $\therefore \ell=\dfrac{-4}{7},\ m=\dfrac{2}{7},\ z=1$

$\therefore x-5y+13=0,\ 4x+y-11=0$ $\therefore x=2,\ y=3$

$\therefore (a,b)=(2,3),\ (\ell,m)=(-\dfrac{4}{7},\dfrac{2}{7})$

19、設直線 $L:\begin{cases}x-2y-3z=5\\2x+y-z=1\end{cases}$ 則直線 L 的方向比爲________。(以簡單整數比做答)

答案：1∶−1∶1

解析：$(1,-2,-3)\times(2,1,-1)=(5,-5,5)$ $\therefore$直線 L 的方向比爲 1: −1:1

20、設空間中有一點 $P(7,1,4)$ 與直線 $L:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y}{-3}=\dfrac{z+1}{4}$ ，若過 P 點與直線 L 垂直的直線爲 $\dfrac{x-7}{a}=\dfrac{y-1}{b}=\dfrac{z-4}{1}$ ，則 $a=$________, $b=$________。

答案：4; 4

解析：$\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y}{-3}=\dfrac{z+1}{4}=t,\ Q(2t+1,-3t,4t-1)$ 且 $\overrightarrow{PQ}\cdot(2,-3,4)=0$ $\therefore t=1$

$\therefore Q(3,-3,3)$ ，$\therefore \overrightarrow{PQ}=(-4,-4,-1)//(a,b,1)$ $\therefore a=4,\ b=4$