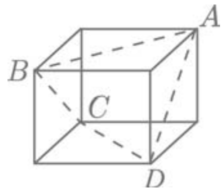
<table>
<tr><td colspan="6">高雄市明誠中學 高二數學平時測驗　　日期：93.10.22</td></tr>
<tr><td>範
圍</td><td>2-2,3
空間坐標、向量 Ans</td><td>班級
座號</td><td>
</td><td>姓
名</td><td></td></tr>
</table>

一. 單一選擇題 (每題 10 分)



1、(B) 一正立方體的八個頂點中有四個頂點，各頂點彼此之間的距離都是 1，則此正立方體的體積爲 (A)$2\sqrt{2}$ (B)$\dfrac{\sqrt{2}}{4}$ (C)1 (D)2

解析：設邊長爲ℓ，則取 4 個頂點 A, B, C, D 彼此距離均爲 1

$\therefore \overline{AB}=\sqrt{2}\ell=1 \Rightarrow \ell=\dfrac{1}{\sqrt{2}}$　　$\therefore$體積$=(\dfrac{1}{\sqrt{2}})^3=\dfrac{\sqrt{2}}{4}$，故選(B)。

2、(D) 設 $\vec{a}=(-2, 1, -1)$, $\vec{b}=(4, x, y)$, $\vec{c}=(z, 3, 1)$，若 $\vec{a}/\!/\vec{b}$ 且 $\vec{a}\perp\vec{c}$，求 $x+y+z=$？

(A)–2 (B)–1 (C)0 (D)1 (E)–1

解析：$\because \vec{a}/\!/\vec{b}$,$\therefore \dfrac{-2}{4}=\dfrac{1}{x}=\dfrac{-1}{y}$,$\therefore x=-2,\ y=2$　　$\vec{a}\perp\vec{c}$,　$\therefore -2z+3-1=0$,$\therefore z=1$

$\therefore x+y+z=-2+2+1=1$

3、(C) 下列何者正確？

(A)點(2, 1, –3)在 x 軸的正射影坐標爲(–2, 0, 0)　(B)P(2, 1, –3)與 x 軸之距離爲 2

(C)P(2, 1, –3)關於 xy 平面之對稱點坐標爲(2, 1, 3)

(D)P(2, 1, –3)到 xy 平面之距離爲 $\sqrt{10}$　(E)P(2, 1,–3)關於 z 軸的對稱點爲(–2, –1, 3)

解析：(A)（╳）：正射影爲(2, 0, 0)。　(B)（╳）：距離$=\sqrt{1+9}=\sqrt{10}$。

(C)（○）。　(D)（╳）：距離$=|-3|=3$。

(E)（╳）：對稱點爲(–2, –1, –3)。

4、(C) 空間中$\overrightarrow{PQ}$之方向角不可能爲下列那一組？

(A)$\dfrac{2\pi}{3},\dfrac{\pi}{3},\dfrac{\pi}{4}$ (B)$\dfrac{\pi}{4},\dfrac{3\pi}{4},\dfrac{\pi}{2}$ (C)$\dfrac{\pi}{3},\dfrac{\pi}{3},\dfrac{\pi}{3}$ (D)$\dfrac{\pi}{3},\dfrac{\pi}{6},\dfrac{\pi}{2}$ (E)$\dfrac{\pi}{3},\dfrac{\pi}{3},\dfrac{\pi}{4}$

解析：$\because$方向角α,β,γ要符合$\cos^2\alpha+\cos^2\beta+\cos^2\gamma=1$　故(C)不合

5、(BC D) (複選)一長方體的長寬高三稜線分別平行x軸、y軸與z軸，若已知其中兩頂點坐標爲(3,-1,2), (1,4,5)，則下列那些點亦爲此長方體的頂點？

(A)(3,1,2) (B)(1,-1,2) (C)(3,4,5) (D)(1,-1,5) (E)(-1,4,2)

解析：$\because$三稜線分別平行 x 軸、y 軸、z 軸

$\therefore$八個頂點爲(1,-1,2), (1,4,2), (3,-1,2), (3,4,2), (1,-1,5), (1,4,5), (3,-1,5), (3,4,5)

6、(AC DE) (複選)空間中三點A(0, 6, 1), B(5, –2, 4), C(3, 4, 7)，下列何者正確？

(A) $\overline{AC}=7$ (B) $\overline{AB}$的中點$(\dfrac{5}{2}, -4, \dfrac{3}{2})$ (C)$\triangle ABC$爲等腰直角三角形

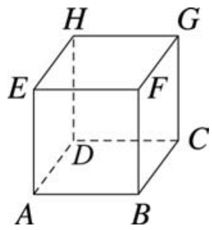
(D) $\angle ACB=90^\circ$ (E)$\triangle ABC$面積 >24

解析：$\overline{AB}=\sqrt{5^2+8^2+3^2}=\sqrt{98}$, $\overline{AC}=\sqrt{3^2+2^2+6^2}=\sqrt{49}$, $\overline{BC}=\sqrt{2^2+6^2+3^2}=\sqrt{49}$

$\therefore \overline{AB}^2=\overline{AC}^2+\overline{BC}^2$，且$\overline{AC}=\overline{BC}$, $\angle C=90^\circ$

△ABC 之面積 $=\dfrac{7\times7}{2}=\dfrac{49}{2}>24$，$\overline{AB}$ 中點$(\dfrac{5}{2},2,\dfrac{5}{2})$，故選(A)(C)(D)(E)。

7、(AB CE) 如圖爲一正立方體，則下列何者爲真？（複選）



(A) $\overrightarrow{EA}\cdot\overrightarrow{EG}=0$ (B) $\overrightarrow{ED}\cdot\overrightarrow{EF}=0$ (C) $\overrightarrow{EF}+\overrightarrow{EH}=\overrightarrow{AC}$ (D) $\overrightarrow{EC}\cdot\overrightarrow{AG}=0$

(E) $\overrightarrow{EF}+\overrightarrow{EA}+\overrightarrow{EH}=\overrightarrow{EC}$

解析：(A)（○）。 (B)（○）。 (C)（○）。

(D)（╳）：$\because\overrightarrow{EC}$ 不垂直於 $\overrightarrow{AG}$，$\therefore\overrightarrow{EC}\cdot\overrightarrow{AG}\neq0$。 (E)（○）。

故選(A)(B)(C)(E)。

二. 填充題 (每題 10 分)

1、設 $\vec{a}=(2,-5,4),\ \vec{b}=(2,-2,1)$，當 $|\vec{a}+t\,\vec{b}|$ 最小時，$t=$________；又其最小值爲________。

答案：$-2;\ 3$

解析：若 $|\vec{a}+t\,\vec{b}|$ 最小時，$(\vec{a}+t\,\vec{b})\cdot\vec{b}=0$ $18+9t=0$

$\therefore t=-2$ 其 $|\vec{a}+t\,\vec{b}|$ 之最小值爲 $|(2,-5,4)-2(2,-2,1)|=3$

2、設 $x,y,z\in\mathbb{R}$，若 $2x-3y+z=3$，則 $x^2+(y-1)^2+z^2$ 之最小值爲________，又此時 $y=$________。

答案：$\dfrac{18}{7};\ -\dfrac{2}{7}$

解析：$[x^2+(y-1)^2+z^2][2^2+(-3)^2+1^2]\geq(2x-3y+3+z)^2[x^2+(y-1)^2+z^2]\geq\dfrac{36}{14}$

$\therefore$最小值$\dfrac{18}{7}$，此時 $\dfrac{x}{2}=\dfrac{y-1}{-3}=\dfrac{z}{1}=t,\ 2(2t)-3(-3t+1)+t=3$ $\therefore t=\dfrac{3}{7}$ $\therefore y=-\dfrac{2}{7}$

3、設 $A(5,1,2),\ B(2,2,1),\ C(8,x,y)$三點共線，則 $x=$________, $y=$________。

答案：0; 3

解析：$\because A,B,C$ 三點共線 $\therefore\overrightarrow{AB}\ //\ \overrightarrow{AC}$ $\dfrac{3}{-3}=\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{-1}$ $\therefore x=0,\ y=3$

4、△ABC 中，$A(3,1,7),\ B(0,7,5),\ C(5,3,6)$，若 $\overline{AD}$ 平分 $\angle A$ 交 $\overline{BC}$ 於 D，則 D 點坐標爲________；若 $\overleftrightarrow{AE}$ 平分 $\angle A$ 的外角交直線 $\overleftrightarrow{BC}$ 於 E，則 E 點坐標爲________。

答案：$(\dfrac{35}{10},\dfrac{42}{10},\dfrac{57}{10})$； $(\dfrac{35}{4},0,\dfrac{27}{4})$

解析：$\overline{AB}=7,\ \overline{AC}=3$ $\because\overline{BD}:\overline{CD}=\overline{AB}:\overline{AC},\ \overline{BE}:\overline{CE}=\overline{AB}:\overline{AC}$

$\therefore D$ 點坐標爲：$(\dfrac{3\times0+7\times5}{3+7},\dfrac{3\times7+7\times3}{3+7},\dfrac{3\times5+7\times6}{3+7})=(\dfrac{35}{10},\dfrac{42}{10},\dfrac{57}{10})$

E 點坐標爲：$(\dfrac{-3\times0+7\times5}{-3+7},\dfrac{-3\times7+7\times3}{-3+7},\dfrac{-3\times5+7\times6}{-3+7})=(\dfrac{35}{4},0,\dfrac{27}{4})$

5、設平行四邊形 $ABCD$ 的頂點 $A(1,2,3),\ B(-2,1,-1),\ C(2,-3,4)$，求第四個頂點 D 的坐標爲________。

答案：$D(5,-2,8)$

解析：令 $D(x,y,z)$，$\because \overline{AC}$ 中點與 $\overline{BD}$ 中點相同，$\therefore (1+2,\ 2-3,\ 3+4)=(x-2,\ y+1,z-1)$，

$\therefore x=5,\ y=-2,\ z=8$，$\therefore D(5,-2,8)$

6、空間中有二向量 $\overrightarrow{a}=(3,0,4),\ \overrightarrow{b}=(2,1,2)$

(1) $\overrightarrow{a}$ 在 $\overrightarrow{b}$ 上之投影為________。 (2)設 $\overrightarrow{a}=\overrightarrow{c}+\overrightarrow{d}$ 且 $\overrightarrow{c}\,//\,\overrightarrow{b},\ \overrightarrow{d}\perp\overrightarrow{b}$，則 $\overrightarrow{d}=$________。

答案：$(\frac{28}{9},\frac{14}{9},\frac{28}{9})$; $(\frac{-1}{9},-\frac{14}{9},\frac{8}{9})$

解析：(1) $(\frac{\overrightarrow{a}\cdot\overrightarrow{b}}{|\overrightarrow{b}|^2})\overrightarrow{b}=\frac{14}{9}(2,1,2)=(\frac{28}{9},\frac{14}{9},\frac{28}{9})$

(2)$\because \overrightarrow{a}=\overrightarrow{c}+\overrightarrow{d}$ 且 $\overrightarrow{c}\,//\,\overrightarrow{b},\ \overrightarrow{d}\perp\overrightarrow{b}$

$\therefore \overrightarrow{c}=(\frac{28}{9},\frac{14}{9},\frac{28}{9}),\ \overrightarrow{d}=(3,0,4)-(\frac{28}{9},\frac{14}{9},\frac{28}{9})=(\frac{-1}{9},-\frac{14}{9},\frac{8}{9})$

7、設 a,b,c 均為正數，且 $a+2b+3c=2$，則 $\frac{1}{a}+\frac{2}{b}+\frac{3}{c}$ 之最小值為________，此時

$a=$________。

答案：18; $\frac{1}{3}$

解析：考慮

$\sqrt{a}\quad\sqrt{2b}\quad\sqrt{3c}$

$\sqrt{\frac{1}{a}}\quad\sqrt{\frac{2}{b}}\quad\sqrt{\frac{3}{c}}$

$[(\sqrt{a})^2+(\sqrt{2b})^2+(\sqrt{3c})^2][(\sqrt{\frac{1}{a}})^2+(\sqrt{\frac{2}{b}})^2+(\sqrt{\frac{3}{c}})^2]\ge(1+2+3)^2$

$\therefore (\frac{1}{a}+\frac{2}{b}+\frac{3}{c})\ge 18$，最小值為 18，此時 $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{\frac{1}{a}}}=\frac{\sqrt{2b}}{\sqrt{\frac{2}{b}}}=\frac{\sqrt{3c}}{\sqrt{\frac{3}{c}}}$ $\therefore a=b=c$

又 $a+2b+3c=2$ $\therefore a=\frac{1}{3}$

8、設 $\overrightarrow{PQ}$ 之方向角為 $\frac{2\pi}{3},\frac{\pi}{4},\gamma$，且 $|\overrightarrow{PQ}|=6$，若 Q 點為$(3,1,-2)$，則 P 點坐標為________或

________。

答案：$(6,1-3\sqrt{2},1)$; $(6,1-3\sqrt{2},-5)$

解析：$\overrightarrow{PQ}=6(\cos\frac{2\pi}{3},\cos\frac{\pi}{4},\cos\gamma)$，又 $\cos^2\frac{2\pi}{3}+\cos^2\frac{\pi}{4}+\cos^2\gamma=1$ $\therefore \cos\gamma=\pm\frac{1}{2}$

$\therefore \overrightarrow{PQ}=(-3,3\sqrt{2},\pm3)$ $\overrightarrow{OP}=\overrightarrow{OQ}+\overrightarrow{QP}=(6,1-3\sqrt{2},1)$或$(6,1-3\sqrt{2},-5)$

9、空間中，第一卦限內一點 $P(a,b,c)$到 x,y,z 軸的距離分別為 5, $\sqrt{34}$, $\sqrt{41}$，求

$a+b+c=$______。

答案：12

解析：令 $P(a, b, c)$, $\therefore \begin{cases} b^2+c^2=25 \\ a^2+c^2=34 \\ a^2+b^2=41 \end{cases} \Rightarrow a^2+b^2+c^2=\frac{1}{2}(25+34+41)=50$

$\therefore a^2=25$，$b^2=16$，$c^2=9$，$\therefore a=5$，$b=4$，$c=3$，$\therefore a+b+c=12$

10、正四面體 $ABCD$ 的三頂點為 $A(1, 0, 0), B(0, 1, 0), C(0, 0, 1)$，求 D 的坐標為 ________________。

答案：$D(-\frac{1}{3}, -\frac{1}{3}, -\frac{1}{3})$或 $D(1, 1, 1)$

解析：令 $D(a, b, c)$，$\therefore \overline{AD}=\overline{BD}=\overline{CD}=\overline{AB}$

$\therefore (a-1)^2+b^2+c^2=a^2+(b-1)^2+c^2=a^2+b^2+(c-1)^2=2$

$\therefore \begin{cases} a=b \\ b=c \\ a^2+(b-1)^2+c^2=2 \end{cases} \Rightarrow 3a^2-2a-1=0$, $a=-\frac{1}{3}$ 或 1，$D(-\frac{1}{3}, -\frac{1}{3}, -\frac{1}{3})$或 $D(1, 1, 1)$。

11、設有一線段 $\overline{AB}$，在 xy 平面、yz 平面與 xz 平面上的正射影的長度分別為 $\sqrt{13}$，$2\sqrt{5}$ 與 5，求線段 $\overline{AB}$ 之長度為_______。

答案：$\sqrt{29}$

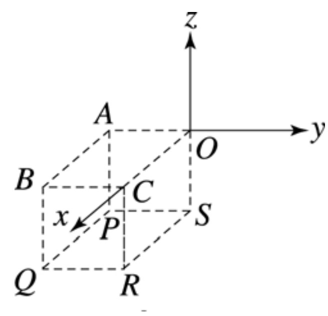
解析：令 $\overrightarrow{AB}=(a, b, c)$, $|\overrightarrow{AB}|=\sqrt{a^2+b^2+c^2}$

$\therefore$在 xy 平面的投影長度的平方$=a^2+b^2=13$

在 yz 平面的投影長度的平方$=b^2+c^2=20$

在 xz 平面的投影長度的平方$=a^2+c^2=25$

$\therefore a^2+b^2+c^2=\frac{1}{2}(13+20+25)=29$ $\qquad \therefore \overline{AB}=\sqrt{29}$



12、如圖，$ABCO$-$PQRS$ 為長方體，若 $\overline{OA}=2$, $\overline{AB}=3$, $\overline{OS}=4$，求 Q 點坐標為________。

答案：$Q(3, -2, -4)$

解析：令 $Q(a, b, c)$, $\therefore a>0, b<0, c<0$，$\therefore Q(3, -2, -4)$。

13、設 $A(-1,1,3), B(2\sqrt{3}-1,-1,3)$，則(1) $\overrightarrow{AB}$ 之方向角為________，________，________，

(2) $\overrightarrow{AB}$ 之方向餘弦為________，________，________。

答案：$\frac{\pi}{6}$; $\frac{2\pi}{3}$; $\frac{\pi}{2}$; $\frac{\sqrt{3}}{2}$; $\frac{-1}{2}$; 0

解析：$\overrightarrow{AB}=(2\sqrt{3},-2,0)$, $|\overrightarrow{AB}|=4$ $\qquad \therefore \cos\alpha=\frac{\sqrt{3}}{2}$, $\cos\beta=\frac{-1}{2}$, $\cos\gamma=0$

$\therefore \alpha=\frac{\pi}{6}$, $\beta=\frac{2\pi}{3}$, $\gamma=\frac{\pi}{2}$ $\qquad$ 方向餘弦 $\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{-1}{2}, 0$

14、設α,β,γ爲$\vec{a}$之方向角，則

(1) $\sin^2\alpha+\sin^2\beta+\sin^2\gamma=$______。　(2) $\dfrac{1}{\cos^2\alpha}+\dfrac{4}{\cos^2\beta}+\dfrac{9}{\cos^2\gamma}$之最小值爲______。

答案：(1) 2　(2) 36

解析：$\because\alpha,\beta,\gamma$爲$\vec{a}$之方向角，$\therefore\cos^2\alpha+\cos^2\beta+\cos^2\gamma=1$

(1) $\sin^2\alpha+\sin^2\beta+\sin^2\gamma=(1-\cos^2\alpha)+(1-\cos^2\beta)+(1-\cos^2\gamma)=3-1=2$

(2) $[(\dfrac{1}{\cos\alpha})^2+(\dfrac{2}{\cos\beta})^2+(\dfrac{3}{\cos\gamma})^2][\cos^2\alpha+\cos^2\beta+\cos^2\gamma]\ge(1+2+3)^2$

$\therefore\dfrac{1}{\cos^2\alpha}+\dfrac{4}{\cos^2\beta}+\dfrac{9}{\cos^2\gamma}\ge 36$，$\therefore$最小值爲 36

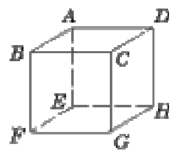
15、設$|\vec{a}|=6$，$\vec{a}$之終點坐標爲$(2+3\sqrt{2}, 2, 3)$，方向角爲 45º, 60º, 60º，則$\vec{a}$的始點坐標爲？

答案：$(2, -1, 0)$

解析：令$\vec{a}$的始點坐標爲(a, b, c)　$\therefore\cos45^\circ=\dfrac{\sqrt{2}}{2}=\dfrac{2+3\sqrt{2}-a}{6}\Rightarrow a=2$

$\cos60^\circ=\dfrac{1}{2}=\dfrac{2-b}{6}\Rightarrow b=-1,\cos60^\circ=\dfrac{1}{2}=\dfrac{3-c}{6}\Rightarrow c=0$　$\therefore$始點坐標爲$(2, -1, 0)$。

16、如圖，一有蓋的長方體盒子內長$\overline{AB}=5$，寬$\overline{AD}=3$，高$\overline{AE}=2$



(1)一隻蜜蜂，欲從A點飛到G點，其最短距離爲_______，

(2)一隻螞蟻欲從A點爬到G點，其最短距離爲_______。

答案：$\sqrt{38}$；$5\sqrt{2}$

解析：(1)最短距離爲$\overline{AG}=\sqrt{5^2+3^2+2^2}=\sqrt{38}$

(2)由A爬到G的較短距離共有 3 種情形，

第一種爲以$\overline{AE}+\overline{EH}$爲長，$\overline{AB}$爲寬之長方形對角線長。

第二種爲以$\overline{AD}+\overline{DC}$爲長，$\overline{AE}$爲寬的長方形對角線長，

第三種爲以$\overline{AB}+\overline{BF}$爲長，$\overline{AD}$爲寬的長方形對角線長，比較

$\sqrt{(5+3)^2+2^2}>\sqrt{(5+2)^2+3^2}>\sqrt{(2+3)^2+5^2}$　$\therefore$最短距離爲$5\sqrt{2}$

17、在空間坐標中，設xy平面爲一鏡面，有一光線通過點$P(1,2,1)$，射向鏡面上的點$O(0,0,0)$，經鏡面反射後通過點R。若$\overline{OR}=2\overline{PO}$則$R$點的坐標爲________。

答案：$(-2,-4,2)$

解析：P對xy平面之對稱點爲$P'(1,2,-1)$　$\therefore 2\overrightarrow{P'O}=\overrightarrow{OR},\ R(-2,-4,2)$

18、四面體$ABCD$，$\overline{AB}=2,\ \overline{BC}=4,\ \overline{CD}=3,\ \angle ABC=\dfrac{\pi}{3},\ \angle BCD=\dfrac{\pi}{2}$，又$\overrightarrow{AB}$與$\overrightarrow{CD}$之夾角爲$\dfrac{2\pi}{3}$，則$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{CD}=$________；又$|\overrightarrow{AD}|$_______。

答案：-3; $\sqrt{22}$

$\boxed{解析}$：$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{CD}=2\times3\times\cos\dfrac{2\pi}{3}=-3$

$$\overrightarrow{AD}|=|\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CD}|^2=|\overrightarrow{AB}|^2+|\overrightarrow{BC}|^2+|\overrightarrow{CD}|^2+2\,\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{BC}+2\,\overrightarrow{BC}\cdot\overrightarrow{CD}+2\,\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{CD}$$

$$=4+16+9+2\times4\times(-\frac{1}{2})+0-3=22$$

$\therefore\ \overrightarrow{AD}|=\sqrt{22}$

19、設 $A(1, 2, 3), B(2, 3, 1), C(3, 1, 2)$，當 P 之坐標為何時，$\overline{PA}^2+\overline{PB}^2+\overline{PC}^2$ 有最小值 m，求 P 點及 m 值？

$\boxed{答案}$：令 $P(x, y, z)$

$\overline{PA}^2+\overline{PB}^2+\overline{PC}^2$

$=[(x-1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2]+[(x-2)^2+(y-3)^2+(z-1)^2]+[(x-3)^2+(y-1)^2+(z-2)^2]$

$=3x^2-12x+3y^2-12y+3z^2-12z+42$

$=3(x-2)^2+3(y-2)^2+3(z-2)^2+6$

$\therefore$當 $x=2,\ y=2,\ z=2$ 時，有最小值 6，$\therefore P(2, 2, 2), m=6$。

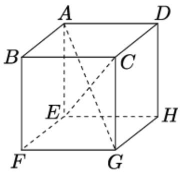
20、試求點 $P(5, 5, -2)$到過 $A(3, 1, 3), B(5, 2, 1)$的直線之距離。

$\boxed{答案}$：$\vec{a}=\overrightarrow{AP}=(5-3,\ \ 5-1,\ \ -2-3)=(2,\ \ 4,\ \ -5)$

$\vec{b}=\overrightarrow{AB}=(5-3,\ \ 2-1,\ \ 1-3)=(2,\ \ 1,\ \ -2)$

過 P 作高 $\overline{PH}\Rightarrow\Delta ABP=\dfrac{1}{2}\overline{AB}\cdot\overline{PH}\Rightarrow\overline{PH}=\dfrac{2\Delta ABP}{\overline{AB}}$，又 $\Delta ABP=\dfrac{1}{2}\sqrt{|\vec{a}|^2|\vec{b}|^2-(\vec{a}\cdot\vec{b})^2}$

所求之距離 $\overline{PH}$ 為 $\sqrt{|\vec{a}|^2-\dfrac{(\vec{a}\cdot\vec{b})^2}{|\vec{b}|^2}}=\sqrt{2^2+4^2+(-5)^2-\dfrac{(4+4+10)^2}{4+1+4}}=3$



21、右圖表一正立方體，試求兩對角線 $\overline{AG},\ \overline{EC}$ 所夾之銳角。

$\boxed{答案}$：以正立方體之稜長作為單位長，E 為原點，$\overrightarrow{EF},\ \ \overrightarrow{EH},\ \ \overrightarrow{EA}$ 為三坐標軸之正向，建立空間直角坐標系，得諸點之坐標：$E(0, 0, 0), A(0, 0, 1), G(1, 1, 0), C(1, 1, 1)$

則 $\overrightarrow{AG}=(1,\ \ 1,\ \ -1),\ \ \ \overrightarrow{EC}=(1,\ \ 1,\ \ 1)$

設 $\overrightarrow{AG},\ \ \overrightarrow{EC}$ 之夾角為 θ，則 $\cos\theta=\dfrac{(1,\ 1,\ -1)\cdot(1,\ 1,\ 1)}{\sqrt{1^2+1^2+(-1)^2}\sqrt{1^2+1^2+1^2}}=\dfrac{1}{3}$，故 $\theta=\cos^{-1}\dfrac{1}{3}$。

22、設△ ABC 之三頂點為 $A\,(4, 1, 5),\ \ B\,(1, -2, 1),\ \ C\,(-2, 7, 3)$，試求△ ABC 的重心 G 之坐標。

$\boxed{答案}$：$G=(\dfrac{4+1-2}{3},\ \ \dfrac{1-2+7}{3},\ \ \dfrac{5+1+3}{3})=(1,\ \ 2,\ \ 3)$

23、設 $x,\ y,\ z\in\mathbb{R},\ \ 2x-y-2z=6$，試求 $x^2+y^2+z^2$ 之最小值。

$\boxed{答案}$：考慮兩組數

$2,\ \ -1,\ \ -2$

$x, \quad y, \quad z$

根據柯西不等式，就有

$[2x+(-1)y+(-2)z]^2 \le [2^2+(-1)^2+(-2)^2](x^2+y^2+z^2)$

$(2x-y-2z)^2 \le 9(x^2+y^2+z^2)$ ，得 $36 \le 9(x^2+y^2+z^2)$

所以 $x^2+y^2+z^2 \ge 4$ 故 $x^2+y^2+z^2$ 之最小值爲 4。

24、給予$A(-9, 7, 14)$, $B(11, -3, -16)$兩點。

(1)若P爲A,B之內分點，且 $\overline{AP}:\overline{PB}$ =3 : 2，試求P之坐標。

(2)若Q爲A,B之外分點，且 $\overline{AQ}:\overline{QB}$ =5 : 3，試求Q之坐標。

(3)試求 $\overline{AB}$ 之中點M的坐標。

答案：$P=(\frac{2(-9)+3\times 11}{3+2},\frac{2\times 7+3(-3)}{3+2},\frac{2\times 14+3(-16)}{3+2})=(3,1,-4)$

$Q=(\frac{-3(-9)+5\times 11}{5-3},\frac{-3\times 7+5(-3)}{5-3},\frac{-3\times 14+5(-16)}{5-3})=(41,-18,-61)$

$M=(\frac{-9+11}{2},\frac{7-3}{2},\frac{14-16}{2})=(1,2,-1)$