高雄市明誠中學 高二數學平時測驗　　日期：92.09.09					
範圍	1-1 向量、內積(1)	班級		姓名	
		座號			

一. 單一選擇題 (每題 5 分)

1、(B) 正△ABC 中，$\overline{AB}=2$ ，則 $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{BC}=$ (A) $-2\sqrt{3}$ (B) -2 (C) 2 (D) $2\sqrt{3}$ (E) 4

解析：$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{BC}=|\overrightarrow{AB}||\overrightarrow{BC}|\cos120^\circ=2\times2\times\cos120^\circ=-2$

2、(D) 設 $\vec{a}\neq\vec{0}$，$\vec{b}\neq\vec{0}$，$|\vec{a}-\vec{b}|=|\vec{b}|-|\vec{a}|$ 之充要條件為 (A) $\vec{a}\cdot\vec{b}=0$ (B) $\vec{a}$，$\vec{b}$ 方向相同，且 $|\vec{a}|>|\vec{b}|$ (C) $\vec{a}$，$\vec{b}$ 方向相反，且 $|\vec{a}|>|\vec{b}|$ (D) $\vec{a}$，$\vec{b}$ 方向相同，且 $|\vec{a}|<|\vec{b}|$ (E) $\vec{a}$，$\vec{b}$ 方向相反，且 $|\vec{a}|<|\vec{b}|$

3、(E) 設正五邊形 $ABCDE$ 中，$\overline{AB}=2$ ，則下列內積之值何者最小？ (A) $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}$ (B) $\overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{AD}$ (C) $\overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{AE}$ (D) $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AD}$ (E) $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AE}$

解析：$\because\ \overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}=|\overrightarrow{AB}|\,|\overrightarrow{AC}|\cos36^\circ>0$

$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AD}=|\overrightarrow{AB}|\,|\overrightarrow{AD}|\cos72^\circ>0$

$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AE}=|\overrightarrow{AB}|\,|\overrightarrow{AE}|\cos108^\circ<0$

$\overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{AD}=|\overrightarrow{AC}|\,|\overrightarrow{AD}|\cos36^\circ>0$

$\overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{AE}=|\overrightarrow{AC}|\,|\overrightarrow{AE}|\cos72^\circ>0$

4、(A) 正六邊形 $ABCDEF$ 中，令 $\overrightarrow{AB}=\vec{a}$，$\overrightarrow{BC}=\vec{b}$ ，則 $\overrightarrow{EA}=$ (A) $\vec{a}-2\vec{b}$ (B) $\vec{a}+2\vec{b}$ (C) $2\vec{a}-\vec{b}$ (D) $2\vec{b}-\vec{a}$ (E) $\vec{b}-2\vec{a}$

解析：$\overrightarrow{EA}=\overrightarrow{EO}+\overrightarrow{OA}=(\vec{a}-\vec{b})+(-\vec{b})=\vec{a}-2\vec{b}$

5、(A) D 在△ABC 之 BC 邊上，且 $\overline{CD}=2\overline{BD}$ ，G 為 AC 之中點，若將 $\overrightarrow{GD}$ 向量寫為 $\overrightarrow{GD}=r\overrightarrow{AB}+s\overrightarrow{AC}$，其中 r 及 s 為實數，則 $r+s$ 之值等於 (A) $\frac{1}{2}$ (B) $\frac{2}{3}$ (C) $\frac{1}{3}$ (D) $-\frac{1}{3}$ (E) $-\frac{4}{3}$

解析：$\overrightarrow{GD}=\overrightarrow{GA}+\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BD}=-\frac{1}{2}\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AB}+\frac{1}{3}\overrightarrow{BC}=-\frac{1}{2}\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AB}+\frac{1}{3}(\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{AB})=\frac{2}{3}\overrightarrow{AB}-\frac{1}{6}\overrightarrow{AC}$

$\therefore r+s=\frac{1}{2}$

6、(D) 正△ABC 中，$\overline{AB}=2$ 且 $\overline{AH}\perp\overline{BC}$ 於 H，則 $(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{HC})\cdot\overrightarrow{AH}=$ (A) -3 (B) $-2\sqrt{3}$

(C) $2\sqrt{3}$ (D)3 (E)6

$\boxed{\text{解析}}$：$(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{HC})\cdot\overrightarrow{AH}=\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AH}=2\times\sqrt{3}\times\frac{\sqrt{3}}{2}=3$

7、(B) 正六邊形 $ABCDEF$ 中，設 $\overline{AD}$, $\overline{BE}$, $\overline{CF}$ 相交於一點 O，設 $\overrightarrow{AB}=\vec{a}$，$\overrightarrow{BC}=\vec{b}$，則 $\vec{a}-\vec{b}=$ (A) $\overrightarrow{OE}$ (B) $\overrightarrow{OB}$ (C) $\overrightarrow{AC}$ (D) $\overrightarrow{BF}$ (E) $\overrightarrow{CA}$

$\boxed{\text{解析}}$：$\vec{a}-\vec{b}=\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{OB}$

二、 填充題 (每題 10 分)

1、 $ABCD$ 爲平行四邊形，且 $\angle A=60°$，$\overline{AB}=2$，$\overline{AD}=3$，則(1) $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AD}=$______，(2) $\overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{AB}=$______。

$\boxed{\text{答案}}$：3; 7

$\boxed{\text{解析}}$：$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AD}=|\overrightarrow{AB}|\,|\overrightarrow{AD}|\cos 60°=2\times 3\times\frac{1}{2}=3$

$\overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{AB}=(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD})\cdot\overrightarrow{AB}=|\overrightarrow{AB}|^2+\overrightarrow{AD}\cdot\overrightarrow{AB}=4+3=7$

2、 設 $|\vec{a}|=2$，$|\vec{b}|=4$，且 $(3\vec{a}-\vec{b})$ 與 $(\vec{a}+\vec{b})$ 垂直，則(1) $\vec{a}\cdot\vec{b}=$______，(2)設 $\vec{a}$ 與 $\vec{b}$ 之夾角爲 θ，則 $\cos\theta=$______。

$\boxed{\text{答案}}$：2; $\frac{1}{4}$

$\boxed{\text{解析}}$：$|\vec{a}|=2$，$|\vec{b}|=4$，$(3\vec{a}-\vec{b})\cdot(\vec{a}+\vec{b})=0$ $\quad\therefore\vec{a}\cdot\vec{b}=2$

$\cos\theta=\frac{2}{4\times 2}=\frac{1}{4}$

3、設 $|\vec{a}|=1$，$|\vec{b}|=\sqrt{3}$，且 $\vec{a}\perp\vec{b}$，若 $(t^2+2)\vec{a}+\vec{b}$ 與 $\vec{a}+t\vec{b}$ 互相垂直，則 $t=$_____或_____。

$\boxed{\text{答案}}$：-1; -2

$\boxed{\text{解析}}$：$\vec{a}\perp\vec{b}$ $\quad\therefore\vec{a}\cdot\vec{b}=0$，又 $|\vec{a}|=1$，$|\vec{b}|=\sqrt{3}$

$[(t^2+2)\vec{a}+\vec{b}]\cdot[\vec{a}+t\vec{b}]=0$

$(t^2+2)|\vec{a}|^2+t|\vec{b}|^2+[t(t^2+2)+1]\vec{a}\cdot\vec{b}=0\Rightarrow\ t^2+2+3t=0$，$t=-1$ 或 -2

4、設 $|\vec{a}|=5$，$|\vec{b}|=5$，$|\vec{c}|=6$，若 $\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}=\vec{0}$，則 $\vec{a}\cdot\vec{b}=$______，又 $\vec{a}\cdot\vec{b}+\vec{b}\cdot\vec{c}+\vec{c}\cdot\vec{a}=$______。

$\boxed{\text{答案}}$：-7; -43

$\boxed{\text{解析}}$：$|\vec{a}+\vec{b}|=|-\vec{c}|$，$|\vec{a}|^2+2\vec{a}\cdot\vec{b}+|\vec{b}|^2=|\vec{c}|^2$，$\therefore\vec{a}\cdot\vec{b}=-7$，

又 $|\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}|^2=\vec{0}\Rightarrow|\vec{a}|^2+|\vec{b}|^2+|\vec{c}|^2+2(\vec{a}\cdot\vec{b}+\vec{b}\cdot\vec{c}+\vec{c}\cdot\vec{a})=0$

$\therefore \vec{a}\cdot\vec{b}+\vec{b}\cdot\vec{c}+\vec{c}\cdot\vec{a}=\dfrac{-|\vec{a}|^2-|\vec{b}|^2-|\vec{c}|^2}{2}=-43$

5、若 $|\vec{a}|=1$，$|\vec{b}|=2$，$|\vec{a}+\vec{b}|=\sqrt{7}$，則 $\vec{a}$, $\vec{b}$ 之夾角爲______。

$\boxed{\text{答案}}$：$60°$

$\boxed{\text{解析}}$：$|\vec{a}+\vec{b}|^2=|\vec{a}|^2+2\vec{a}\cdot\vec{b}+|\vec{b}|^2=7\quad\therefore \vec{a}\cdot\vec{b}=1$

$\therefore \cos\theta=\dfrac{\vec{a}\cdot\vec{b}}{|\vec{a}|\,|\vec{b}|}=\dfrac{1}{2}\quad\therefore\theta=60°$

6、設 $ABCD$ 爲平行四邊形，$\overline{AB}=4$，$\overline{AD}=1$，則 $\overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{BD}=$______。

$\boxed{\text{答案}}$：-15

$\boxed{\text{解析}}$：$\because ABCD$ 爲平行四邊形 $\quad\therefore \overrightarrow{AC}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}$

$\overrightarrow{BD}=\overrightarrow{AD}-\overrightarrow{AB}\quad\therefore \overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{BD}=|\overrightarrow{AD}|^2-|\overrightarrow{AB}|^2=-15$

7、設 $|\vec{a}|=2|\vec{b}|\neq0$，且 $\sqrt{7}|\vec{a}+\vec{b}|=\sqrt{3}|\vec{a}-\vec{b}|$，則 $\vec{a}$, $\vec{b}$ 之夾角 $\theta=$______。

$\boxed{\text{答案}}$：$120°$

$\boxed{\text{解析}}$：令 $|\vec{b}|=K$，$|\vec{a}|=2K$，$7|\vec{a}+\vec{b}|^2=3|\vec{a}-\vec{b}|^2\quad\therefore \vec{a}\cdot\vec{b}=-K^2$

$\therefore \cos\theta=\dfrac{\vec{a}\cdot\vec{b}}{|\vec{a}|\,|\vec{b}|}=\dfrac{-K^2}{K(2K)}=-\dfrac{1}{2}\quad\therefore\theta=120°$

8、在四邊形 $ABCD$ 中，$\angle A=120°$, $\overline{AB}=1$, $\overline{AD}=2$ 且 $\overrightarrow{AC}=3\overrightarrow{AB}+2\overrightarrow{AD}$，求 $\overline{AC}=$________。

$\boxed{\text{答案}}$：$\sqrt{13}$

$\boxed{\text{解析}}$：$\overline{AC}^2=|\overrightarrow{AC}|^2=9|\overrightarrow{AB}|^2+12\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AD}+4|\overrightarrow{AD}|^2$

$=9+12\cdot1\cdot2\cdot(-\dfrac{1}{2})+16=13\quad(\because \overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AD}=|\overrightarrow{AB}||\overrightarrow{AD}|\cos A=12\cdot1\cdot2\cdot(-\dfrac{1}{2})=-12)$

$\therefore \overline{AC}=\sqrt{13}$

9、$\triangle ABC$ 中，$\overline{AB}=5$，$\overline{BC}=6$，$\overline{CA}=7$，則(1) $\overrightarrow{CA}\cdot\overrightarrow{CB}=$________。 (2) $\overrightarrow{CA}\cdot\overrightarrow{AB}=$________。

$\boxed{\text{答案}}$：(1) 30 (2) -19

$\boxed{\text{解析}}$：(1) $\overrightarrow{CA}\cdot\overrightarrow{CB}=|\overrightarrow{CA}|\,|\overrightarrow{CB}|\cdot\cos C$

$=|\overrightarrow{CA}|\,|\overrightarrow{CB}|\cdot\dfrac{|\overrightarrow{CA}|^2+|\overrightarrow{CB}|^2-|\overrightarrow{AB}|^2}{2|\overrightarrow{CA}|\,|\overrightarrow{CB}|}$

$$=\frac{1}{2}(|\overrightarrow{CA}|^2+|\overrightarrow{CB}|^2-|\overrightarrow{AB}|^2)=\frac{1}{2}(7^2+6^2-5^2)=30$$

(2) $\overrightarrow{CA}\cdot\overrightarrow{AB}=-\overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{AB}$

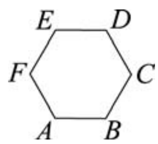
$$=-\frac{1}{2}(|\overrightarrow{AC}|^2+|\overrightarrow{AB}|^2-|\overrightarrow{BC}|^2)=-\frac{1}{2}(49+25-36)=-19$$

10、設 $|\vec{a}|=3,\ |\vec{b}|=1$，$\vec{a}$ 與 $\vec{b}$ 之夾角爲 $30°$，若 $\vec{a}+t\vec{b}$ 與 $\vec{a}$ 垂直，則 $t=$______。

$\boxed{答案}$：$-2\sqrt{3}$

$\boxed{解析}$：$\vec{a}\cdot\vec{b}=3\times1\times\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{3}{2}\sqrt{3},\ (\vec{a}+t\vec{b})\cdot\vec{a}=0 \quad \therefore |\vec{a}|^2+t\cdot\frac{3\sqrt{3}}{2}=0 \quad \therefore t=-2\sqrt{3}$

11、如圖，$ABCDEF$ 爲邊長爲 1 的正六邊形，則下列各內積的大小排列爲何？



(A) $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AB}$ (B) $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}$ (C) $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AD}$ (D) $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AE}$ (E) $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AF}$ 。

$\boxed{答案}$：(A) $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AB}=|\overrightarrow{AB}|^2=1$

(B) $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}=|\overrightarrow{AB}|\,|\overrightarrow{AC}|\cdot\cos\angle BAC=1\cdot\sqrt{3}\cdot\cos30°=\frac{3}{2}$

(C) $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AD}=|\overrightarrow{AB}|\,|\overrightarrow{AD}|\cdot\cos\angle BAD=1\cdot2\cdot\cos60°=1$

(D) $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AE}=|\overrightarrow{AB}|\,|\overrightarrow{AE}|\cdot\cos\angle BAE=1\cdot\sqrt{3}\cdot\cos90°=0$

(E) $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AF}=|\overrightarrow{AB}|\,|\overrightarrow{AF}|\cdot\cos\angle BAF=1\cdot1\cdot\cos120°=-\frac{1}{2}$

$\therefore$ (B) > (A) = (C) > (D) > (E)

12、設 $|\vec{a}|=3,\ |\vec{b}|=5,\ |\vec{c}|=6$。若 $\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}=\vec{0}$，試求 $\vec{a}\cdot\vec{b}$ 之值。

$\boxed{答案}$：由 $\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}=\vec{0}$ 得 $\vec{a}+\vec{b}=-\vec{c}$

取其長 $|\vec{a}+\vec{b}|=|-\vec{c}|$

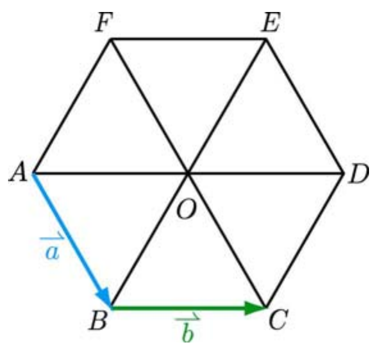
平方 $|\vec{a}+\vec{b}|^2=|-\vec{c}|^2$

展開 $|\vec{a}|^2+2\vec{a}\cdot\vec{b}+|\vec{b}|^2=|\vec{c}|^2$

將值代入得到 $3^2+2\vec{a}\cdot\vec{b}+5^2=6^2$

$\vec{a}\cdot\vec{b}=1$

13、在正六邊形 $ABCDEF$ 中，設 $\vec{a}=\overrightarrow{AB},\vec{b}=\overrightarrow{BC}$。試以 $\vec{a},\vec{b}$ 表 $\overrightarrow{DF},\overrightarrow{AE},\overrightarrow{EC}$ 。



$\boxed{答案}$：$\overrightarrow{DF}=\overrightarrow{DE}+\overrightarrow{EF}=(-\vec{a})+(-\vec{b})=-\vec{a}-\vec{b}$

$\overrightarrow{AE}=\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{DE}=2\vec{b}-\vec{a}$

$\overrightarrow{EC}=\overrightarrow{EF}+\overrightarrow{FC}=-\vec{b}+2\vec{a}=2\vec{a}-\vec{b}$

14、正八邊形的邊，共可決定幾個向量？

$\boxed{答案}$：八邊分成 4 組對應，每組對邊平行且等長，所以只能選出 4 個互不平行等長的邊，共可決定$4\times 2=8$個向量。