

| | | | | | |
|------------------|---------|----|--|-------------|--|
| 高雄市明誠中學 高一數學平時測驗 | | | | 日期：95.05.02 | |
| 範圍 | 2-4 廣義角 | 班級 | | 姓名 | |
| | | 座號 | | | |

一、選擇題 (每題 10 分)

1、(B) 下列何者數值為負？

(A) $\sin 111^\circ$ (B) $\cos(-111^\circ)$ (C) $\tan 1111^\circ$ (D) $\cot 1111^\circ$ (E) $\sec(-1111^\circ)$

解析： $\sin 111^\circ = \cos 21^\circ > 0$, $\cos(-111^\circ) = \cos 111^\circ = -\sin 21^\circ < 0$,
 $\tan 1111^\circ = \tan(90^\circ \times 12 + 31^\circ) = \tan 31^\circ > 0$
 $\cot 1111^\circ = \cot(90^\circ \times 12 + 31^\circ) = \cot 31^\circ > 0$
 $\sec(-1111^\circ) = \sec 1111^\circ = \sec(90^\circ \times 12 + 31^\circ) = \sec 31^\circ > 0$

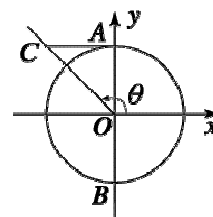
2、(C) $\frac{\sin 240^\circ \cot 210^\circ}{\tan 315^\circ + \cos 120^\circ} =$ (A) -3 (B) -1 (C) 1 (D) 2 (E) 3

解析： $\frac{\sin 240^\circ \cot 210^\circ}{\tan 315^\circ + \cos 120^\circ} = \frac{-\sin 60^\circ \cot 30^\circ}{-\cot 45^\circ - \sin 30^\circ} = \frac{-\frac{\sqrt{3}}{2} \times \sqrt{3}}{-1 - \frac{1}{2}} = 1$

3、(E) 下列何者無意義？ (A) $\sin 360^\circ$ (B) $\cos 90^\circ$ (C) $\tan 0^\circ$ (D) $\cot 270^\circ$ (E) $\sec 450^\circ$

解析： $\sec 450^\circ = \sec 90^\circ = \frac{\sin 90^\circ}{\cos 90^\circ} = \frac{1}{0}$ 無意義

4、(D) 如右圖，單位圓 O 與 y 軸交於 A, B 兩點。角 θ 的頂點為原點，始邊在 x 軸的正向上，終邊為 \overrightarrow{OC} ，直線 \overline{AC} 垂直於 y 軸且與角 θ 的終邊交於 C 點。則下列那一個函數值為 \overline{AC} ？



(A) $|\sin \theta|$ (B) $|\cos \theta|$ (C) $|\tan \theta|$ (D) $|\cot \theta|$ (E) $|\sec \theta|$

解析： ΔAOC 中， $\angle ACO = 180^\circ - \theta$ ， $\cot(\angle ACO) = \frac{\overline{AC}}{\overline{OA}}$

$$\overline{AC} = \overline{OA} \cdot \cot(\angle ACO) = 1 \cdot \cot(180^\circ - \theta) = -\cot \theta \quad \therefore \overline{AC} = |\cot \theta|$$

5、(A) 設 $a = \sin(-228^\circ)$, $b = \tan 923^\circ$, $c = \sec 452^\circ$ ，則 a, b, c 三數之大小關係為

(A) $a > b > c$ (B) $a > c > b$ (C) $b > a > c$ (D) $c > a > b$ (E) $c > b > a$

解析： $\sin(-228^\circ) = -\sin 228^\circ = \sin 48^\circ > \sin 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$ ，

$$\tan 923^\circ = \tan 23^\circ < \tan 30^\circ = \frac{1}{\sqrt{3}}, \quad \sec 452^\circ = -\csc 2^\circ < 0, \quad \therefore a > b > c$$

二、填充題 (每題 10 分)

6、求 -2377° 的最小正同界角為_____，與最大負同界角為_____。

答案： 143° , -217°

解析： $-2377^\circ = \begin{cases} 360^\circ \times (-6) + (-217^\circ) \\ 360^\circ \times (-7) + 143^\circ \end{cases}$

7、已知 $\tan 211^\circ 30' = 0.6128$, $\cot 121^\circ 40' = -0.6168$ ，又 $\tan \theta = -0.6160$ ，且 $270^\circ < \theta < 360^\circ$ ，則 $\theta =$ _____。又 $\cot(-958^\circ 25') =$ _____。

答案： $328^\circ 22'$, -0.6148

解析： $\tan 31^\circ 30' = 0.6128$, $\tan 31^\circ 40' = 0.6168$, $\tan \alpha = 0.6160$

| θ | $\cos \theta$ |
|----------------|---------------|
| $31^\circ 30'$ | 0.6128 |
| x | 0.6160 |
| $31^\circ 40'$ | 0.6168 |

$$\Rightarrow \frac{a}{10} = \frac{0.0032}{0.0040} \Rightarrow a = 8$$

$$\therefore \alpha = 31^\circ 30' + 8' = 31^\circ 38' \quad \text{又 } \tan \theta = -0.6160 \quad \therefore \theta = 360^\circ - 31^\circ 38' 3 = 28^\circ 22'$$

$$\cot(-958^\circ 25') = -\cot 958^\circ 25' = -\cot 58^\circ 25' = -\tan 31^\circ 35'$$

$$= -(0.6128 + \frac{5}{10} \times 0.0040) = -0.6148$$

8、設 $0^\circ \leq \alpha, \beta < 360^\circ$ ，已知 $2\sin \alpha - 3\cos \beta = 5$ ，則 $\angle \alpha =$ _____ 度， $\angle \beta =$ _____ 度。

答案：90, 180

解析： $\because -1 \leq \sin \alpha \leq 1, -1 \leq \cos \beta \leq 1$ ，又 $2\sin \alpha - 3\cos \beta = 5$
必須 $\sin \alpha = 1, \cos \beta = -1 \quad \therefore \angle \alpha = 90^\circ, \angle \beta = 180^\circ$

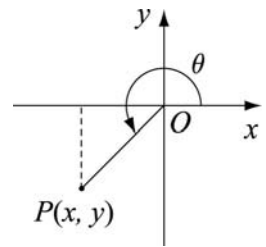
9、已知 $\cos 40^\circ 40' = 0.7585$ ， $\cos 40^\circ 50' = 0.7565$ ，則 $\cos(-1939^\circ 14') =$ _____。（至小數點四位）

答案：-0.7573

10、如圖，若 $\overline{OP} = r$ ，則 P 點坐標 = _____。（以 r, θ 表示）

答案：($r \cos \theta, r \sin \theta$)

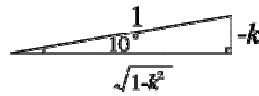
解析：令 $P(x, y)$ ， $\therefore \frac{x}{r} = \cos \theta, \frac{y}{r} = \sin \theta$ ， $\therefore x = r \cos \theta, y = r \sin \theta$
 $\therefore P$ 點坐標為 $(r \cos \theta, r \sin \theta)$



11、令 $\sin(-10^\circ) = k$ ，則 $\cot 190^\circ =$ _____， $\csc 80^\circ =$ _____。

答案： $\frac{\sqrt{1-k^2}}{-k}, \frac{1}{\sqrt{1-k^2}}$

解析：



$$\sin(-10^\circ) = -\sin 10^\circ \Rightarrow \sin 10^\circ = -k \Rightarrow$$

$$\cot 190^\circ = \cot 10^\circ = \frac{\sqrt{1-k^2}}{-k}, \quad \csc 80^\circ = \sec 10^\circ = \frac{1}{\sqrt{1-k^2}}$$

12、若 $\tan \theta = -\frac{4}{3}$ 且 $\cos \theta \cdot \cot \theta < 0$ ，則 $\frac{4\cos \theta + 1}{3\sin \theta + 5} =$ _____。

答案： $\frac{17}{13}$

解析： $\because \tan \theta < 0$ 且 $\cos \theta > 0 \quad \therefore \theta$ 在第四象限， $\therefore \cos \theta = \frac{3}{5}, \sin \theta = \frac{-4}{5}$

$$\therefore \text{原式} = \frac{4 \cdot \frac{3}{5} + 1}{3 \cdot \frac{-4}{5} + 5} = \frac{\frac{17}{5}}{\frac{13}{5}} = \frac{17}{13}$$

13、求 $\cos 10^\circ + \cos 20^\circ + \cos 30^\circ + \cdots + \cos 180^\circ = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

答案：-1

解析： $\cos 170^\circ = \cos(180^\circ - 10^\circ) = -\cos 10^\circ \Rightarrow \cos 10^\circ + \cos 170^\circ = 0$ ，
又 $\cos 90^\circ = 0$ ， $\cos 180^\circ = -1$ ，原式 $= 0 + \cos 90^\circ + \cos 180^\circ = -1$

14、若有向角 θ 終邊上一點 P 的坐標 $(x_0, -4)$ ，且 $\tan \theta = \frac{1}{2}$ ，則 $x_0 = \underline{\hspace{2cm}}$ ，且 $\sec \theta = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

答案：-8, $\frac{\sqrt{5}}{-2}$

解析： $\tan \theta = \frac{1}{2} = \frac{-4}{x_0}$ ， $\therefore x_0 = -8$ ， $r = \overline{OP} = \sqrt{(-8)^2 + (-4)^2} = \sqrt{80} \Rightarrow \sec \theta = \frac{r}{x_0} = \frac{\sqrt{80}}{-8} = \frac{\sqrt{5}}{-2}$

15、已知 $(\sin \theta, \tan \theta)$ 在第二象限，則 θ 在第 象限，又 $(\cos \theta \tan \theta, \csc \theta \sec \theta)$ 在第 象限。

答案：三，二

解析： $(\sin \theta, \tan \theta)$ 在第二象限 $\Rightarrow \begin{cases} \sin \theta < 0 \\ \tan \theta > 0 \end{cases}$ ， θ 在第三象限， $\therefore \cos \theta \tan \theta < 0$ ， $\csc \theta \sec \theta > 0$

$\therefore (\cos \theta \tan \theta, \csc \theta \sec \theta)$ 在第二象限

16、 $\cos 47^\circ 20' = 0.7373$ ， $\cos 47^\circ 30' = 0.7353$ ，若 $\sin \theta = -0.7359$ 且 $180^\circ < \theta < 270^\circ$ ，則 $\theta = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

答案： $222^\circ 33'$

解析：

| θ | $\cos \theta$ | |
|----------------|---------------|--|
| $47^\circ 20'$ | 0.7373 | |
| x | 0.7359 | $\frac{a}{10} = \frac{-0.0014}{-0.0020} \Rightarrow a = 7$ |
| $47^\circ 30'$ | 0.7353 | |

$\Rightarrow x = 47^\circ 27'$ ， $\therefore \sin \theta = -0.7359 = -\cos 47^\circ 27'$

且 $180^\circ < \theta < 270^\circ$ ， $\therefore \theta = 270^\circ - 47^\circ 27' = 222^\circ 33'$

18、(1)化簡 $\frac{\cos(90^\circ + \theta) \tan^2(90^\circ - \theta)}{\sin(\theta - 360^\circ)} + \frac{\tan(270^\circ + \theta)}{\sin^2(180^\circ - \theta) \cot(\theta - 180^\circ)}$ 。

(2)若 θ 為第二象限角且 $\sin \theta = \frac{4}{5}$ ，求(1)之值。

答案：(1) $\frac{-\sin \theta \times \cot^2 \theta}{+\sin \theta} + \frac{-\cot \theta}{\sin^2 \theta \cot \theta} = -\cot^2 \theta - \csc^2 \theta = -2\cot^2 \theta - 1 = 1 - 2\csc^2 \theta$

$$(2) \because \sin \theta = \frac{4}{5} \Rightarrow \csc \theta = \frac{5}{4} \quad \therefore 1 - 2\left(\frac{5}{4}\right)^2 = -\frac{17}{8}$$

19、設 $-90^\circ < \theta < 0^\circ$ ，則 $\sqrt{\sin^2 \theta} + \sqrt{(\sin \theta + 1)^2} = ?$ 又 $\sqrt{(\csc \theta - 1)^2} + \sqrt{(\csc \theta + 1)^2} = ?$

答案： $\because -90^\circ < \theta < 0^\circ \quad \therefore -1 < \sin \theta < 0, \csc \theta < -1$

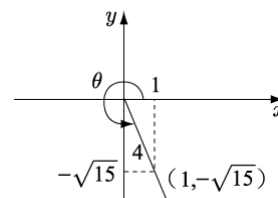
$$\therefore \sqrt{\sin^2 \theta} + \sqrt{(\sin \theta + 1)^2} = |\sin \theta| + |\sin \theta + 1| = -\sin \theta + \sin \theta + 1 = 1$$

$$\sqrt{(\csc \theta - 1)^2} + \sqrt{(\csc \theta + 1)^2} = |\csc \theta - 1| + |\csc \theta + 1| = -\csc \theta + 1 - (\csc \theta + 1) = -2 \csc \theta$$

20、已知 θ 為第四象限角並且 $\cos \theta = \frac{1}{4}$ ，求 $\sin \theta$ ， $\cos \theta$ ， $\tan \theta$ 之值。

答案：(1) 已知 θ 為第四象限角並且 $\cos \theta = \frac{1}{4}$ ，如右圖：

$$\text{故 } \sin \theta = \frac{-\sqrt{15}}{4}, \quad \cos \theta = \frac{1}{4}, \quad \tan \theta = -\sqrt{15}$$



21、若 2θ 與 60° 是同界角，請問 θ 是多少？

答案： $2\theta = n \times 360^\circ + 60^\circ \quad n \in \mathbb{Z} \Rightarrow \theta = n \times 180^\circ + 30^\circ \quad n \in \mathbb{Z}$