

高雄市明誠中學 高一數學平時測驗 日期：95.04.25							
範圍	2-3 簡易三角測量	班級		姓名			
		座號					

一、選擇題 (每題 10 分)

- 1、(D) 下列選項何者正確？ (A) $\sin 32^\circ > \cos 32^\circ$ (B) $\sin 32^\circ > \tan 32^\circ$ (C) $\tan 32^\circ > 1$
 (D) $\sec 32^\circ > \tan 32^\circ$ (E) $\sin 32^\circ > \cot 32^\circ$

解析： $\sin 32^\circ < \cos 32^\circ$, $\sin 32^\circ < \tan 32^\circ < 1 < \sec 32^\circ$

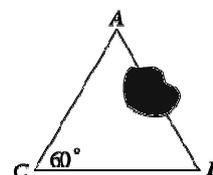
- 2、(A) 下列選項何者為正數？ (A) $\sin 37^\circ - \frac{1}{2}$ (B) $\cos 37^\circ - \frac{\sqrt{3}}{2}$ (C) $\tan 37^\circ - 1$
 (D) $\cot 37^\circ - \sqrt{3}$ (E) $\sec 37^\circ - \sqrt{2}$

解析： $\sin 37^\circ - \sin 30^\circ > 0$, $\cos 37^\circ - \cos 30^\circ < 0$, $\tan 37^\circ - \tan 45^\circ < 0$, $\cot 37^\circ - \cot 30^\circ < 0$,
 $\sec 37^\circ - \sec 45^\circ < 0$

- 3、(E) 直角 $\triangle ABC$, $\angle C = 90^\circ$, 若 $\overline{AC} = \ell$, 則 $\overline{AB} =$ (A) $\ell \sin A$ (B) $\ell \cos A$ (C) $\ell \tan A$
 (D) $\ell \cot A$ (E) $\ell \sec A$

二、填充題 (每題 10 分)

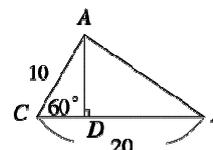
- 4、如圖，公園中有 A, B 兩個涼亭，且此二涼亭被一荷花池隔開，在公園中找到一點 C，並測得 $\overline{AC} = 10$ 公尺， $\overline{BC} = 20$ 公尺，且 $\angle ACB = 60^\circ$ ，則 A, B 之間的距離為_____公尺。



答案： $10\sqrt{3}$

解析：過 A 作 $\overline{AD} \perp \overline{BC}$ 於 D $\therefore \overline{AD} = 5\sqrt{3}$, $\overline{CD} = 5$ $\therefore \overline{DB} = 15$,

$$\overline{AB} = \sqrt{(5\sqrt{3})^2 + 15^2} = 10\sqrt{3}$$



- 5、利用三角函數表與內插法求

(1) 設 θ 為銳角， $\cot \theta = 2.699$ ，則 $\theta =$ _____。

(2) $\sin 69^\circ 17' =$ _____。

角度	sin	cos	tan	cot	sec	Csc	
20° 00'	.3420	.9397	.3640	2.747	1.064	2.924	70° 00'
10'	.3448	.9387	.3673	2.723	1.065	2.901	50'
20'	.3475	.9373	.3706	2.699	1.066	2.878	40'
30'	.3502	.9367	.3739	2.675	1.068	2.855	30'
40'	.3529	.9356	.3772	2.651	1.069	2.833	20'
50'	.3557	.9346	.3805	2.628	1.070	2.812	10'
21° 00'	.3584	.9336	.3839	2.605	1.071	2.790	69° 00'
10'	.3611	.9325	.3872	2.583	1.072	2.769	50'
20'	.3638	.9315	.3906	2.560	1.074	2.749	40'
30'	.3665	.9304	.3939	2.539	1.075	2.729	30'
40'	.3692	.9293	.3973	2.517	1.076	2.709	20'
50'	.3719	.9283	.4006	2.496	1.077	2.689	10'
	cos	sin	cot	tan	csc	sec	角度

答案： (1) $20^\circ 20'$ (2) 0.9353

解析：(1) $\cot \theta = 2.699 \quad \therefore \theta = 20^{\circ}20'$

(2) $\sin 69^{\circ}10' = 0.9346$

$$\sin 69^{\circ}17' = k \quad \frac{7}{10} = \frac{a}{0.001} \Rightarrow 10a = 0.007 \Rightarrow a = 0.0007, \therefore k = 0.9353$$

$\sin 69^{\circ}20' = 0.9356$

6、某人隔河測一山高，在 A 點觀測山時，山的方位為東偏北 60° ，山頂的仰角為 45° ，某人自 A 點向東行 600 公尺到達 B 點，山的方位變成在西偏北 60° ，則山高_____公尺？

答案：600

解析：設山高為 \overline{CD} ， $\overline{AC} \perp \overline{CD}$ ，則 $\triangle ACD$ 中， $\overline{CD} = \overline{AC}$

又 $\triangle ABC$ 為一正 \triangle ， $\therefore \overline{AC} = \overline{AB} = 600$ ，故山高為 600 公尺

7、設 $a = \cot 28^{\circ}$ ， $b = \sin 38^{\circ}$ ， $c = \sec 42^{\circ}$ ， $d = \tan 46^{\circ}$ ， $e = \cos 64^{\circ}$ ，則 a ， b ， c ， d ， e 五數中最大的為_____，最小的為_____。

答案： a, e

解析：

$$\cot 28^{\circ} > \cot 30^{\circ} = \sqrt{3}, \quad 0 < \sin 38^{\circ} < \frac{\sqrt{2}}{2}, \quad \frac{2}{\sqrt{3}} < \sec 42^{\circ} < \sqrt{2}, \quad \frac{2}{\sqrt{3}} > \frac{1}{2}$$

$$\cos 64^{\circ} = \sin 26^{\circ} < \sin 38^{\circ}, \quad 0 < e < b < d < c < a \quad \therefore \text{最大為 } a, \text{ 最小為 } e$$

8、甲乙丙三人放風箏，三人放出的線分別為 40 公尺，30 公尺，25 公尺，又線與地面分別成 30° ， 45° ， 60° ，則三人所放風箏離地面的高度_____最高，_____最低。

答案：丙，甲

解析： $40 \sin 30^{\circ} = 20$ ， $30 \sin 45^{\circ} = 15\sqrt{2} \approx 21.21$ ， $25 \sin 60^{\circ} \approx 21.65$

\therefore 丙最高，甲最低

9、如圖欲測量山高 h ，先自山腳外一點 A，測出山的仰角為 30° ，向山走 30 公尺後到達 D，再測出其仰角為 45° ，則山的高度為_____公尺。

答案： $15(\sqrt{3}+1)$

解析：設山高為 h 公尺 $\therefore \overline{CD} = h$ ， $\overline{AC} = \sqrt{3}h$ ， $\therefore 30 = \sqrt{3}h - h$

$$\therefore h = 15(\sqrt{3}+1)$$

10、如圖 $\triangle ABC$ ， $\angle B = 30^{\circ}$ ， $\angle A = 45^{\circ}$ ，且 $\overline{AB} = 10$ ， $\overline{CD} \perp \overline{AB}$ 於 D，則 $\overline{CD} =$ _____，又 $\overline{AC} =$ _____。

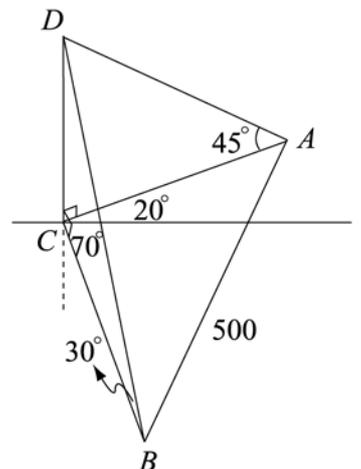
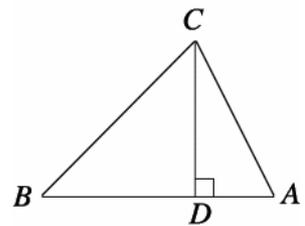
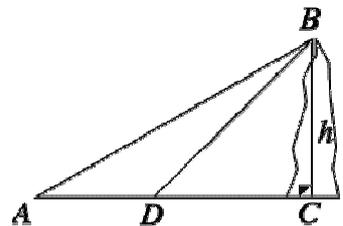
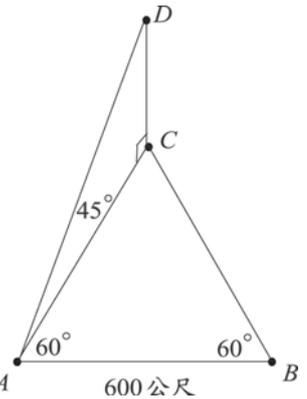
答案： $5(\sqrt{3}-1)$ ， $5(\sqrt{6}-\sqrt{2})$

解析：設 $\overline{CD} = x$ ，則 $\overline{BD} = \sqrt{3} \overline{CD} = \sqrt{3}x$

$$\overline{AD} = \overline{CD} = x \quad \therefore x + \sqrt{3}x = 10 \quad \therefore x = 5(\sqrt{3}-1),$$

$$\overline{AC} = \sqrt{2} \cdot \overline{CD} = 5(\sqrt{6}-\sqrt{2})$$

11、地平面上，在塔之東 20° 北的 A 處和東 70° 南的 B 處，分別測得塔頂的仰角為 45° 和 30° 。若 A, B 的距離是 500 公尺，則塔高多少？



答案：

$$\begin{aligned} \text{令 } \overline{CD} = x, \therefore \overline{AC} = x, \overline{BC} = \sqrt{3}x, \therefore \overline{AB} = \sqrt{x^2 + (\sqrt{3}x)^2} = 2x = 500 \\ \therefore x = 250 \text{ (公尺)}, \therefore \text{塔高} = x = 250 \text{ (公尺)} \end{aligned}$$

- 12、有一人在一塔的正東 A 處，測得塔頂的仰角為 60° ，他走到 A 的正南 B 處，再測得塔頂的仰角為 30° 。若 A, B 的距離為 400 公尺，試求塔高。

答案：設塔高 $\overline{CD} = x$ 公尺，則 $\overline{AD} = \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot \overline{CD} = \frac{x}{\sqrt{3}}$ (公尺)，

$$\overline{BD} = \sqrt{3} \cdot \overline{CD} = \sqrt{3}x \text{ (公尺)}$$

在 $\triangle ABD$ 中， $\angle BAD = 90^\circ$ ，所以 $\overline{BD}^2 - \overline{AD}^2 = \overline{AB}^2$

即

$$3x^2 - \frac{x^2}{3} = 400^2 \Rightarrow \frac{8}{3}x^2 = 400^2 \Rightarrow x^2 = \frac{400^2 \cdot 6}{16} \Rightarrow x = 100\sqrt{6}$$

(公尺)

- 13、站在湖中小島的山峰上，看對岸高峰的仰角是 30° ，看湖面，這高峰的鏡影俯角是 45° ，如果所站的山峰高度是 250 公尺（從湖面算起），則對岸高峰的高度是多少？

答案：

設山高 $\overline{AB} = \overline{BF} = h$ ，又 $\overline{BE} = \overline{CD} = 25$ ，則 $\overline{AE} = h - 250$ ，

$$\overline{EF} = h + 250 = \overline{DE}$$

$$\frac{\overline{AE}}{\overline{DE}} = \frac{1}{\sqrt{3}}, \therefore \frac{h - 250}{h + 250} = \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow \sqrt{3}h - 250\sqrt{3} = h + 250$$

$$\therefore (\sqrt{3} - 1)h = 250(\sqrt{3} + 1) \Rightarrow h = \frac{250(\sqrt{3} + 1)}{\sqrt{3} - 1} = 125(4 + 2\sqrt{3}) = 500 + 250\sqrt{3} \text{ (公尺)}$$

- 14、有一人在一塔的正東 A 處，測得塔頂的仰角 60° 。他走到塔的正西 B 處，再測得塔頂的仰角為 45° 。若 A, B 的距離為 200 公尺，試求塔高。

答案：如圖，設塔高 $\overline{CD} = x$ 公尺，則 $\overline{AD} = \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot \overline{CD} = \frac{x}{\sqrt{3}}$ (公尺)

$$\overline{BD} = \overline{CD} = x \text{ (公尺)}, \text{ 又 } \overline{AD} + \overline{BD} = \overline{AB}, \text{ 故 } \frac{x}{\sqrt{3}} + x = 200,$$

$$(1 + \sqrt{3})x = 200\sqrt{3} \Rightarrow x = \frac{200\sqrt{3}}{\sqrt{3} + 1} = 100(3 - \sqrt{3})$$

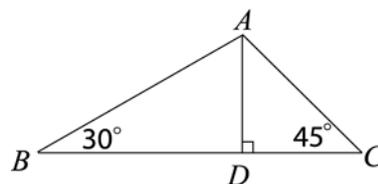
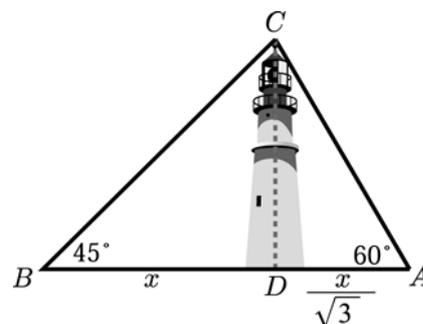
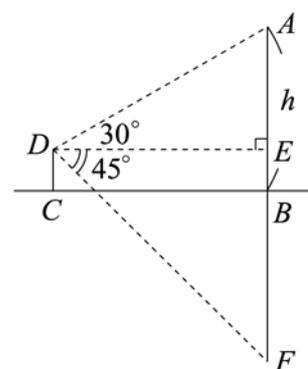
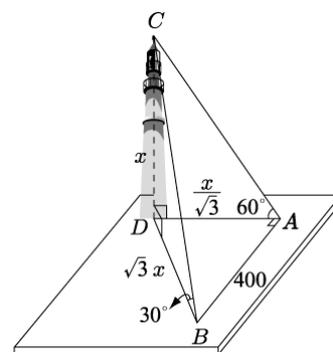
答：山高 $100(3 - \sqrt{3})$ 公尺

- 15、設 $\triangle ABC$ 中， $\overline{AC} = 8$ ， $\angle B = 30^\circ$ ， $\angle C = 45^\circ$ ，求 $\triangle ABC$ 面積為何？

答案：作 $\overline{AD} \perp \overline{BC}$

$$\therefore \overline{CD} = \frac{8}{\sqrt{2}} = 4\sqrt{2} = \overline{AD}, \overline{BD} = 4\sqrt{2} \times \sqrt{3} = 4\sqrt{6}$$

$$\triangle ABC \text{ 面積} = \frac{1}{2}(4\sqrt{6} + 4\sqrt{2}) \times 4\sqrt{2} = 16\sqrt{3} + 16$$

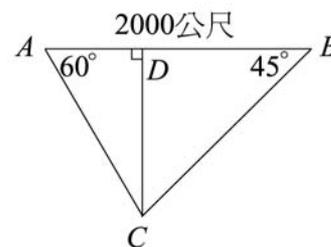


16、一筆直的海岸線上，有 A, B 兩觀測站，在某一時刻同時發現海上一漁船 C ，於 A 站測得 $\angle BAC = 60^\circ$ ，於 B 站測得 $\angle ABC = 45^\circ$ ，若 $\overline{AB} = 2000$ 公尺，則此漁船離岸邊的距離是多少？

答案：設船離岸邊的距離 $\overline{CD} = \sqrt{3}x$ 公尺

$$\therefore \overline{AD} = x, \overline{BD} = \sqrt{3}x, \therefore \sqrt{3}x + x = 2000$$

$$\therefore x = \frac{2000}{\sqrt{3}+1} = 1000(\sqrt{3}-1), \overline{CD} = \sqrt{3}x = 3000 - 1000\sqrt{3} \text{ (公尺)}$$

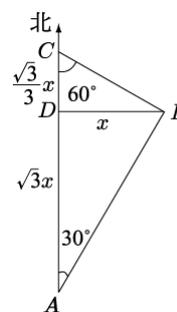


17、有一艘船向北航行，途中發現北 30° 東的方位有一燈塔。繼續向北航行 12 公里後，燈塔在船的南 60° 東。試求航程中船與燈塔的最小距離。

答案：如圖：自 B 作 $\overline{BD} \perp \overline{AC}$ 於 D ，設 $\overline{BD} = x$ 公里

$$\text{則 } \overline{AD} = \sqrt{3}\overline{BD} = \sqrt{3}x \text{ (公里)}, \overline{DC} = \frac{\overline{BD}}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}x \text{ (公里)}$$

$$\sqrt{3}x + \frac{\sqrt{3}}{3}x = 12, \text{ 即 } \frac{4\sqrt{3}}{3}x = 12, \text{ 故 } x = 12 \cdot \frac{3}{4\sqrt{3}} = 3\sqrt{3}$$



18、一梯子靠在牆上，梯長 6 公尺，梯子與地面成 20° 的傾斜角，求牆腳到梯子上端的高度。

答案：6 公尺 $\times \sin 20^\circ = 6$ 公尺 $\times 0.3420 = 2.052$ 公尺