高雄市明誠中學 高一數學平時測驗 日期：94.01.03					
範圍	4-2 餘式因式定理 +Ans	班級		姓名	
		座號			

一. 選擇題 (每題 10 分)

1、(D) 下列何者恆爲多項式$(x+3)^n+1$的因式？ (A) $x+1$ (B) $x+2$ (C) $x+4$
(D) n 爲奇數時有$x+4$的因式 (E) n 爲偶數時有$x+2$的因式。

解析：令 $f(x)=(x+3)^n+1$ $f(-1)\neq 0$
$f(-2)=1^n+1\neq 0$ $f(-4)=(-1)^n+1$ 當 n 爲奇數時 $f(-4)=0$

2、(A) 若多項式 $f(x)$ 除以 x^2-5x-6 得餘式 $2x-3$,則下列何者恆成立？ (A) $f(-1)=-5$
(B) $f(1)=-1$ (C) $f(2)=1$ (D) $f(3)=3$ (E) $f(6)=8$

解析： $f(x)=(x-6)(x+1)Q(x)+2x-3$ ，$\therefore f(-1)=-5,\ f(6)=9$ 可確定

3、(B) 利用因式分解 $f(x)=(x^2+4x)^2-(x^2+4x)-20$ 來判斷下列何者不是 $f(x)$ 的因式？
(A) $x-1$ (B) $x+1$ (C) $x+2$ (D) $x+5$ (E) $x^2+7x+10$

解析： $f(x)=(x^2+4x-5)(x^2+4x+4)=(x+2)^2(x+5)(x-1)$ ，故$x+1$ 非$f(x)$的因式。

4、(D) 利用因式分解 $f(x)=x^8-256$ 來判斷下列何者不是 $f(x)$ 的因式？ (A) $x+2$
(B) $x-2$ (C) x^2-4 (D) x^3+2x^2-4x-8 (E) x^3+2x^2+4x+8

解析： $x^8-256=(x-2)(x+2)(x^2+4)(x^4+16)$
$x^3+2x^2+4x+8=(x+2)(x^2+4)$
$x^3+2x^2-4x-8=(x+2)^2(x-2)$

5、(B) 若多項式 $f(x)$，除以 x^2-x-6 得餘式 $3x+2$,則下列何者恆成立？ (A) $f(-3)=-7$
(B) $f(-2)=-4$ (C) $f(2)=8$ (D) $f(3)=7$ (E) $f(6)=20$

解析： $f(x)=(x-3)(x+2)Q(x)+3x+2$ ，$\therefore f(3)=11, f(-2)=-4$

二. 填充題 (每題 10 分)

6、 $f(x)=x^3+2x^2+ax-7$ 以 $x-2$ 與 $x+3$ 分別除之其餘數相同，則 $a=$____，又其餘數爲 ________ 。

答案： $-5,\ -1$

解析：$\because f(2)=f(-3)$ ，$\therefore 8+8+2a-7=-27+18-3a-7$,$\therefore a=-5$ ，又餘數爲 $f(2)=-1$

7、以$(x+2)^3$除多項式 $f(x)$ 之餘式爲$3x^2+5x+1$則以$(x+2)^2$除 $f(x)$ 之餘式爲______。

答案： $-7x-11$

解析： $f(x)=(x+2)^3Q(x)+3x^2+5x+1$， $3x^2+5x+1=3(x+2)^2-7x-11$ $\therefore$餘式$-7x-11$

8、設多項式$(x+1)^6$除以x^2+1的餘式爲$ax+b$ ，則 $a=$______，$b=$______。

答案：-8；0

解析：令$t=x^2+1$，則$(x+1)^2=x^2+2x+1=t+2x$

$$\begin{aligned}(x+1)^6&=[(x+1)^2]^3\\&=(t+2x)^3\\&=t^3+6xt^2+12x^2t+8x^3\end{aligned}$$

$=t(t^2+6xt+12x^2)+8x(x^2+1)-8x$
$=t(t^2+6xt+12x^2)+8xt-8x$
$=t(t^2+6xt+12x^2+8x)-8x$
$=(x^2+1)(t^2+6xt+12x^2+8x)-8x$

故$(x+1)^6$除以x^2+1之餘式爲$-8x$。

9、用$x-1$除$(x-2)^{2005}+2003$所得的餘式爲＿＿＿＿＿＿。

答案：2002

解析：$x=1\Rightarrow(-1)^{2005}+2003=2002$

10、設多項式$f(x)$被x^2-1除後的餘式爲$3x+4$，並且已知$f(x)$有因式x，若$f(x)$被$x(x^2-1)$除後的餘式爲px^2+qx+r，則$(p,q,r)=$＿＿＿＿＿。

答案：$(4,3,0)$

解析：設$f(x)=x(x^2-1)\cdot q(x)+a(x^2-1)+3x+4$

$f(0)=-a+4=0\Rightarrow a=4$

$\therefore$餘式$=4x^2+3x=px^2+qx+r$，故$(p,q,r)=(4,3,0)$。

11、設$f(x)=x^5+2x^4-49x^3+9x^2-20x+10$，則$f(6)=$＿＿＿＿。

答案：-2

解析：

$$\begin{array}{l|l} 1+2-49+9-20+10 & 6 \\ \quad 6+48-6+18-12 & \\ \hline 1\ +8-\ 1\ +3-\ 2 & \underline{-2} \end{array}$$

$\therefore f(6)=-2$。

12、若多項式$f(x)$除以x^2+2x-3得餘式$2x+5$；除以$x^2-3x-10$得餘式$5x-2$，則$f(x)$除以x^2-6x+5的餘式爲＿＿＿＿＿＿。

答案：$4x+3$

解析：設$f(x)=(x-1)(x+3)Q_1(x)+2x+5$ $\quad\therefore f(1)=7$

且$f(x)=(x-5)(x+2)Q_2(x)+5x-2$ $\quad\therefore f(5)=23$

又$f(x)=(x-1)(x-5)Q(x)+ax+b$，$\begin{cases}a+b=7\\5a+b=23\end{cases}$ $\Rightarrow a=4, b=3,$ 故餘式爲$4x+3$。

13、若多項式$f(x)$除以x^2-x-2的餘式爲$2x+3$,多項式$g(x)$除以x^2-5x-6的餘式爲$x-5$,則(1)以$x+1$除$f(x)$的餘式爲＿＿＿＿＿。(2)以$x+1$除$(x+3)f(x)-xg(x)$的餘式爲＿＿。

答案：(1) 1 (2) -4

解析：(1) $f(x)=(x-2)(x+1)Q_1(x)+2x+3$, $\therefore f(-1)=1$，$\therefore f(x)$除以$x+1$的餘式爲1

(2) $g(x)=(x-6)(x+1)Q_2(x)+x-5$，$\therefore g(-1)=-6$

$\therefore[(x+3)f(x)-xg(x)]$除以$x+1$的餘式爲$(-1+3)f(-1)-(-1)g(-1)=2+(-6)=-4$

14、若多項式$f(x)$除以x^2+2x+3的餘式爲$5x+6$，除以$x-2$的餘式爲-6，求$f(x)$除以$(x^2+2x+3)(x-2)$的餘式爲＿＿＿＿＿＿。

答案：$-2x^2+x$

解析：設 $f(x)=(x^2+2x+3)(x-2)Q(x)+a(x^2+2x+3)+5x+6$

且 $f(2)=-6\Rightarrow a(4+4+3)+10+6=-6\Rightarrow a=-2$

故餘式為 $-2(x^2+2x+3)+5x+6=-2x^2+x$

15、多項式 $f(x)$ 以 x^2-3x+2 除之餘式為 $5x+6$，以 x^2+x-20 除之餘式為 $x-2$，且 $\deg f(x)\ge 4$，則 $f(x)$ 除以 x^2+4x-5 的餘式為________　。

答案：$3x+8$

解析：設 $f(x)=(x-1)(x-2)Q_1(x)+5x+6$　$\therefore f(1)=11$

且 $f(x)=(x+5)(x-4)Q_2(x)+x-2$　$\therefore f(-5)=-7$

又 $f(x)=(x+5)(x-1)Q(x)+ax+b$，$\begin{cases} a+b=11 \\ -5a+b=-7 \end{cases}$　$\Rightarrow a=3, b=8$, 故餘式為 $3x+8$。

16、因式分解 $2x^3+3x^2-8x+3$。

答案：

$$\begin{array}{rrrr|l} 2+3 & -8 & +3 & & 1 \\ & 2 & +5 & -3 & \\ \hline 2+5 & -3 & \underline{\big|+0} & & \end{array}$$

原式 $=(x-1)(2x^2+5x-3)=(x-1)(2x-1)(x+3)$

17、設多項式 $f(x)=x^4+6x^3+15x^2+24x+10$，$f(-2+\sqrt{3})=$?

答案：(1) -4　(2) $8-2\sqrt{3}$

解析：$x=-2+\sqrt{3}\Rightarrow x+2=\sqrt{3}$

$(x+2)^2=3\Rightarrow x^2+4x+1=0$

$f(x)=x^4+6x^3+15x^2+24x+10=(x^2+4x+1)(x^2+2x+6)-2x+4$

$\Rightarrow f(-2+\sqrt{3})=0-2(-2+\sqrt{3})+4=8-2\sqrt{3}$

18、試決定 a, b 之值使得 $2x^3-x^2+bx+4a$ 可被 $(x-2)(x+3)$ 整除。

答案：

$\begin{array}{l} x=2\Rightarrow 16-4+2b+4a=0 \\ x=-3\Rightarrow -54-9-3b+4a=0 \end{array}\Rightarrow a=\dfrac{9}{2}, b=-15$