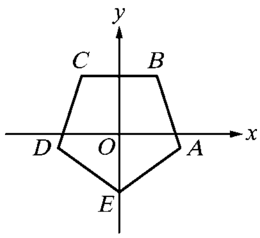
| 高雄市明誠中學 高一數學平時測驗 日期：93.11.01 | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| 範圍 | 2-3 坐標平面+Ans | 班級 | | 姓名 | |
| | | 座號 | | | |

一.選擇題 (每題 10 分)

1.(　　)設 $ABCDE$ 是坐標平面上一個正五邊形，它的中心與原點重合，且頂點 $E$ 在 y 軸的負向上（如下圖所示）。試問下列各直線中，斜率最小者爲何？ (A)直線 $AB$ (B)直線 $BC$ (C)直線 $CD$ (D)直線 $DE$ (E)直線 $EA$。




答案：(A)

解析：(1)斜率左下至右上斜率爲正，越陡斜率正的越多

(2)斜率左上至右下斜率爲負，越陡斜率負的越多

$m_{CD} > m_{EA} > 0 = m_{BC} > m_{DE} > m_{AB}$

2.(　　)設三角形三邊分別在直線 $2x+y=2$，$y=0$，$y=x+1$ 上，若直線 $y=mx+\frac{3}{2}$ 與此三角形相交，則 $m$ 之範圍爲 (A) $m\leq-\frac{1}{2}$ 或 $m\geq\frac{3}{2}$ (B) $-\frac{1}{2}\leq m\leq\frac{3}{2}$ (C) $m\leq-\frac{3}{2}$ 或 $m\geq\frac{1}{2}$ (D) $-\frac{3}{2}\leq m\leq\frac{1}{2}$ (E) $-\frac{3}{2}\leq m\leq-\frac{1}{2}$。

答案：(A)

解析：$\Delta$ 三頂點爲 $(-1,0), (1,0), (\frac{1}{3},\frac{4}{3})$，直線 $y=mx+\frac{3}{2}$ 過 $(-1,0), (\frac{1}{3},\frac{4}{3})$ 爲與此三角形相交之邊界，且此時斜率分別爲 $\frac{3}{2}$，$-\frac{1}{2}$，故 $m\leq-\frac{1}{2}$ 或 $m\geq\frac{3}{2}$

3.(　　)設 $A$（1，4），$B$（3，−1），則直線 $AB$ 的斜率爲

(A) $-\frac{2}{3}$ (B) $-\frac{5}{2}$ (C) $-\frac{3}{4}$ (D) $\frac{2}{5}$ (E) $\frac{3}{4}$。

答案：(B)

解析：$m_{AB}=\frac{4-(-1)}{1-3}=-\frac{5}{2}$

4.(　　)設 $A$（0，4），$B$（1，−2），$C$（3，1），則△$ABC$ 的面積爲

(A) $\frac{13}{2}$ (B) 7 (C) $\frac{15}{2}$ (D) 8 (E) $\frac{17}{2}$。

答案：(C)

解析：$\Delta ABC=\frac{1}{2}\begin{vmatrix}0 & 1 & 3 & 0\\ 4 & -2 & 1 & 4\end{vmatrix}=\frac{1}{2}|0-4+1+6+12-0|=\frac{15}{2}$

5.(　　)設 $A$，$B$，$C$ 爲空間中相異的三點，且不在同一直線上，在空間中另取一點 $D$，使得 $A$，$B$，$C$，$D$ 成爲一平行四邊形的四個頂點，則這樣的 $D$ 點一共有多少個？

(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E)無窮。

答案：(C)

解析：▱$ABCD$, ▱$ABDC$, ▱$ACBD$ 共三個頂點。

6.(　　)不論任何實數 $k$，直線（$3k+5$）$x$+（$k-2$）$y+4k+1=0$ 恆過定點爲

(A) ( $\frac{1}{3}$ , $\frac{4}{3}$ )　(B) ( $-\frac{9}{11}$ , $-\frac{17}{11}$ )　(C) ( $-\frac{3}{7}$ , $\frac{5}{7}$ )
(D) ( $\frac{5}{4}$ , $-\frac{1}{4}$ )　(E) (1, 2) 。

答案：(B)

解析：$(3k+5)x+(k-2)y+4k+1=0 \Rightarrow (5x-2y+1)+k(3x+y+4)=0$

恆過 $\begin{cases} 5x-2y+1=0 \\ 3x+y+4=0 \end{cases} \Rightarrow (x,y)=(-\frac{9}{11},-\frac{17}{11})$

7.(　　)一直線 $L$，其斜率為 $\frac{-2}{3}$ ，$x$ 截距為 $-4$，則 $L$ 之方程式為　(A) $y=\frac{-2}{3}x-4$
(B) $\frac{x}{-4}+\frac{y}{\frac{-8}{3}}=0$　(C) $\frac{x}{-4}+\frac{y}{\frac{-8}{3}}=1$　(D) $\frac{y}{x-4}=\frac{-2}{3}$　(E) $2x+3y-8=0$。

答案：(C)

解析：$L: y-0=-\frac{2}{3}(x+4) \Rightarrow 2x+3y=-8 \Rightarrow \frac{2x}{-8}+\frac{3y}{-8}=1$ 即 $\frac{x}{-4}+\frac{y}{\frac{-8}{3}}=1$

8.(　　)設 $A$ (1, 3) , $B$ (7, $-2$) ，則線段 AB 的垂直平分線的方程式為
(A) $6x-5y-20=0$　(B) $6x-5y-21=0$　(C) $12x-10y-41=0$
(D) $12x-10y-43=0$　(E) $12x-10y-45=0$。

答案：(D)

9.(　　)已知 $A$ (0, 0) , $B$ (12, 3) , $C$ (9, 6) 為坐標平面上一個三角形的三個頂點，則 A 點至 $\overline{BC}$ 邊的垂線方程式為
(A) $x-y=0$　(B) $x+y=0$　(C) $x-y=3$　(D) $x+y=3$。

答案：(A)

解析：$m_{BC}=\frac{3-6}{12-9}=-1$， $\overline{BC}$ 邊的高斜率為 1，

則過 $A$ $(0,0)$ 點至 $\overline{BC}$ 邊的垂線方程式為 $y-0=1\cdot(x-0) \Rightarrow y=x$

二. 填充題 (每題 10 分)

1、一直線平行 $4x+3y=6$ 且與兩坐標軸截出之線段長為 10，則此直線方程式為________。

答案：$4x+3y=\pm 24$

解析：$L$ : $4x+3y=k$ 與 $4x+3y=6$ 平行，與兩坐標軸交於 $(\frac{k}{4},0),(0,\frac{k}{3})$

$\sqrt{(\frac{k}{4})^2+(\frac{k}{3})^2}=10 \quad \therefore \frac{5}{12}|k|=10 \quad \therefore k=\pm 24 \qquad L: 4x+3y=\pm 24$

2.、一直線 $L$ 與二直線 $2x+3y=3, x+5y=2$ 分別交於 $A, B$ 兩點，且原點恰為 $\overline{AB}$ 的中點，則 $L$ 的方程式為____________。

答案：$y=-\frac{1}{3}x$

解析：$\overline{AB}$ 之中點必在 $L$ 上，故設 $L: y=mx$

$\begin{cases}2x+3y=3\\ y=mx\end{cases}\Rightarrow A(\frac{3}{2+3m},\frac{3m}{2+3m})$ ，$\overline{AB}$ 之中點恰爲原點。

$\begin{cases}x+5y=2\\ y=mx\end{cases}\Rightarrow B(\frac{2}{1+5m},\frac{2m}{1+5m})$

$\therefore \frac{3}{2+2m}+\frac{2}{1+5m}=0 \qquad \therefore m=-\frac{1}{3}$ ，故 $L$: $y=-\frac{1}{3}x$

3、若 $A(2,\ 11),B(5,\ 2),C(a,\ -1)$ 若 $A,B,C$ 三點共線則 $a=$______________。

答案：6

解析：三點共線$\therefore m_{AB}=m_{BC}\therefore\frac{9}{-3}=\frac{-3}{a-5}\therefore a=6$

4、設 $A$（2，－3），$B$（－1，2），$C$（$a$－1，$a$－3），$D$（2$a$，3$a$），試問：

(1)若 $\overline{AC}\perp\overline{BC}$ ，則 $a$＝______________。

(2)若 $\overline{AB}\,//\,\overline{CD}$ ，則 $a$＝______________。

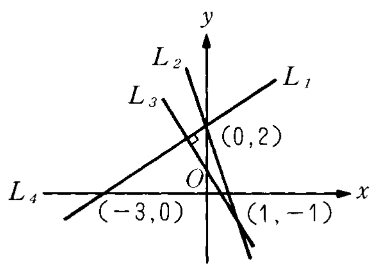
答案：(1) 0，4；(2)－$\frac{14}{11}$

解析：

(1) $m_{AC}\cdot m_{BC}=-1\Rightarrow\frac{(a-3)-(-3)}{(a-1)-2}\cdot\frac{(a-3)-2}{(a-1)-(-1)}=-1\Rightarrow a=0,4$

(2) $m_{AB}=m_{CD}\Rightarrow\frac{2-(-3)}{-1-2}=\frac{(a-3)-3a}{(a-1)-2a}\Rightarrow a=-\frac{4}{11}$

5、寫出下圖各直線之方程式：




(1) $L_1$：______________。 (2) $L_2$：______________。

(3) $L_3$：______________。 (4) $L_4$（$x$ 軸）：______________。

答案：(1) 2$x$－3$y$＋6＝0；(2) 3$x$＋$y$－2＝0；(3) 3$x$＋2$y$－1＝0；(4) $y$＝0

解析：(1) $\frac{x}{-3}+\frac{y}{2}=1\Rightarrow$ 2$x$－3$y$＋6＝0

(2) $\frac{y-2}{x-2}=\frac{2-(-1)}{0-1}\Rightarrow$ 3$x$＋$y$－2＝0

(3) $m_1=\frac{2}{3}\Rightarrow m_3=-\frac{3}{2},L_3:y+1=-\frac{3}{2}(x-1)\Rightarrow$ 3$x$＋2$y$－1＝0

(4) $y=0$

6、$A$（－1，6），$L$：3$x$－5$y$＝1，試問：

(1)過 $A$ 點且垂直 $L$ 之直線 $L'$ 的方程式爲______________。

(2) $L$ 與 $L'$ 之交點 $B$ 的坐標爲______________。

(3)若 $C$ 在 $L$ 上，且△$ABC$ 爲等腰直角三角形，則 $C$ 點坐標爲______________。

答案：(1) 5$x$＋3$y$＝13；(2)（2，1）；(3)（7，4）或（－3，－2）

解析：(1) $L:3x-5y=1,m=\frac{3}{5}\Rightarrow L':y-6=\frac{3}{5}(x+1)$ ，即 5$x$＋3$y$＝13

(2) $\begin{cases}3x-5y=1\\ 5x+3y=13\end{cases}\Rightarrow(x.y)=(2,1)$

(3) 設 $C(2+5t,1+3t)$ ，$\overline{AB}^2=(-1-2)^2+(6-1)^2=34,$

$\overline{BC}^2=(2+5t-2)^2+(1+3t-1)^2=34t^2$ ，$\overline{AC}^2=(2+5t+1)^2+(1+3t-6)^2=34t^2+34$

故 $\overline{AB}^2+\overline{BC}^2=\overline{AC}^2\Rightarrow\angle B=90°$ ，且 $\overline{AB}=\overline{BC}\Rightarrow t^2=1$ ，即 $t=\pm1$

所以 $C(7,4)$ 或 $C(-3,-2)$

7、試求滿足下列各條件的直線方程式：

(１)通過（－2，－3）而與直線 $x+5y-3=0$ 平行。答：____________。

(２)通過（1，5）而與直線 $5x-4y+1=0$ 垂直。答：____________。

答案：(１) $x+5y+17=0$；(２) $4x+5y-29=0$

解析：(1) 直線 $x+5y-3=0\Rightarrow m=-\frac{1}{5}$ 所求直線 $y-(-3)=-\frac{1}{5}(x+2)$ 即 $x+5y+17=0$

(2) 直線 $5x-4y+1=0\Rightarrow m=\frac{5}{4}$ 所求直線 $y-5=-\frac{4}{5}(x-1)$ 即 $4x+5y-29=0$

8、$A$（1，2）向 $L$ 作垂線得垂足坐標為（4，－2），試問：

(１) $L$ 之直線方程式為____________。

(２)以 $A$ 為中心將 $L$ 順時針旋轉 90°, 旋轉後之直線方程式為____________。

答案：(１) $3x-4y-20=0$；(２) $4x+3y+15=0$

解析：(1)設 $A\perp L$ 於 $H(4,-2)$ ，則 $m_{AH}=\frac{2-(-2)}{1-4}=-\frac{4}{3}$ ，

故 $L:y-(-2)=\frac{3}{4}(x-4)\Rightarrow 3x-4y-20=0$

(2)設所求 $4x+3y+k=0$

9、設 $k$ 為實數，若點（$k^2-3k$，$k^2-1$）在第二象限內，則 $k$ 之範圍為____________。

答案：$1<k<3$

解析：$\begin{cases}k^2-3k<0\\k^2-1>0\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}k(k-3)<0\Rightarrow 0<k<3\\(k+1)(k-1)>0\Rightarrow k>1,k<-1\end{cases}$，取重疊部分 $1<k<3$

10、一位海盜欲將三件珠寶埋藏在一個島上的三個地方，海盜就以島上的一棵大王椰子樹為中心，由大王椰子樹向東走 12 步埋他的第一件珠寶；由大王椰子樹向東走 4 步，再往北走 $a$ 步埋他的第二件珠寶；最後由大王椰子樹向東走 $a$ 步，再往南走 8 步埋他的第三件珠寶。事隔多年之後，海盜僅記得 $a>0$ 及埋藏珠寶的三個地方在同一直線上。

那麼 $a=$____________。。

答案：16

解析：藏珠寶的三個地方坐標 $(12,0)$ ，$(4,a)$ ，$(a,-8)$ (三個地方在同一直線上)

$\frac{0-a}{12-4}=\frac{a+8}{4-a}\Rightarrow 8(a-8)=a(a-4)\Rightarrow a^2-12a-64=0$ ，

$(a+16)(a-4)=0$ $\quad\quad a=16$

11、若 $P$ 點是在過點（1,－3），斜率為 $\frac{1}{2}$ 的直線 $L_1$ 上，且 $P$ 點也在過點（－2，3），斜率為 2 的直線 $L_2$ 上，則 $P$ 點的坐標為____________。

答案：（－7，－7）

解析：$L_1:y+3=\frac{1}{2}(x-1),\quad L_2:y-3=2(x+2)$ ，故 $P$ 為二直線 $L_1$ ，$L_2$ 交點，$(-7,-7)$

12、設三直線 $L_1$：$x+2y-5=0$，$L_2$：$2x-3y+4=0$，$L_3$：$ax+y=0$（$a$ 是常數），不能圍成一個三角形，則 $a=$______________。

答案：$-2$，$\dfrac{-2}{3}$，$\dfrac{1}{2}$

解析：$L_1$：$x+2y-5=0 \Rightarrow m_1=-\dfrac{1}{2}$，$L_2$：$2x-3y+4=0 \Rightarrow m_2=\dfrac{2}{3}$，$L_3$：$ax+y=0 \Rightarrow m_3=-a$

不能圍成三角形：

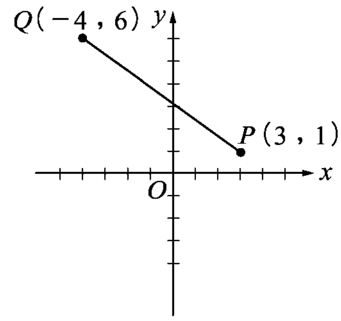
(1) $L_3 // L_1 \Rightarrow -\dfrac{1}{2}=-a,\quad a=\dfrac{1}{2}$

(2) $L_3 // L_2 \Rightarrow \dfrac{2}{3}=-a,\quad a=-\dfrac{2}{3}$

(3) $L_1, L_2, L_3$ 交於一點 $\Rightarrow \begin{cases} x+2y-5=0 \\ 2x-3y+4=0 \\ ax+y=0 \end{cases} \Rightarrow a=-2$

13、已知 $P$（3，1），$Q$（$-4$，6），若 $\overline{PQ}$ 與直線 $3x-2y+k=0$ 相交，則 $k$ 的範圍為______________。

答案：$-7 \leq k \leq 24$




解析：$L$：$3x-2y+k=0 \Rightarrow y=\dfrac{1}{2}(3x+k)$

$\Rightarrow y=\dfrac{3}{2}x+\dfrac{k}{2}$ 表斜率 $\dfrac{3}{2}$，$y$ 軸截距 $\dfrac{k}{2}$ 的直線

(1)令 $L$ 過（3，1）$\Rightarrow 3\times3-2\times1+k=0 \Rightarrow k=-7$

(2)令 $L$ 過（$-4$，6）$\Rightarrow 3\times(-4)-2\times6+k=0 \Rightarrow k=24$

得知 $-7 \leq k \leq 24$ 即可使 L 與 $\overline{PQ}$ 相交

14、設直線 $L$ 之斜率為 $-2$，若 $L$ 與兩坐標軸所圍成之三角形面積為 4，則 $L$ 的方程式為______________。

答案：$2x+y-4=0$，$2x+y+4=0$

解析：設此直線方程式為 $2x+y=k$　則與 $x$ 軸，$y$ 軸之截距分別為 $\dfrac{k}{2}$，$k$

$\therefore \dfrac{1}{2}\left|\dfrac{k}{2}\cdot k\right|=4 \Rightarrow k^2=16 \Rightarrow k=\pm4$

$\therefore$ 直線方程式為 $2x+y-4=0$ 或 $2x+y+4=0$

15、設一直線之截距和為 1，且與兩坐標軸圍成之三角形面積為 3，則此直線方程式為______________。

答案：$\dfrac{x}{3}+\dfrac{y}{-2}=1$ 或 $\dfrac{x}{-2}+\dfrac{y}{3}=1$

解析：設此直線為 $\dfrac{x}{a}+\dfrac{y}{b}=1$，$ab\neq0$　　則 $a+b=1$，$\dfrac{1}{2}\left|ab\right|=3$

$\therefore$(1) $\begin{cases} a+b=1 \\ ab=6 \end{cases}$，$a$，$b$ 為虛數（不合）　　(2) $\begin{cases} a+b=1 \\ ab=-6 \end{cases}$

$\therefore$（$a$，$b$）=（$-2$，3）或（3，$-2$）　$\therefore$ 直線為 $\dfrac{x}{-2}+\dfrac{x}{3}=1$ 或 $\dfrac{x}{3}+\dfrac{y}{-2}=1$

17、設 $A$（$-1$，4），則過 $A$ 之直線與兩坐標軸在第二象限所圍成之三角形面積最小値爲______________，此時直線方程式爲______________。。

答案：8；$4x-y+8=0$

解析：設所求直線 $\dfrac{x}{a}+\dfrac{y}{b}=1, a<0, b>0$，過 $(-1,4)\Rightarrow \dfrac{-1}{a}+\dfrac{4}{b}=1$，

在第二象限所圍成之三角形面積 $\dfrac{-ab}{2}$

$$\frac{-1}{a}>0, \frac{4}{b}>0 \Rightarrow \frac{\frac{-1}{a}+\frac{4}{b}}{2}\geq\sqrt{\frac{-1}{a}\cdot\frac{4}{b}}\Rightarrow\frac{1}{2}\geq\sqrt{\frac{4}{-ab}}$$

$$\Rightarrow\frac{1}{4}\geq\frac{4}{-ab}$$

$$\Rightarrow 4\leq\frac{-ab}{4}$$

$$\Rightarrow 8\leq\frac{-ab}{2}$$

此時 $\dfrac{-1}{a}=\dfrac{4}{b}=\dfrac{1}{2}\Rightarrow a=-2, b=8\Rightarrow\dfrac{x}{-2}+\dfrac{y}{8}=1$

18、直線 $L$ 過點（6，$-4$），且與兩坐標軸在第一象限內所圍成之三角形面積爲 6，則 $L$ 之方程式爲______________。

答案：$4x+3y=12$

解析：設直線 $L$ 在 $x$ 軸，$y$ 軸的截距分別爲 $a$，$b$（$a>0$，$b>0$）則 $L$：$\dfrac{x}{a}+\dfrac{y}{b}=1$

△面積＝$\dfrac{1}{2}\left|ab\right|=6$　$\therefore ab=12$

$bx+ay=ab\Rightarrow 6b-4a=ab$

$\begin{cases}6b-4a=ab\\ ab=12\end{cases}$　$\therefore a=3$ 或 $-6$（不合）　$\therefore b=4$

∴方程式 $L$：$4x+3y=12$

19、直線 $L$ 過（$-2$，3）且在兩軸之截距的絕對値相等，則 $L$ 的方程式爲______________。（三解）

答案：$x-y+5=0$ 或 $x+y-1=0$ 或 $3x+2y=0$

解析：設 $x$ 軸截距爲 $a$，$y$ 軸截距爲 $b$，則 $|a|=|b|$

(1)當 $a\neq0$ 且 $b\neq0$ 時，

①若 $a=b\Rightarrow$ 直線方程式爲 $\dfrac{x}{a}+\dfrac{y}{a}=1$，過（$-2$，3）

$\therefore\dfrac{-2}{a}+\dfrac{3}{a}=1\Rightarrow\dfrac{1}{a}=1$　$\therefore a=1$　此時直線爲 $x+y=1$

②若 $a=-b$ 時 $\Rightarrow$ 直線方程式爲 $\dfrac{x}{a}+\dfrac{y}{-a}=1$，過（$-2$，3）

$\therefore\dfrac{-2}{a}+\dfrac{3}{-a}=1$　$\therefore a=-5$

此時直線爲$\frac{x}{-5}+\frac{y}{5}=1 \Rightarrow x-y=-5$

(２)當 $a=b=0$ 時，

直線爲過（0，0）與（－2，3）兩點$\therefore \frac{y-0}{x-0}=\frac{3}{-2} \Rightarrow 3x+2y=0$

由(１)(２)知所求直線爲 $x+y=1$ 或 $x-y=-5$ 或 $3x+2y=0$