高雄市明誠中學 高一數學平時測驗 日期：93.11.01					
範圍	2-3 坐標平面+Ans	班級		姓名	
		座號			

一.選擇題 (每題 10 分)

1、(D) $\triangle ABC$ 中，$A(-2,1),B(4,5),C(-4,4)$，則下列何者正確？ (A) $\overline{AB}=2\sqrt{10}$ (B) $\overline{BC}=3\sqrt{7}$ (C) $\triangle ABC$ 為銳角△ (D) $\triangle ABC$ 為直角△ (E) $\triangle ABC$ 為鈍角△

解析：$\overline{AB}=\sqrt{6^2+4^2}=2\sqrt{13}$ $\overline{BC}=\sqrt{8^2+1}=\sqrt{65}$ $\overline{CA}=\sqrt{2^2+3^2}=\sqrt{13}$ $\therefore \triangle ABC$ 為直角△

2、(C) $\triangle ABC$ 中，$A(-2,1),B(4,5),C(0,6)$，則$\triangle ABC$ 的面積為

(A) 9 (B) 10 (C) 11 (D) 12 (E) 13

解析：$\dfrac{(5+6)\times 4}{2}+\dfrac{(1+6)\times 2}{2}-\dfrac{(1+5)\times 6}{2}=11$

3、(D) 若$a<0,b>0$，則下列何點必在第二象限？ (A) $(a,a-b)$ (B) $(ab,a+b)$ (C) $(a^2+b^2,a-b)$ (D) $(a-b,b-a)$ (E) (a^2-b^2,ab)

解析：(A)（╳）：$\because a<0,b>0,\ \therefore a-b<0$，$\therefore (a,a-b)\in$第三象限。

(B)（╳）：$\because a<0,b>0,\ \therefore ab<0$，$a+b$ 不確定，$\therefore (ab,a+b)$ 不確定。

(C)（╳）：$(a^2+b^2,a-b)\in$第四象限。

(D)（○）：$\because a<0,b>0,\ \therefore a-b<0,b-a>0$，$\therefore (a-b,b-a)\in$第二象限。

(E)（╳）：$\because a<0,b>0$，$\therefore a^2-b^2$不確定，$\therefore (a^2-b^2,ab)$不確定。

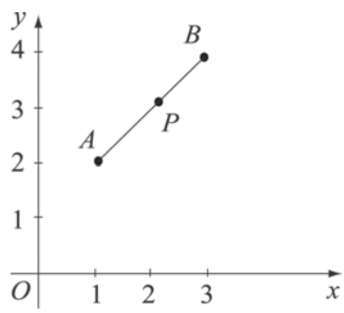
故答案為(D)。

4、(A) 設 $P(x,y)$為坐標平面上一點，且滿足

$$\sqrt{(x-1)^2+(y-2)^2}+\sqrt{(x-3)^2+(y-4)^2}=\sqrt{(3-1)^2+(4-2)^2}$$

那麼 P 點的位置在哪裡？

(A) 第一象限 (B) 第二象限 (C) 第三象限 (D) 第四象限 (E) x 軸或 y 軸上



解析：令 $A(1,2), B(3,4), P(x,y)$ 則

$\overline{AP}=\sqrt{(x-1)^2+(y-2)^2}$ $\overline{BP}=\sqrt{(x-3)^2+(y-4)^2}$

$\overline{AB}=\sqrt{(3-1)^2+(4-2)^2}$

依題意 $\overline{AP}+\overline{PB}=\overline{AB}$, $\therefore$ P 必落在$\overline{AB}$之間，因此，P 必在第一象限。

5、(C) 已知 $A(1,3), B(4,1), C(-2,5), D(2,3)$ 及直線 L: $2x+3y=7$，在直線$\overleftrightarrow{AB},\overleftrightarrow{BC},\overleftrightarrow{CD},\overleftrightarrow{AC}$ 與 L 中，有一條直線與其他 4 條直線不平行也不重合，則此直線為

(A) $\overleftrightarrow{AB}$ (B) $\overleftrightarrow{BC}$ (C) $\overleftrightarrow{CD}$ (D) $\overleftrightarrow{AC}$ (E) L

解析：$\because m_{AB}=-\dfrac{2}{3},\ m_{BC}=-\dfrac{2}{3},\ m_{CD}=-\dfrac{1}{2},\ m_{AC}=-\dfrac{2}{3},\ m_L=-\dfrac{2}{3}$ $\therefore$選(C)

6、(AC) $(3,4)$ 不通過下列哪些直線？(複選)

(A) x截距為-6，y截距為-8的直線

(B) 過 $(-1,-2)$ 與 $(23,34)$ 兩點所構成的直線

(C) 斜率為 1，通過$(a,a+2)$的直線，$a\in\mathbb{R}$

(D) 通過$A(5,1)$, $B(-4,7)$, $C(8,4)$ 三角形重心的直線

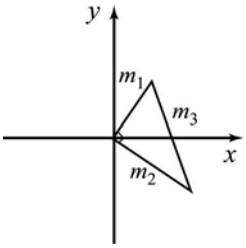
(E) $2(x-3)+k(y-4)=0$， $k\in\mathbb{R}$

7、(CE) 平面上有一個直角三角形，其三邊的斜率爲實數m_1, m_2, m_3，並假設$m_1 > m_2 > m_3$。

則下列選項哪些必定爲真？(複選)

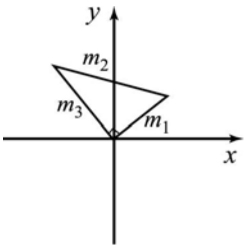
(A) $m_1m_2 = -1$ (B) $m_1m_3 = -1$ (C) $m_1 > 0$ (D) $m_2 \le 0$ (E) $m_3 < 0$

$\boxed{\text{解析}}$：圖形爲圖一時, $m_1 > 0, m_2 < 0, m_3 < 0$　　　$m_1 \cdot m_2 = -1$,



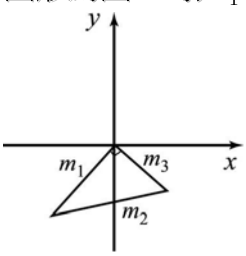
圖一

圖形爲圖二時, $m_1 > 0, m_2 < 0, m_3 < 0$　　　$m_1 \cdot m_3 = -1$



圖二

圖形爲圖三時, $m_1 > 0, m_2 > 0, m_3 < 0$　　　$m_1 \cdot m_3 = -1$



圖三

由以上討論可知, $m_1 > 0$且$m_3 < 0$,故選(C), (E).

8、($\substack{\text{AB}\\\text{DE}}$) 設不共點的三直線之方程式分別爲： $ax-4y=1,\ (a+1)x+3y=2,\ x-2y=3$

其中a爲實數。試問a爲何值時，上述三直線會圍出一個直角三角形？(複選)

(A) -8 (B) -4 (C) 1 (D) 3 (E) 5

$\boxed{\text{解析}}$：令 $L_1 : ax-4y=1$, 斜率$m_{L_1} = \dfrac{a}{4}$

令 $L_2 : (a+1)x+3y=2$, 斜率$m_{L_2} = -\dfrac{a+1}{3}$

令 $L_3 : x-2y=3$, 斜率$m_{L_3} = \dfrac{1}{2}$

則(1)若$L_1 \perp L_2 \Rightarrow m_{L_1} \cdot m_{L_2} = -1 \Rightarrow \dfrac{a}{4} \times (-\dfrac{a+1}{3}) = -1 \Rightarrow a = -4, 3$

(2)若$L_1 \perp L_3 \Rightarrow \dfrac{a}{4} \times \dfrac{1}{2} = -1 \Rightarrow a = -8$

(3)若 $L_2 \perp L_3 \Rightarrow (-\frac{a+1}{3})\times\frac{1}{2}=-1 \Rightarrow a=5$

當 $a=-4,3,5,-8$ 時，三直線均不共點且不平行（斜率不相等），故選(A)(B)(D)(E)

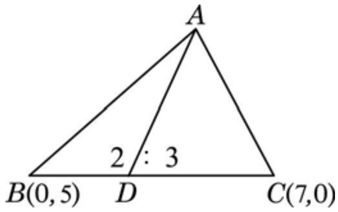
二. 填充題 (每題 10 分)

1、 已知 $G(2,-1)$ 爲 $\triangle ABC$ 的重心，若 $A(3,5), B(-1,3)$，則 C 的坐標爲______。

答案：$(4,-11)$

解析：設 $C(x,y)$，則 $G(2,-1)=(\frac{3+(-1)+x}{3},\frac{5+3+y}{3}) \Rightarrow \begin{cases} x=4 \\ y=-11 \end{cases}$，$C(4,-11)$。

2、 設 D 點在 $\triangle ABC$ 的 $\overline{BC}$ 邊上，且 $\triangle ABD$ 的面積 $=\frac{2}{3}\triangle ADC$ 的面積，若 B 的坐標爲 $(0,5)$，C 的坐標爲 $(7,0)$，則 D 的坐標爲______



答案：$(\frac{14}{5},3)$

解析：$\overline{BD}:\overline{DC}=\triangle ABD$ 的面積：$\triangle ADC$ 的面積 $=\frac{2}{3}:1=2:3$

$\therefore \overline{BD}:\overline{DC}=2:3$，$D$ 點之坐標爲

$(\frac{2\cdot 7+3\cdot 0}{2+3},\ \frac{2\cdot 0+3\cdot 5}{2+3})=(\frac{14}{5},\ \frac{15}{5})=(\frac{14}{5},\ 3)$。

3、 $\triangle ABC$ 中，$A(1,2),B(3,-2),C(a,a)$，若 $\triangle ABC$ 爲直角△，

(1)若 $\angle A$ 爲直角時，$a=$______，(2)若 $\angle C$ 爲直角時，$a=$______。

答案：(1) 3　　(2) $\frac{2\pm\sqrt{6}}{2}$

解析：(1) $m_{AB}\cdot m_{AC}=-1$　　$\frac{-2-2}{3-1}\cdot\frac{(a-2)}{(a-1)}=-1, \therefore a=3$

(2) $m_{BC}\cdot m_{AC}=-1$　　$\frac{(a+2)}{(a-3)}\cdot\frac{(a-2)}{(a-1)}=-1, \therefore 2a^2-4a-1=0$　$\therefore a=\frac{4\pm\sqrt{16+8}}{4}=\frac{2\pm\sqrt{6}}{2}$

4、 設直線 L 的斜率爲 $-\frac{6}{5}$，且與兩坐標軸所圍成的三角形的面積爲 15，試求直線 L 的方程式爲______。

答案：$6x+5y=\pm 30$

解析：設 $L: y=-\frac{6}{5}x+b \Rightarrow$ 交二軸於 $(\frac{5b}{6},0),(0,b)$，則 $15=\frac{1}{2}|\frac{5b}{6}\cdot b| \Rightarrow b^2=36$，$b=\pm 6$

$\therefore L: y=-\frac{6}{5}x\pm 6 \Rightarrow 6x+5y=\pm 30$。

5、 設 $A(2,-5)$，直線 $L: x-2y+3=0$，則由點 A 作直線 L 的垂直線的垂足坐標爲______。

答案：$(-1,1)$

解析：設 $L_1 \perp L$，則 $m_{L_1}=-2 \Rightarrow L_1: y+5=-2(x-2)$，$\therefore 2x+y=-1$

$\therefore \begin{cases} x-2y=-3 \\ 2x+y=-1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=-1 \\ y=1 \end{cases}$，$\therefore$ 垂足坐標爲 $(-1,1)$。

6、 在坐標平面上，一光線通過點 $A(1,3)$，經 x 軸反射後會通過點 $B(6,2)$，試問

(1)反射後之光線其方程式為________。

(2)此光線在 x 軸上之反射點坐標為__________。

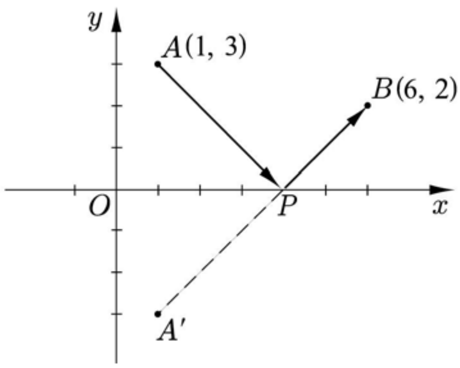
答案：(1) $x-y-4=0$　　(2)(4, 0)

解析：(1)A 關於 x 軸之對稱點 A' 坐標為(1, −3)

$$m_{\overline{A'B}}=\frac{2-(-3)}{6-1}=\frac{5}{5}=1 \qquad y+3=1\cdot(x-1) \qquad x-y-4=0$$

(2)設此光線在 x 軸上之反射點為 P

$\because x-y-4=0$　$\therefore$令 $y=0\Rightarrow x=4$　　$\therefore P(4,0)$。



7、 設直線 L 過點 (3, 4) 且在第一象限與兩坐標軸所圍成之三角形面積為 24，求 L 之方程式為_______________。

答案：$8x+6y-48=0$

解析：令 $L:\dfrac{x}{a}+\dfrac{y}{b}=1, a>0, b>0$　　三角形面積$=\dfrac{1}{2}ab=24\Rightarrow ab=48\cdots\cdots$①

又 L 過點 (3, 4)，$\therefore \dfrac{3}{a}+\dfrac{4}{b}=1\Rightarrow 4a+3b=ab\cdots\cdots$②

①代入②, $4a+3b=48\Rightarrow b=\dfrac{48-4a}{3}\cdots\cdots$③

③代入①, $a(48-4a)=48\times3$，$a^2-12a+36=0$，$(a-6)^2=0$　$\therefore a=6\Rightarrow b=8$

$\Rightarrow L:\dfrac{x}{6}+\dfrac{y}{8}=1$，故得$8x+6y-48=0$。

8、兩條直線L_1: $(11-3m)x+(m-1)y=1, L_2$: $(2m-1)x+5y=9$

(1)若 $L_1 // L_2$ 則 $m=$______，(2)若 $L_1 \perp L_2$ 則 $m=$______。

答案：(1) $3,-9$　　(2) $\dfrac{15\pm\sqrt{129}}{6}$

解析：(1) $\dfrac{11-3m}{2m-1}=\dfrac{m-1}{5}, \therefore m^2+6m-27=0$，$(m+9)(m-3)=0, m=3$或$-9$

(2)$\because L_1 \perp L_2$　$\therefore (11-3m)(2m-1)+5(m-1)=0$　$3m^2-15m+8=0, m=\dfrac{15\pm\sqrt{129}}{6}$

9、平行四邊形 $ABCD$，已知 $A(1,2), B(4,5), D(-2,1)$, 則 C 點坐標為______。

答案：(1,4)

解析：$\overline{BD}$ 中點為(1,3)　$\therefore \overline{AC}$ 中點亦為(1,3)　$C(x,y)\Rightarrow\begin{cases}1+x=4-2\\2+y=5+1\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}x=1\\y=4\end{cases}$　$\therefore C(1,4)$

10、二直線$L_1: kx-2y=3k-2, L_2: 3x+(k-5)y=25-6k$,

(1)當$k=$______時，$L_1 // L_2$，　(2)當$k=$______時，$L_1=L_2$，

(3)當$k\neq$______時，L_1與L_2相交，　(4)當$k=$______時，$L_1 \perp L_2$。

答案：(1)2, 3　(2)3　(3)2, 3　(4) −10

解析：(1) $L_1 // L_2 \therefore \frac{k}{3}=\frac{-2}{k-5} \therefore k^2-5k+6=0 \therefore k=2$ 或 3

(2) $k=2, L_1: 2x-2y=4, L_2: 3x-3y=13$(平行)

$k=3, L_1: 3x-2y=7, L_2: 3x-2y=7$(重合)$\therefore k=3$

(3)L_1與L_2相交，則$\frac{k}{3}\neq\frac{-2}{k-5} \therefore k\neq 2$ 且 $k\neq 3$

(4) $L_1 \perp L_2$，則 $3k-2(k-5)=0 \therefore k=-10$

11、不論k爲任意實數，直線$(3k+7)x+(7k+3)y=12k+8$恆是一定點，則此定點爲______，又在坐標平面上，有一條直線M，通過此一定點卻無法找到一實數k，使M以$(3k+7)x+(7k+3)y=12k+8$形式表示之，試問此直線M之方程式爲______。

答案：$(\frac{1}{2},\frac{3}{2})$, $3x+7y-12=0$

解析：$(3k+7)x+(7k+3)y=12k+8$

$\therefore k(3x+7y-12)+(7x+3y-8)=0$

$\begin{cases}3x+7y-12=0\\7x+3y-8=0\end{cases} \quad \therefore x=\frac{1}{2}, y=\frac{3}{2}$

$k(3x+7y-12)+(7x+3y-8)=0$，$\forall k\in\mathbb{R}$無法表示方程式$3x+7y-12=0$

15、$A(-1,3), B(4,7)$，若$\overline{AP}:\overline{BP}=2:3$，則$P$的坐標爲______或______。

答案：$(1,\frac{23}{5}),(-11,-5)$

解析：$P\in\overleftrightarrow{AB}$

(1)$A-P-B \Rightarrow P(\frac{2\times4+3\times(-1)}{2+3},\frac{2\times7+3\times3}{2+3})=(1,\frac{23}{5})$

(2) $P-A-B \Rightarrow P(\frac{-2\times4+3\times(-1)}{-2+3},\frac{-2\times7+3\times3}{-2+3})=(-11,-5)$

16、平面上四點$A(-1,2), B(4,2), C(2,-1)$和$O(0,0)$，過B點作直線OC的平行線交直線OA於D點，則D點的坐標爲______。

答案：$(-\frac{8}{3},\frac{16}{3})$

解析：$\because$斜率$OC=\frac{-1-0}{2-0}=\frac{-1}{2}$，又$\overleftrightarrow{BD}//\overleftrightarrow{OC}$　$\therefore$斜率相同

因此，$L_{BD}: y-2=-\frac{1}{2}(x-4)\Rightarrow x+2y=8$

又斜率$OA=\frac{2-0}{-1-0}=-2$　$\therefore L_{OA}: y-0=-2(x-0)\Rightarrow 2x+y=0$

因此，交點D: $\begin{cases}x+2y=8\\2x+y=0\end{cases}\Rightarrow (x,y)=(-\frac{8}{3},\frac{16}{3})$

17、設一直線經過$(2,-3)$且在兩軸上之截距乘積為 3，則其直線方程式為______。(二解)

答案：$x+\frac{y}{3}=1,\ -\frac{x}{2}-\frac{2y}{3}=1$

解析：設$L\ :\frac{x}{a}+\frac{y}{b}=1,\ \frac{2}{a}+\frac{-3}{b}=1$，又$ab=3$

$$\begin{cases}\frac{2}{a}+\frac{-3}{b}=1\Rightarrow 2b-3a=ab\\ ab=3\Rightarrow b=\frac{3}{a}\ \text{,得}\ (a,b)=(1,3)\ \text{或}\ (-2,-\frac{3}{2})\end{cases}$$

$\therefore L$ 為$\frac{x}{1}+\frac{y}{3}=1$或$\frac{x}{-2}+\frac{-2y}{3}=1$

18、一直線平行$4x+3y=6$且與兩坐標軸截出之線段長為 10，則此直線方程式為______。

答案：$4x+3y=\pm 24$

解析：$L\ :\ 4x+3y=k$ 與 $4x+3y=6$平行，與兩坐標軸交於$(\frac{k}{4},0),(0,\frac{k}{3})$

$\sqrt{(\frac{k}{4})^2+(\frac{k}{3})^2}=10\quad \therefore \frac{5}{12}|k|=10\quad \therefore k=\pm 24\qquad L:4x+3y=\pm 24$

19、一直線L與二直線$2x+3y=3,x+5y=2$分別交於A,B兩點，且原點恰為$\overline{AB}$的中點，則L的方程式為______。

答案：$y=-\frac{1}{3}x$

解析：$\overline{AB}$之中點必在L上，故設$L:y=mx$

$$\begin{cases}2x+3y=3\\ y=mx\end{cases}\Rightarrow(\frac{3}{2+3m},\frac{3m}{2+3m})$$

$$\begin{cases}x+5y=2\\ y=mx\end{cases}\Rightarrow(\frac{2}{1+5m},\frac{2m}{1+5m})$$

$\therefore\frac{3}{2+2m}+\frac{2}{1+5m}=0.\because m=-\frac{1}{3}$，故$L$: $y=-\frac{1}{3}x$

20、若$A(2,\ 11),B(5,\ 2),C(a,\ -1)$若$A,B,C$三點共線則$a=$______。

答案：6

解析：三點共線$\therefore m_{AB}=m_{BC}\therefore\frac{9}{-3}=\frac{-3}{a-5}\therefore a=6$