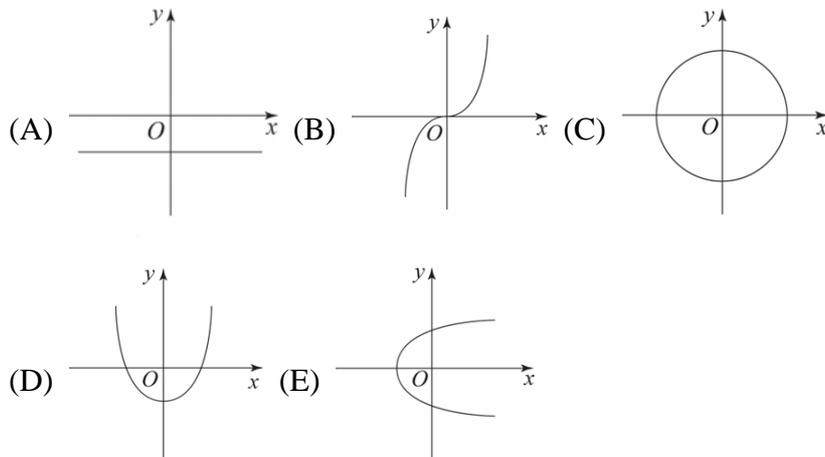


高雄市明誠中學 高一數學平時測驗				日期：93.10.04	
範圍	1-3 函數+Ans	班級		姓名	
		座號			

一. 選擇題 (每題 5 分)

1、(^{AB} D) 五個圖形中那些是 y 為 x 的函數圖形？(複選)



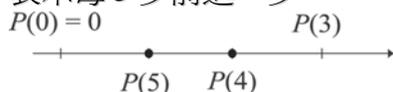
2、(^{AB} CD) 一機器狗每秒鐘前進或者後退一步，程式設計師讓機器狗以前進 3 步，然後再後退 2 步的規律移動。如果將此機器狗放在數線的原點，面向正的方向，以 1 步的距離為 1 單位長。令 $P(n)$ 表示第 n 秒時機器狗所在位置的坐標，且 $P(0) = 0$ 。那麼下列選項何者為真？

(A) $P(3) = 3$ (B) $P(5) = 1$ (C) $P(10) = 2$ (D) $P(101) = 21$ (E) $P(103) < P(104)$

解析：(A) $P(3)$ 表示狗第 3 秒的位置 $\therefore P(3) = 3$ (往正向走 3 步)

(B) 如圖， $P(5) = 1$ (\because 在 $P(3)$ 處往後 2 步)

表示每 5 步前進一步



(C) $\therefore P(10) = 2$

(D) $P(101) = 20 + 1 = 21$

(E) $P(102) = 21 + 1 = 22$, $P(103) = 22 + 1 = 23$, $P(104) = 23 - 1 = 22$

$\Rightarrow P(103) > P(104)$

3、(^{BC} E) $A = \{1, 2\}$, $B = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 則下列何者為真？(A) $A \in B$ (B) A 的子集有 4 個

(C) 若 $A \subset C \subset B$ 則這樣的集合 C 有 8 個 (D) 可定出由 A 至 B 之函數 32 個 (E) 若定義 $f(x) = x^2 + 1$ 則 $f(x)$ 為由 A 至 B 之函數

二. 填充題 (每題 10 分)

4、設 $f(x) = 2x^2 - x + 1$ ，則 $f(x+1) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

答案： $2x^2 + 3x + 2$

解析： $f(x+1) = 2(x+1)^2 - (x+1) + 1 = 2x^2 + 3x + 2$

3、(1)設 $f(x) = 2x + 1$, $A = \{x | 1 \leq x \leq 5\}$ ，則值域 $f(A) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

(2) 設 $f(x) = \frac{|x|}{x}$, $A = \{x | x \neq 0, x \in \mathbb{R}\}$, 則值域 $f(A) =$ _____。

答案 : (1) $\{y | 3 \leq y \leq 11\}$ (2) $\{1, -1\}$

5、設 $f(x)$ 為一函數，且滿足 $f(x) = f(x+5)$, $f(-x) = -f(x)$ ，已知 $f(2) = 3$ ，則

(1) $f(12) =$ _____。 (2) $f(-27) =$ _____。

答案 : (1) 3 (2) -3

解析 : (1) $f(12) = f(7) = f(2) = 3$ 。 (2) $f(-27) = -f(27) = -f(2) = -3$ 。

6、 $f(x) = \sqrt{x+3} + \frac{1}{2-x}$ 則 $f(x)$ 之定義域為 _____。

答案 : $\{x | x \geq -3 \text{ 且 } x \neq 2\}$

7、設 $f(x) = x^2 + 2$, $g(x) = 2x + 3$ ，則

(1) $f(g(0)) =$ _____。 (2) $f(g(x)) =$ _____。

答案 : (1) 11 (2) $4x^2 + 12x + 11$

解析 : (1) $f(g(0)) = f(3) = 3^2 + 2 = 11$ 。

(2) $f(g(x)) = f(2x+3) = (2x+3)^2 + 2 = 4x^2 + 12x + 11$ 。

8、設 $f(x) = 2x^2 - 3x + 1$ ，若 f 之定義域為 $\{x | x \in \mathbb{R}\}$ ，則 f 之值域為 _____。

答案 : $\left\{y \in \mathbb{R} \mid y \geq -\frac{1}{8}\right\}$

9、設 $f(x) = \sqrt{1-x}$ ，則函數 $f(x)$ 的定義域為 _____。

答案 : $x \leq 1$

解析 : $1-x \geq 0 \therefore x \leq 1$

10、設 $f(x) = \begin{cases} x^2 - 1, & 1 \leq x \leq 3 \\ [x-2], & -1 < x < 1 \\ 2x+1, & -3 \leq x \leq -1 \end{cases}$ ，且 $g(x+1) = f(x-1)$ ，則 $g\left(\frac{5}{2}\right) =$ _____。

答案 : -2

11、設 $[x]$ 表不大於 x 之最大整數，若函數 $f(x) = [x] - [\pi]$ ，其中 $x \in \mathbb{R}$ ，則

(1) $f(4.8) =$ _____。 (2) $f(-\pi) =$ _____。

答案 : (1) 1 (2) -7

解析 : (1) $f(4.8) = [4.8] - [\pi] = 4 - 3 = 1$ 。

(2) $f(-\pi) = [-\pi] - [\pi] = -4 - 3 = -7$ 。 37、(1) 設 $f(x) = 2x + 1$ ，若定義域

12、一個一次函數在圖形上通過 $(1, -1)$ 及 $(-2, 3)$ 兩點，求此函數 $f(x) =$ _____。

答案 : $-\frac{4}{3}x + \frac{1}{3}$

解析 : $y = f(x) = ax + b$

$$\begin{cases} -1 = a + b \\ 3 = -2a + b \end{cases} \therefore a = -\frac{4}{3}, b = \frac{1}{3}$$

$$\therefore f(x) = -\frac{4}{3}x + \frac{1}{3}$$

13、試求函數 $f(x) = \sqrt{4-3x-x^2}$ 的定義域。

答案：爲了使 $\sqrt{4-3x-x^2}$ 爲一實數，須取 $4-3x-x^2 \geq 0$

變號，得 $x^2 + 3x - 4 \leq 0$

分解因式 $(x+4)(x-1) \leq 0$

其解爲 $-4 \leq x \leq 1$

故定義域爲 $\{x | -4 \leq x \leq 1, x \in \mathbb{R}\}$ 。

14、試求函數 $f(x) = \frac{x^2 - x - 56}{x^2 + 2x - 15}$ 的定義域。

答案：我們必須使分母

$$x^2 + 2x - 15 = (x+5)(x-3)$$

不等於 0，即 $x \neq -5$ 且 $x \neq 3$ 。

故定義域爲 $\{x | x \neq -5 \text{ 且 } x \neq 3, x \in \mathbb{R}\}$ 。

15、設函數 $f(x) = x^2 - 8x + 17$ 的定義域爲 $A = \{2, 3, 4, 5, 6\}$ ，試求 f 的值域。

答案：由 $f(x) = x^2 - 8x + 17 = (x-4)^2 + 1$

$$\text{得 } f(2) = (2-4)^2 + 1 = 5, f(3) = (3-4)^2 + 1 = 2$$

$$f(4) = (4-4)^2 + 1 = 1, f(5) = (5-4)^2 + 1 = 2$$

$$f(6) = (6-4)^2 + 1 = 5$$

故 f 的值域爲 $\{1, 2, 5\}$ 。

16、設 $f(x) = 2x^2 - 3x - 2$ ，試求 $f(3), f(-\frac{1}{2}), f(\frac{3-\sqrt{17}}{4})$ 之值。

答案： $f(3) = 2 \times 3^2 - 3 \times 3 - 2 = 18 - 9 - 2 = 7,$

$$f(-\frac{1}{2}) = 2 \times (-\frac{1}{2})^2 - 3 \times (-\frac{1}{2}) - 2 = \frac{1}{2} + \frac{3}{2} - 2 = 0,$$

$$f(\frac{3-\sqrt{17}}{4}) = 2 \times (\frac{3-\sqrt{17}}{4})^2 - 3 \times (\frac{3-\sqrt{17}}{4}) - 2$$

$$= \frac{13-3\sqrt{17}}{4} + \frac{-9+3\sqrt{17}}{4} - 2$$

$$= 1 - 2 = -1。$$

17、試求函數 $f(x) = \sqrt{x+2} + \sqrt{5-x} - 4$ 的定義域。

答案：爲了使 $\sqrt{x+2}$ 爲一實數，須取 $x \geq -2$ 。

爲了使 $\sqrt{5-x}$ 爲一實數，須取 $x \leq 5$ 。

故此一函數之定義域爲 $\{x | -2 \leq x \leq 5, x \in \mathbb{R}\}$ 。

18、試求函數 $g(x) = \frac{(x-2)(x+5)}{(x+3)(x-7)}$ 的定義域。

答案：我們必須使分母 $(x+3)(x-7)$ 不等於 0，即 $x \neq -3$ 且 $x \neq 7$

故定義域爲 $\{x | x \neq -3 \text{ 且 } x \neq 7, x \in \mathbb{R}\}$ 。

19、證明對任意正實數 a, b ，若 $a^2 + b^2 > 32$ ，則 a, b 二數中至少有一個數大於 4。

答案：設 $0 < a \leq 4$ 且 $0 < b \leq 4 \Rightarrow a^2 \leq 16$ 且 $b^2 \leq 16 \Rightarrow a^2 + b^2 \leq 32$ 與已知矛盾

$\therefore a, b$ 二數中至少有一個數大於 4。