

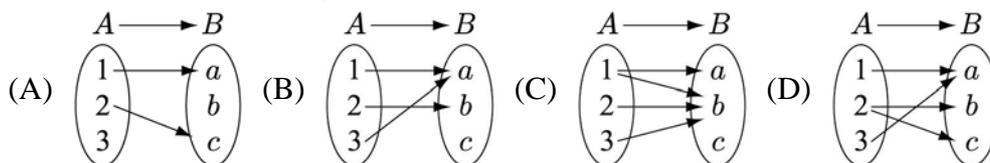
高雄市明誠中學 高一數學平時測驗				日期：93.09.27	
範圍	1-1、3	班級		姓名	
	邏輯、函數+Ans	座號			

一. 單一選擇題 (每題 5 分)

1、(A) 設「若  $x=3$ ，則  $f(x)=6$ 」為對的命題，若  $f(x)=8$ ，則下列何者為對？ (A)  $x-3 \neq 0$  (B)  $x \neq 6$  (C)  $x=4$  (D)  $x \neq 8$  (E) 以上皆非

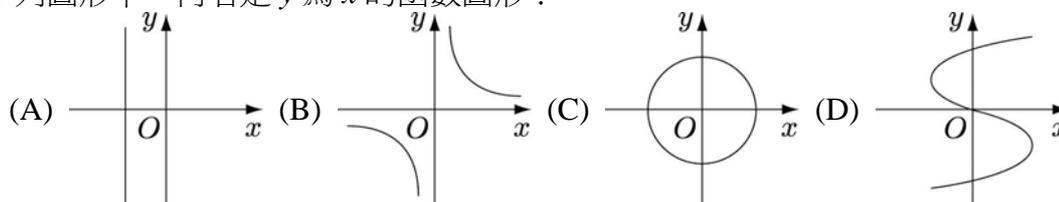
解析： $\because x=3 \Rightarrow f(x)=6$  為對  
 $\therefore x=3$  對 且  $f(x)=6$  對  
 故  $x-3 \neq 0$

2、(B) 設集合  $A$  表定義域，集合  $B$  表值域，則下列各對應關係，何者為一函數？

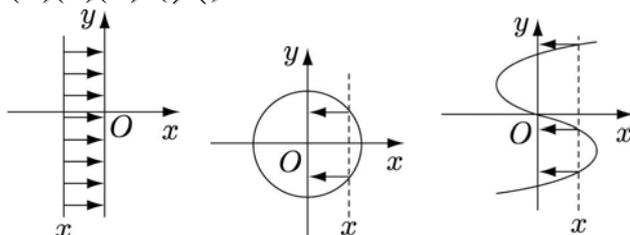


解析：(A) (X)： $\because 3$  沒有數與之對應。  
 (B) (O)  
 (C) (X)： $\because 1$  有二個數  $a$  及  $b$  與之對應。  
 (D) (X)： $\because 2$  有二個數  $b$  及  $c$  與之對應。  
 故答案為(B)。

3、(B) 下列圖形中，何者是  $y$  為  $x$  的函數圖形？



解析：(A)(C)(D) (X)：



每一個  $x$  的值至少有 2 個  $y$  值與之對應。故答案為(B)。

4、(BD)  $\triangle ABC$  中， $\overline{BC}=a, \overline{CA}=b, \overline{AB}=c$ ，下列敘述何者為真？ (複選)

- (A) 若  $\triangle ABC$  為直角三角形，則  $a^2 = b^2 + c^2$
- (B) 若  $\triangle ABC$  為正三角形，則  $\triangle ABC$  為等腰三角形
- (C) 若  $\triangle ABC$  為等腰三角形，則  $a=b$
- (D)  $\triangle ABC$  中， $a^2 > b^2 + c^2$  為  $\angle A > 90^\circ$  的充要條件
- (E) 若  $a=b=c$ ，則  $\angle A = \angle B = \angle C$

解析：(A) (X)：若  $\triangle ABC$  為直角三角形，則  $a^2 = b^2 + c^2$  或  $b^2 = a^2 + c^2$  或  $c^2 = a^2 + b^2$ 。  
 (B) (O)：正三角形必為等腰三角形。

(C) (×) : 若 $\triangle ABC$  為等腰三角形, 則 $a=b$  或 $b=c$  或 $a=c$ 。

(D) (○) :  $a^2 > b^2 + c^2 \Leftrightarrow \angle A > 90^\circ$ 。

(E) (○) :  $a=b=c \Leftrightarrow \triangle ABC$  為正三角形 $\Leftrightarrow \angle A = \angle B = \angle C = 60^\circ$ 。

故答案為(B)(D)(E)。

## 二. 填充題 (每題 10 分)

8、(1) $x, y$  為正整數, 「 $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{2}$ 」為「 $x=4, y=4$ 」的\_\_\_\_\_條件(充分、必要、充要)。

(2) $x, y$  為實數, 「 $y > |x|$ 」為「 $y^2 > x^2$ 」的\_\_\_\_\_條件(充分、必要、充要)。

(3) $\triangle ABC$  中,  $D$  在 $\overline{AB}$  上,  $E$  在 $\overline{AC}$  上, 「 $\overline{DE} \parallel \overline{BC}$ 」為「 $\overline{AD} : \overline{AB} = \overline{DE} : \overline{BC}$ 」的\_\_\_\_\_條件(充分、必要、充要)。

**答案** : (1)必要(2)充分(3)充分

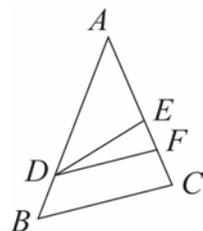
**解析** : (1)必要條件,  $\because \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{1}{2}$ , 但 $\frac{1}{3} + \frac{1}{6} = \frac{1}{2}$ 。

(2)充分條件

$\because y > |x| > 0, \therefore y^2 > |x|^2, \therefore y^2 > x^2$ , 但若 $(-5)^2 > (-3)^2$ , 此時 $(-5) < |-3|$ 。

(3)充分條件

$\because \overline{DE} \parallel \overline{BC} \Rightarrow \triangle ADE \sim \triangle ABC \Rightarrow \overline{AD} : \overline{AB} = \overline{DE} : \overline{BC}$ , 但若 $\overline{DF} \parallel \overline{BC}$  且 $\overline{DE} = \overline{DF}$ , 此時 $\overline{AD} : \overline{AB} = \overline{DF} : \overline{BC} = \overline{DE} : \overline{BC}$ , 但 $\overline{DE}$  與 $\overline{BC}$  不平行。



9、設 $f(x)$  滿足 $f\left(\frac{x+1}{x-1}\right) = x$ , 則 $f(x) =$ \_\_\_\_\_。

**答案** :  $\frac{x+1}{x-1}$

**解析** :  $f\left(\frac{x+1}{x-1}\right) = x$  令 $t = \frac{x+1}{x-1} \Rightarrow x = \frac{t+1}{t-1}$

$$f(t) = \frac{t+1}{t-1} \therefore f(x) = \frac{x+1}{x-1}$$

10、設函數  $f(x)$  表示  $2^x$  除以 10 所得之餘數, 其中  $x$  為自然數, 則

(1)  $f(x)$  之值域為\_\_\_\_\_。(2)  $f(2004) =$ \_\_\_\_\_。

**答案** : (1) {2, 4, 6, 8} (2) 6

**解析** : (1)  $f(1) = 2, f(2) = 4, f(3) = 8, f(4) = 6, f(5) = 2, f(6) = 4, \dots$

$2^x$  除以 10 所得之餘數依序為 2, 4, 8, 6 的循環, 故  $f(x)$  之值域為 {2, 4, 8, 6}。

(2)  $\because 2004 \div 4 = 501 \dots 0, \therefore f(2004) = 6$ 。

11、設  $x \in \mathbb{R}$ , 若  $|x-3| \leq 4$  是  $|x| \leq k$  的必要條件, 則  $k$  的最大值為\_\_\_\_\_。

**答案** : 1

**解析** :  $|x-3| \leq 4 \Rightarrow -1 \leq x \leq 7$

$$|x| \leq k \Rightarrow -k \leq x \leq k$$

$\because |x-3| \leq 4$  為  $|x| \leq k$  的必要條件

即  $|x| \leq k \Rightarrow |x-3| \leq 4$

$\therefore \begin{cases} -k \geq -1 \\ k \leq 7 \end{cases} \Rightarrow k \leq 1, \therefore k$  的最大值為 1。

12、設  $f(x)$  滿足  $f(x+3) = 2x+1$ ，則  $f(x) =$ \_\_\_\_\_。

**答案**： $2x-5$

**解析**：令  $y = x+3 \Rightarrow x = y-3$ ，則  $f(x+3) = f(y) = 2(y-3)+1 = 2y-5$ ，故  $f(x) = 2x-5$ 。

13、求下列函數的定義域

(1)  $y = \frac{x-3}{(x+1)(x-2)}$  之定義域為\_\_\_\_\_

(2)  $y = \sqrt{|x|-1}$  之定義域為\_\_\_\_\_

(3)  $y = \frac{3x-1}{x^2+2x+3}$  之定義域為\_\_\_\_\_

**答案**：(1)  $x \neq 2$  且  $x \neq -1$  (2)  $x \geq 1$  或  $x \leq -1$  (3)  $x \in \mathbb{R}$

**解析**：(1)  $x \neq 2$  且  $x \neq -1$

(2)  $|x|-1 \geq 0 \therefore |x| \geq 1 \therefore x \geq 1$  或  $x \leq -1$

(3)  $x \in \mathbb{R}, \because x^2+2x+3 = (x+1)^2+2 > 0$

14、已知命題「若  $2x+3y=7$ ，則  $3x-y \neq 5$ 」是錯的，求數對  $(x, y) =$ \_\_\_\_\_。

**答案**：(2,1)

**解析**：若  $2x+3y=7$ ，則  $3x-y \neq 5$  的命題是錯誤的

$\therefore \begin{cases} 2x+3y=7 \\ 3x-y=5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=2 \\ y=1 \end{cases}, \therefore (x, y) = (2, 1)$ 。

15、某郵購中心，所售物品照定價打八折出售，每次購買應另加貨運費 100 元，今欲購買一床單組，定價為  $x$  元，應付  $y$  元，則  $x$  與  $y$  之關係式為\_\_\_\_\_，又  $y$  是  $x$  的函數嗎？

**答案**： $y = 0.8x + 100 = \frac{4}{5}x + 100$ ， $y$  是  $x$  的函數。

16、若  $f(x)$  為一函數，且滿足  $f(x) = f(x+5), f(-x) = -f(x)$ ，已知  $f(3) = 2$ ，則

$f(-27) =$ \_\_\_\_\_,  $f(-28) =$ \_\_\_\_\_。

**答案**：2, -2

**解析**： $f(-27) = f(-22) = \dots = f(-2) = f(3) = 2$

$f(-28) = f(-23) = \dots = f(-3) = -f(3) = -2$

17、(1)  $a, b$  為實數，「 $a^2 + b^2 = 2ab$ 」的充要條件為\_\_\_\_\_。

(2)  $a, b$  為實數，「 $a^2 - 2ab + 2b^2 = 0$ 」的充要條件為\_\_\_\_\_。

**答案**：(1)  $a = b$  (2)  $a = b = 0$

**解析**：(2)  $\because a^2 - 2ab + 2b^2 = 0 \therefore (a-b)^2 + b^2 = 0 \therefore a = b$  且  $b = 0 \therefore a = b = 0$

20、求下列各函數的定義域：

(1)  $y = f(x) = \frac{3x-1}{\sqrt{2-x}}$ ，定義域為\_\_\_\_\_。

(2)  $y = f(x) = \frac{x^2-2x-3}{x+1}$ ，定義域為\_\_\_\_\_。

**答案**：(1)  $\{x|x < 2, x \in \mathbb{R}\}$       (2)  $\{x|x \neq -1, x \in \mathbb{R}\}$

**解析**：(1)  $2-x > 0 \Rightarrow x < 2$ ， $\therefore$  定義域為  $\{x|x < 2, x \in \mathbb{R}\}$ 。

(2)  $x+1 \neq 0 \Rightarrow x \neq -1$ ， $\therefore$  定義域為  $\{x|x \neq -1, x \in \mathbb{R}\}$ 。