

高雄市明誠中學 高一數學平時測驗 日期：93.09.13				
範圍	1-2 集合+Ans	班級		姓名
		座號		

一. 單一選擇題 (每題 5 分)

1、(C) 下面那個集合非空集合？ $A = \{x | x = x + 1\}$, $B = \{x | x^2 + 4 = 2x + 1, x \in R\}$,
 $C = \{x | x + 1 > x\}$, $D = \{x | -2 < x < 0, x \text{ 爲偶數}\}$, $E = \{x | x^2 = 2, x \in Q\}$

(A) A (B) B (C) C (D) D (E) E

解析： $x = x + 1$ ，無解
 $x^2 + 4 = 2x + 1, x^2 - 2x + 3 = 0, D < 0$ 無實數解
 $x + 1 > x$ 解爲任意實數

2、(E) $(A \cap B)' = (A) A - B'$ (B) $B - A$ (C) $A' \cap B'$ (D) $U - (A \cup B)$ (E) $A' \cup B'$

解析： $(A \cap B)' = A' \cup B'$

3、(E) 設 $A = \{1, 2, \{1, 2\}\}$ ，則下列何者錯誤？ (A) $\{1, 2\} \subset A$ (B) $\emptyset \subset A$ (C) $\{1, 2\} \in A$
(D) $1 \in A$ (E) $\{1\} \in A$

解析：A 集合中有 3 個元素 1, 2, $\{1, 2\}$
 $\therefore 1, 2, \{1, 2\} \in A$; $\emptyset, \{1\}, \{1, 2\} \subset A$; 故答案爲(E)。

4、(C) 設 $A = \{k + 1 | k \in Z\}$, $B = \{2k + 1 | k \in Z\}$, $C = \{3k + 1 | k \in Z\}$ ，試判斷 A, B, C 三集合的包含關係，則 (A) $A \subset B$ (B) $B \subset C$ (C) $B \subset A$ (D) $C \subset B$ (E) $A \subset C$

解析： $A = \{\dots - 3, -2, -1, 0, 1, 2, 3 \dots\}$
 $B = \{\dots - 3, -1, 1, 3 \dots\}$
 $C = \{\dots - 5, -2, 1, 4, 7 \dots\}$
 $\therefore B \subset A$

二. 填充題 (每題 8 分)

5、設 $S = \{1, 2, 3, 4\}$ ，請問 S 的子集共有幾個？_____。

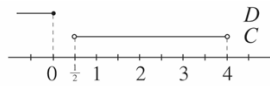
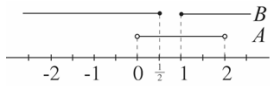
答案：S 的所有子集是
 $\{\}, \{1\}, \{2\}, \{3\}, \{4\}$
 $\{1, 2\}, \{1, 3\}, \{1, 4\}, \{2, 3\}, \{2, 4\}, \{3, 4\}$
 $\{1, 2, 3\}, \{1, 2, 4\}, \{1, 3, 4\}, \{2, 3, 4\}$
 $\{1, 2, 3, 4\}$
S 所含元素之個數爲 4，S 的子集爲 $2^4 = 16$

6、設 $A = \{x | 0 < x < 2\}$, $B = \{x | x \geq 1 \text{ 或 } x \leq \frac{1}{2}\}$, $C = \{x | \frac{1}{2} < x < 4\}$, $D = \{x | x \leq 0\}$ ，則

$A - B = \underline{\hspace{2cm}}$, $C \cap D = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

答案： $\{x | \frac{1}{2} < x < 1\}$, \emptyset

解析：



7、設 $A = \{x \mid |x| \leq 1, x \in \mathbb{R}\}$, $B = \{x \mid |x+3| \leq k, x \in \mathbb{R}\}$, 若 $A \cap B = \emptyset$, 則 k 的範圍為_____。

答案 : $k < 2$

解析 : $|x| \leq 1 \quad \therefore -1 \leq x \leq 1$

$|x+3| \leq k \quad \therefore -k \leq x+3 \leq k, -k-3 \leq x \leq k-3$

$\therefore A \cap B = \emptyset \quad \therefore k-3 < -1, k < 2$

8、設 $A = \{x \mid 5n < x < n^2 + 1, x \in \mathbb{N}, n \in \mathbb{N}\}$, 若 A 集合中有 6 個元素, 則 $n =$ _____, 又 $A =$ _____。

答案 : 6, {31, 32, 33, 34, 35, 36}

解析 : $n^2 + 1 - 5n - 1 = 6, n^2 - 5n - 6 = 0$

$\therefore (n-6)(n+1) = 0 \quad \therefore n = 6$ 或 -1 (不合)

$A = \{31, 32, 33, 34, 35, 36\}$

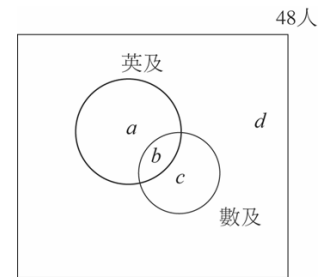
9、某次期中考, 全班有 48 人, 英文及格但數學不及格者有 23 人, 英文不及格者有 18 人, 兩科均不及格者有 4 人, 問

(1) 兩科都及格者有_____人, (2) 數學及格者有_____人。

答案 : (1) 21 (2) 7

解析 : $a = 23$; $c + d = 18$; $d = 4$; $a + b + c + d = 48 \quad \therefore c = 14, b = 7$

\therefore 數學及格 $b + c = 21$ 人, 兩科都及格 $b = 7$ 人。



10、設集合 $A = \{(x, y) \mid 2x - y = 3\}$, $B = \{(x, y) \mid x + 3y = 5\}$, $C = \{(y + 2, x - 1) \mid 2x - y = 3\}$ 則

$A \cap B =$ _____, $B \cap C =$ _____。

答案 : $\{(2, 1)\}, \{(\frac{13}{5}, \frac{4}{5})\}$

解析 :

$\therefore \begin{cases} 2x - y = 3 \\ x + 3y = 5 \end{cases} \quad \therefore x = 2, y = 1, \quad \therefore A \cap B = \{(2, 1)\}$

設 $(a, b) \in B \cap C, \therefore a + 3b = 5$

$\begin{cases} y + 2 = a \\ x - 1 = b \end{cases} \quad \therefore \begin{cases} y = a - 2 \\ x = b + 1 \end{cases}$

$2(b+1) - (a-2) = 3 \quad \therefore a - 2b = 1$

$\begin{cases} a + 3b = 5 \\ a - 2b = 1 \end{cases} \Rightarrow 5b = 4, b = \frac{4}{5}, a = \frac{13}{5}$

11、設 $A = \{2, 4, a+1\}$, $B = \{-4, a-2, a^2 - 2a - 3\}$, 已知 $A \cap B = \{2, 5\}$, 則 $A - B =$ _____。

答案 : {4}

解析 : $\therefore A = \{2, 4, a+1\}$ 且 $A \cap B = \{2, 5\}$

$\therefore a+1 = 5 \Rightarrow a = 4 \quad \therefore B = \{-4, 2, 5\} \quad \therefore A - B = \{4\}$ 。

12、設 $A = \{1, 4\}$, $B = \{x^2 - ax + b = 0\}$, $C = \{1\}$,

(1)若 $A = B$, 則 $a = \underline{\hspace{2cm}}$, $b = \underline{\hspace{2cm}}$ 。 (2)若 $B = C$, 則 $a = \underline{\hspace{2cm}}$, $b = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

答案 : (1)5,4 (2)2,1

解析 : (1) $\because A = B \therefore x^2 - ax + b = (x-1)(x-4) \therefore a = 5, b = 4$

(2) $\because B = C \therefore x^2 - ax + b = (x-1)^2 \therefore a = 2, b = 1$

13、不大於 700 的自然數中為 2 或 5 或 7 的倍數的個數共有 個。

答案 : 460

解析 : 今 A_i 表示 i 的倍數所成的集合, $i = 2, 5, 7$;

$$n(A_2 \cup A_5 \cup A_7)$$

$$= n(A_2) + n(A_5) + n(A_7) - n(A_2 \cap A_5) - n(A_5 \cap A_7) - n(A_2 \cap A_7) + n(A_2 \cap A_5 \cap A_7)$$

$$= \left[\frac{700}{2} \right] + \left[\frac{700}{5} \right] + \left[\frac{700}{7} \right] - \left[\frac{700}{10} \right] - \left[\frac{700}{35} \right] - \left[\frac{700}{14} \right] + \left[\frac{700}{70} \right]$$

$$= 350 + 140 + 100 - 70 - 20 - 50 + 10$$

$$= 460 \text{ (個)}。$$

14、設 $A = \{a, b, c\}$, $B = \{a+1, 3, 4\}$, 若 $A = B$, 則數對 (a, b, c) 有 組解。

答案 : 5

解析 : $\because A = B$ 且 $a \neq a+1 \Rightarrow a = 3$ 或 4

(1)若 $a = 3$ 時, $A = \{3, b, c\}$, $B = \{4, 3, 4\} = \{3, 4\}$; $\therefore (b, c) = (3, 4)$ 或 $(4, 4)$ 或 $(4, 3)$ 。

(2)若 $a = 4$ 時, $A = \{4, b, c\}$, $B = \{5, 3, 4\}$; $\therefore (b, c) = (3, 5)$ 或 $(5, 3)$

$\therefore (a, b, c)$ 共有 5 組解。

15、若 $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ 為字集, $A = \{1, 2, 3, 5, 8\}$, $B = \{1, 3, 6, 9\}$, $C = \{2, 4, 6, 8\}$, 試求

(1) $A' \cap B' = \underline{\hspace{2cm}}$ 。 (2) $(B \cup C) - A = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

答案 : (1) $\{4, 7\}$ (2) $\{4, 6, 9\}$

解析 : (1) $A' = \{4, 6, 7, 9\}$, $B' = \{2, 4, 5, 7, 8\} \Rightarrow A' \cap B' = \{4, 7\}$ 。

(2) $B \cup C = \{1, 2, 3, 4, 6, 8, 9\} \Rightarrow (B \cup C) - A = \{4, 6, 9\}$ 。

16、設 $A = \{(x, y) | 3x + 2y = 36, \text{ 且 } x, y \in \mathbb{N} \cup \{0\}\}$ 則集合 A 的元素個數為 個。

答案 : 7

解析 :

$$3x + 2y = 36, \begin{array}{c|c|c|c|c} x & 0 & 2 & \dots & 12 \\ \hline y & 18 & 15 & \dots & 0 \end{array} \text{ 集合 } A \text{ 中有 } 7 \text{ 個元素。}$$

17、設 $A = \{x | x = n^2, 1 \leq x \leq 10000, n \text{ 為正整數}\}$, $B = \{x | x = n^3, 1 \leq x \leq 10000, n \text{ 為正整數}\}$ 則 $A - B$ 之元素個數為 個。

答案 : 96

解析 : $A = \{1^2, 2^2, 3^2, \dots, 100^2\}$, $B = \{1^3, 2^3, \dots, 21^3\}$, $A \cap B = \{1^6, 2^6, 3^6, 4^6\}$

$$n(A - B) = 100 - 4 = 96$$

18、(1)若兩數對 $(x+1, y) = (3y-1, 2x-1)$, 則 $x = \underline{\hspace{2cm}}$, $y = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

(2)設 A, B 兩集合各有兩個元素 $A = \{x+1, y\}$, $B = \{3y-1, 2x-1\}$, 若 $A = B$ 則數對

$$(x, y) = \underline{\hspace{2cm}} \circ$$

答案 : (1) 1, 1 (2) (1, 1) 或 $(2, \frac{1}{2})$

解析 : (1) $\begin{cases} x+1=3y-1 \\ y=2x-1 \end{cases} \therefore x=1, y=1$

(2) $A=B$ 表示 $\begin{cases} x+1=3y-1 \\ y=2x-1 \end{cases}$ 或 $\begin{cases} x+1=2x-1 \\ y=3y-1 \end{cases}$

$\therefore (x, y) = (1, 1)$ 或 $(2, \frac{1}{2})$

19、設 A 表由所有四邊形所成的集合， B 表由所有平行四邊形所成的集合， C 表由所有矩形所成的集合， D 表由所有正方形所成的集合， E 表由所有菱形所成的集合。試畫出以上各集合之間的包含關係。

答案 :

