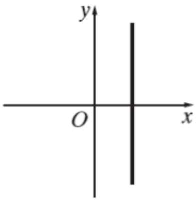
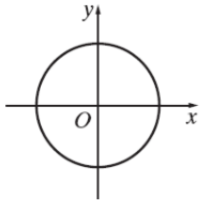
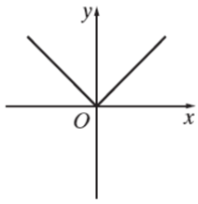
高雄市明誠中學 高一數學平時測驗					日期：107.10.05
範圍	多項函數	班級	一年____班	姓名	
		座號			

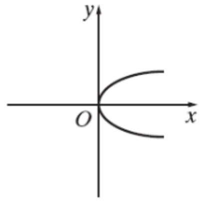
一、選擇題(每題 5 分)

( ) 1. 若對每一個 x 值，有而且僅有一個 y 值與 x 對應,則稱 y 是 x 的函數.根據上述,判斷下列何者為 y 是 x 的函數圖形？

(A) 

(B) 

(C) 

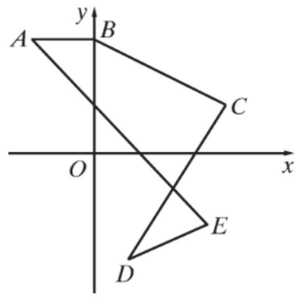
(D) 

解答 C

解析 (A)(B)(D)皆為一對多的圖形,故 y 不是 x 的函數.

( ) 2. 下圖中，若 $\overline{AB}$ 的斜率為 m_1，$\overline{BC}$ 的斜率為 m_2，$\overline{CD}$ 的斜率為 m_3，$\overline{DE}$ 的斜率為 m_4，$\overline{AE}$ 的斜率為 m_5，則 m_1, m_2, m_3, m_4, m_5 中何者為最小？

(A)m_1 (B)m_2 (C)m_3 (D)m_4 (E)m_5



解答 E

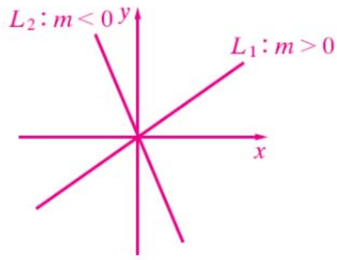
解析 因為斜率定義 $=\dfrac{\text{鉛直位移}}{\text{水平位移}}$. 由圖可知,

型如 L_1（右上左下）斜率大於 0，型如 L_2（左上右下）斜率小於 0，

水平線斜率為 0，

則 $m_1 = 0, m_2 < 0, m_3 > 0, m_4 > 0, m_5 < 0$，傾斜度愈大，｜斜率｜愈大，

則 $m_3 > m_4 > m_1 > m_2 > m_5$，



( ) 3. 二次函數 $y=5x^2$ 的圖形向左移 3 個單位，再向上移 4 個單位，求最後圖形所表示的函數為

(A)$y=5(x+3)^2-4$ (B)$y=5(x-3)^2+4$ (C)$y=5(x-3)^2-4$

(D)$y=5(x+3)^2+4$ (E)$y=5(x+4)^2+3$。

解答 D

解析 二次函數的平移視頂點；

$y=5x^2$ 的頂點$(0，0)$，向左移 3 個單位，再向上移 4 個單位，

頂點平移到$(-3，4)\Rightarrow y=5(x+3)^2+4$.

( ) 4. 已知 n 為正整數，關於 $f(x)=x^n$ 的圖形，下列描述何者正確？

(A)開口向上 (B)嚴格遞增 (C)對稱於原點或 y 軸 (D)無最大值或最小值。

解答 C

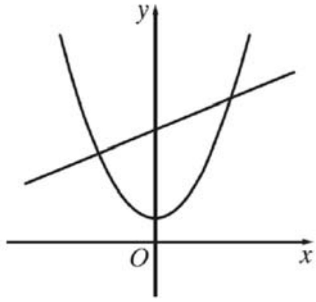
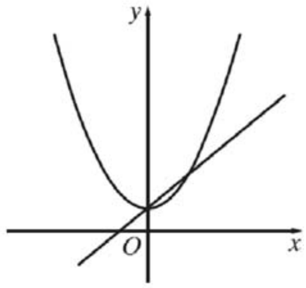
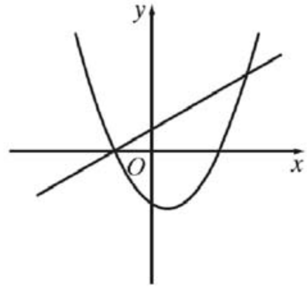
解析 (A)$n=2k+1$ 時無開口.

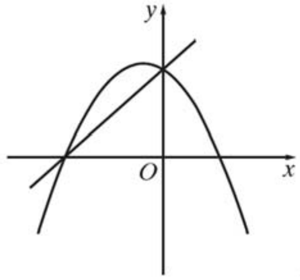
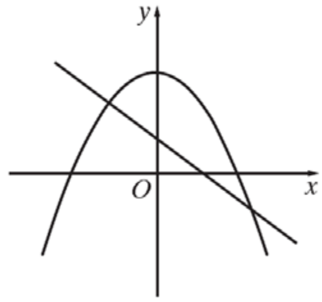
(B)$n=2k$ 時先遞減再遞增.

(C)$n=2k+1$ 時對稱於原點，$n=2k$ 時對稱於 y 軸.

(D)$n=2k$ 時有最小值.

( ) 5. 下列五個圖形中，何者可為直線 $y = ax + b$ 與二次函數 $y = ax^2 + b$ 之圖形？

(A) 
(B) 
(C) 

(D) 
(E) 

解答　B

解析　二圖可先看有幾個交點, $\begin{cases} y=ax+b \\ y=ax^2+b \end{cases} \Rightarrow ax+b=ax^2+b \Rightarrow ax(x-1)=0 \Rightarrow x=0$ 或 1,

則有二個交點$(0, b)$, $(1, a+b)$, 由圖可知, 只有(B)之圖形交於 $x=0$ 與 $x=1$, 故選(B).

(　) 6. 設 a, b 均為實數且二次函數 $y=a(x+1)^2+b$ 滿足 $f(3)>0, f(4)<0$, 試問下列何者為真？(多選)

(A) $f(0)>0$　(B) $f(2)>0$　(C) $f(-2)>0$　(D) $f(-4)<0$　(E) $f(-6)<0$.

解答　ABCE

解析　$y=a(x+1)^2+b$, $\therefore$頂點坐標為 $(-1, b)$,

又 $f(3)>0, f(4)<0 \Rightarrow f(0)>0, f(2)>0$,

$f(-2)=f(0)>0, f(-4)=f(2)>0, f(-6)=f(4)<0$.

(　) 7. 下列函數何者為奇函數？(多選)

(A)$f(x)=2x$　(B)$g(x)=3x^2$　(C)$h(x)=-2x^3$　(D)$k(x)=-3x^4$　(E)$m(x)=7$。

解答　A,C

解析　(A)$f(-x)=2(-x)=-2x=-f(x)$，$\therefore f(x)$為奇函數，

(B)$g(-x)=3(-x)^2=3x^2=g(x)$，$\therefore g(x)$為偶函數，

(C)$h(-x)=-2(-x)^3=-(-2x^3)=-h(x)$，$\therefore h(x)$為奇函數，

(D)$k(-x)=-3(-x)^4=-3x^4=k(x)$，$\therefore k(x)$為偶函數，

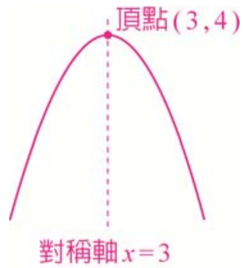
(E)$m(-x)=7=m(x)$，$\therefore m(x)$為偶函數，

故選(A)(C).

(　) 8.關於二次函數 $f(x)=-x^2+6x-5$ 的敘述，下列何者正確？(多選)

(A)圖形開口向下　(B)頂點坐標(3，4)　(C)最小值 4　(D)對稱軸為 $x=3$

(E)最大值-4。



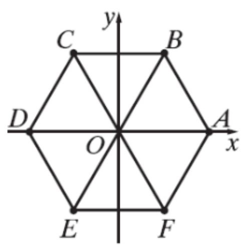
解答　A,B,D

解析　$f(x)=-x^2+6x-5 \Rightarrow f(x)=-(x-3)^2+4$，如圖所示，故選(A)(B)(D).

(　) 9.如圖：已知原點 O 為正六邊形 $ABCDEF$ 的重心若以 M_{AB} 表示通過 A, B 兩點的直線斜率則下列哪些選項是正確的？(多選)

(A)$M_{OB}=\sqrt{3}$　(B)$M_{OE}=-\sqrt{3}$　(C)$M_{OA}<M_{OB}=M_{OC}$

(D)$M_{AB}=M_{OF}=M_{DE}$　(E)M_{BC}不存在。

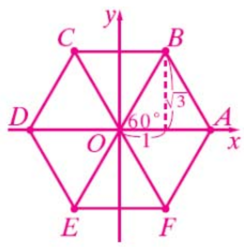


解答　A,D

解析　(B)$M_{OE}=\sqrt{3}$.

(C)$M_{OA}=0$, $M_{OB}=\sqrt{3}$, $M_{OC}=-\sqrt{3}$,　　　$\therefore M_{OC}<M_{OA}<M_{OB}$.

(E)$M_{BC}=0$.



(　) 10.下列哪些函數的函數值恆為正數？(多選)

(A)$y=x^2+4x-5$ (B)$y=-x^2+4x-5$ (C)$y=x^2+4x+5$

(D)$y=x^2-4x+7$ (E)$y=-x^2-4x+5$。

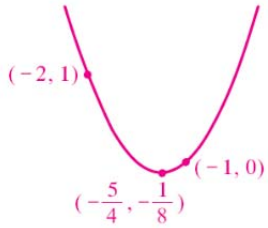
解答　C,D

解析　函數值恆正$\Rightarrow$開口向上且 $D<0$，故選(C)(D).

二、填充題(每題 10 分)

1.設二次函數 $f(x)=2x^2+5x+3$ 若, x 為整數, 則 $f(x)$的最小值為＿＿＿＿＿.

解答　0 。



解析　$f(x)=2x^2+5x+3$ 配方可得 $f(x)=2(x+\frac{5}{4})^2-\frac{1}{8}$,

又 x 為整數, 考慮 $x=-\frac{5}{4}$ 附近的整數,

考慮 $x=-1\Rightarrow f(-1)=0$,

$x=-2\Rightarrow f(-2)=1$, 故最小值為 0.

2.某次考試，經同學要求將分數調整，老師決定用一次函數來加分，使原本 20 分調為 50 分，原本 50 分調為 95 分，若調整後分數為 80 分，則其原來分數為＿＿＿＿＿分.

解答　40 。

解析　設 $y=ax+b$，其中 x 表示原來的分數，y 表示調整後的分數，

$\begin{cases}50=20a+b\\95=50a+b\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}a=\frac{3}{2}\\b=20\end{cases}$，$\therefore y=\frac{3}{2}x+20$，則 $80=\frac{3}{2}x+20\Rightarrow x=40$，∴原來分數為 40(分).

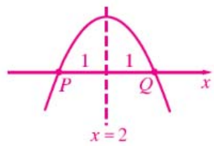
3.若將 $y=6x^2$ 的圖形向下平移 6 單位後, 再向右平移 1 單位得 $y=ax^2+bx+c$, 則　$a+b+c=$＿＿＿＿＿.

解答　-6 。

解析　平移後得 $y=6(x-1)^2-6=6x^2-12x$,　　故 $a+b+c=6+(-12)+0=-6$.

4.設 $f(x)=-3x^2+12x+k$ 的圖形交 x 軸於 P, Q 兩點, 且線段$\overline{PQ}$長為 2, 則 k 的值為＿＿＿＿＿.

解答　-9 。



解析　方法一：$f(x)=-3x^2+12x+k$ 與 x 軸交點,

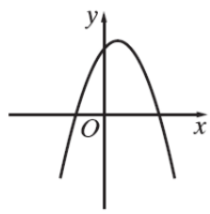
即$-3x^2+12x+k=0\Rightarrow x=\frac{-12\pm\sqrt{144+12k}}{-6}$,

則 $P(\frac{-12-\sqrt{144+12k}}{-6},0)$, $Q(\frac{-12+\sqrt{144+12k}}{-6},0)$, $\overline{PQ}=\left|\frac{2\sqrt{144+12k}}{-6}\right|=2\Rightarrow k=-9$.

方法二：$f(x)=-3x^2+12x+k$ 配方可得 $f(x)=-3(x-2)^2+k+12$, 則對稱軸為 $x=2$,

如圖可知 P, Q 兩點為(1, 0), (3, 0),

則 $f(1)=0\Rightarrow -3+12+k=0\Rightarrow k=-9$.



5.下圖為 $y=ax^2+bx+c$ 的函數圖形,則點 $P(ab, bc)$位在第＿＿＿＿＿象限.

解答　二 。

解析　由開口向下判定 $a<0$,

由對稱軸(左同右異)判定 $b>0$,　由 y 軸截距判定 $c>0$,　故 $P(ab, bc)$為$(-,+)$在第二象限.

6.若二次函數 $y=f(x)$的圖形之對稱軸為 $x=1$，且過$(3,\ -5)$，$(0, 1)$，求此函數圖形之頂點坐標為＿＿.

解答　(1, 3)　。

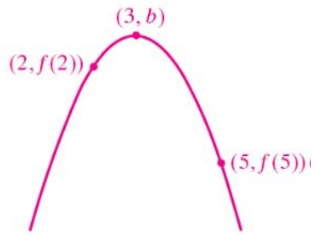
解析　可設 $y = a(x-1)^2 + k$，

過(3，－5)，(0，1) $\begin{cases} -5 = a(3-1)^2 + k \\ 1 = a(0-1)^2 + k \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -5 = 4a + k \\ 1 = a + k \end{cases}$，$\begin{cases} a = -2 \\ k = 3 \end{cases}$

則 $y = -2(x-1)^2 + 3$，∴頂點坐標為(1, 3).

7. 設 $a < 0$，且當 $2 \le x \le 5$ 時，二次函數 $f(x) = a(x-3)^2 + b$ 的最大值為 5，最小值為 2，則實數對(a, b) =__________.

解答　$(-\frac{3}{4}, 5)$　。



解析　因為 $a < 0$，所以 $f(x)$的圖形開口向下，又對稱軸 $x = 3$，

由對稱性知點$(2, f(2))$, $(5, f(5))$的位置如圖所示，

由題意知 $2 \le x \le 5$，最大值為 5，最小值為 2，則 $b = 5$, $f(5) = 2$,

即 $f(5) = a(5-3)^2 + 5 = 2 \Rightarrow a = -\frac{3}{4}$，故$(a, b) = (-\frac{3}{4}, 5)$.

8. 已知 $y = f(x)$為一次函數，且 $f(1) = -2$，當 x 增加 3 單位時，其對應的函數值 $f(x)$減少 6 單位，則 $f(-3)$ =__________.

解答　6　。

解析　$y = f(x)$為一次函數，可令 $f(x) = ax + b$

x 增加 3, $f(x)$減少 6 表示斜率 $a = \frac{-6}{3} = -2 \Rightarrow y = -2x + b$

又 $f(1) = -2 \Rightarrow -2 = -2 + b$　得 $b = 0$，則 $f(x) = -2x$，故 $f(-3) = 6$.

9. 已知二次函數 $f(x)=a(x-h)^2+k$ 的圖形通過原點及 $P(-3, 3)$, $Q(-1, 3)$兩點,試求 $a-h+k$=____.

解答　5　。

解析　因為二次函數 $f(x)$的圖形通過 $P(-3, 3)$與 $Q(-1, 3)$兩點,

所以 $f(x)$的對稱軸為 $x=-2$ 即 $h=-2$,

將 $P(-3, 3)$與 $O(0, 0)$代入得$\begin{cases} 3 = a + k \\ 0 = 4a + k \end{cases}$，解得 $a=-1$, $k=4$，故 $a-h+k=-1-(-2)+4=5$.

10. 已知二次函數 $f(x) = ax^2 + bx + 5$ 在 $x = 2$ 時有最小值－3，求 $a + b$ =__________.

解答　－6　。

解析　在 $x = 2$ 時，有最小值－3，即頂點(2，－3)

$\Rightarrow$ 可設 $y = a(x-2)^2 - 3 = ax^2 - 4ax + (4a-3)$，則 $y = ax^2 - 4ax + (4a-3)$，

$\therefore \Rightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = -8 \end{cases} \begin{cases} 4a - 3 = 5 \\ b = -4a \end{cases} \Rightarrow a + b = -6$.

11. 若將 $y=3x-5$ 的圖形對稱於 y 軸後，所得新的函數為 y =__________.

解答　$-3x-5$　。

解析　∵原直線 $y=3x-5$ 的斜率為 3，交 y 軸於(0, －5),

∴對稱後的直線斜率為－3，仍交 y 軸於(0, －5)，故新的函數為 $y=-3x-5$.

12. 已知二次函數 $y = -3x^2 + ax + b$, 在 $x = 1$ 時有最大值 3,求數對 (a,b) =__________.

解答　(6,0)　。

解析　$\because y = -3(x-1)^2 + 3 = -3x^2 + 6x, 5y = -3x^2 + ax + b$ 比較得 $a = 6, b = 0 \therefore (a,b) = (6,0)$

13. 已知 $f(x)=2(x-5)^2+3$，將 $y = f(x)$的圖形向左平移 m 單位，再向上平移 n 單位後得 $y=g(x)$，則

(1)若函數 $y=g(x)$圖形的對稱軸為 $x=1$，最小值為 10，則(m, n)=__________.

(2)承(1)，此時 $g(x)$=__________.

(3)承(2)，若函數 $y=h(x)$的圖形與 $y=g(x)$的圖形對稱於 x 軸，則________　.

解答　$(4, 7)$ 、 $-2(x-1)^2+10$ 、 $h(x)=\ -2(x-1)^2-10$ 。

解析　(1)$(5-m, 3+n)=(1, 10)\Rightarrow(m, n)=(4, 7)$.

(2)∵平移, ∴開口方向、大小不變, 故 $g(x)=2(x-1)^2+10$.

(3)此時對稱軸不變, 開口向下, 頂點變成$(1, -10)$, 故得 $h(x)=-2(x-1)^2-10$.

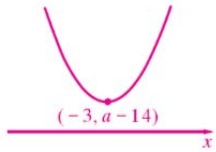
14. 對所有實數 x, 二次函數 $f(x)=x^2+6x+a-5$ 的值恆為正, 則 a 的範圍為＿＿＿＿＿.

解答　$a>14$ 。

解析　$f(x)=x^2+6x+(a-5)$配方可得 $f(x)=(x+3)^2+a-14$,

因為對任意實數 x, $f(x)$恆正,

所以頂點之 y 坐標 $a-14>0$, 如圖所示, 故 $a>14$.



15. 運動質點 $p(x, y)$在時間為 t 秒時, 位置在$(3t, 2t+t^2)$, 則此質點 p 的軌跡方程式為＿＿＿＿＿.

解答　$y=\dfrac{x^2}{9}+\dfrac{2x}{3}$

解析　設$\begin{cases}x=3t\\ y=2t+t^2\end{cases}$, 將$t=\dfrac{x}{3}$代入 y 中, 則 $y=2\cdot\dfrac{x}{3}+(\dfrac{x}{3})^2\Rightarrow y=\dfrac{x^2}{9}+\dfrac{2x}{3}$.

16.設 $f(x)=a(x^2+2x+4)^2+2a(x^2+2x+4)+b$ 有最小值 13, 且 $f(-2)=22$, 則 $f(1)=$＿＿＿.

解答　61

解析　$f(x)=a[(x^2+2x+4)^2+2(x^2+2x+4)+1]+(-a+b)$

$=a[(x^2+2x+4)+1]^2+(-a+b)$,

但 $(x^2+2x+4)+1=(x+1)^2+4\geq 4$,

故 $f(x)$ 的最小值為 $a\times 4^2+(-a+b)=15a+b=13$ …(1)

又 $f(-2)=22\Rightarrow a\times 4^2+2a\times 4+b=22\Rightarrow 24a+b=22$ …(2)

解(1)(2)得 $a=1, b=-2$,

∴ $f(1)=1\times(1+2+4)^2+2(1+2+4)-2=61$.

17.二次函數 $f(x)=ax^2+bx+c$，其圖形為以原點為頂點的拋物線且過(3，1)，求 $a^2+b^2+c^2$ 之值為＿＿＿＿＿.

解答　$\dfrac{1}{81}$ 。

解析　∵頂點(0，0)可設 $y=ax^2$，∴$f(x)=ax^2+bx+c$ 中 $b=0$，$c=0$，

且過(3，1)$\Rightarrow a=\dfrac{1}{9}$，∴$a^2+b^2+c^2=\dfrac{1}{81}$.

18.已知一次函數 $f(x)=ax+b$ 的圖形通過(2, 3), 且當 x 值每減少 2 單位時, 其對應的函數值 $f(x)$就增加 1 單位, 試求 $ab=$＿＿＿＿＿.

解答　-2 。

解析　由 $f(x)=ax+b$ 的圖形通過(2, 3)知 $3=2a+b$,

且當 x 值每減少 2 單位時函數值 $f(x)$增加 1 單位知斜率 $a=-\dfrac{1}{2}$, 代入 $3=2a+b$ 得 $b=4$,

故 $ab=-\dfrac{1}{2}\times 4=-2$.

19.設 $f(x)=(x-2.1)^2+(x-2.2)^2+(x-2.3)^2+(x-2.4)^2+(x-2.5)^2+(x-3.5)^2+(x-3.6)^2+(x-3.7)^2+(x-3.8)^2+(x-3.9)^2$, 則當 $x=$＿＿＿時, $f(x)$有最小值, 且其值為＿＿＿.

解答　3, 5.1.

解析　(1) $x=\dfrac{2.1+2.2+2.3+2.4+2.5+3.5+3.6+3.7+3.8+3.9}{10}=3$.(2) $f(3)=5.1$.

20.設二次函數的頂點為 $(3, 4)$, 且過點$(2, 3)$, 若此函數與 x 軸的兩交點為 A, B, 與 y 軸的交點為 C, 則三角形 ABC 面積為＿＿＿＿＿.

解答　10

解析　設二次函數為 $y=a(x-3)^2+4$,
過 $(2,3)$, ∴ $3=a+4$, 得 $a=-1$, 故 $y=-x^2+6x-5$,
令 $x=0$ 得 $y=-5$, 即 $C(0,-5)$,
令 $y=0$ 得 $-x^2+6x-5=0 \Rightarrow x=1$ 或 5,
即 $A(1,0)$, $B(5,0) \Rightarrow \overline{AB}=4$, ∴$\triangle ABC=4\times5\times\frac{1}{2}=10$.

21.已知二次函數 $y=ax^2+bx+\frac{1}{a}$,在 $x=3$ 時有最大值 8,求數對 $(a,b)=$__________.

解答　$(-1,6)$　。

解析　$y=ax^2+bx+\frac{1}{a}=a(x-3)^2+8=ax^2-6ax+9a+8, \Rightarrow \begin{cases} b=-6a\cdots\cdots\cdots(1) \\ \frac{1}{a}=9a+8\cdots\cdots(2) \end{cases}$

由(2)得 $9a^2+8a-1=0 \Rightarrow (9a-1)(a+1)=0$ 但 $a<0, \therefore a=-1$　得 $b=6, \therefore (a,b)=(-1,6)$.

22.已知二次函數 $f(x)=x(2-x)$且 $-2\leq x\leq 3$,試求：
(1) $f(x)$的最大值為____　　　.
(2)使 $f(x)$為最小值時的 x=__________.

解答　1　、　-2　。

解析　原題 $f(x)=-(x-1)^2+1$ 開口向下,
故最大值發生於頂點位置(1, 1)　　又對稱軸為 $x=1$,
而 $-2\leq x\leq 3$,　　所以最小值發生於 $x=-2$.

23.設 a 為實數, 且 α, β 為 $x^2+ax+(a-2)=0$ 的兩根, 若當 $a=k$ 時, $|\alpha-\beta|$ 有最小值 m, 試求數對(k, m)=______________

解答　$(2, 2)$

解析　$\begin{cases} \alpha+\beta=-a \\ \alpha\beta=a-2 \end{cases} \Rightarrow |\alpha-\beta|^2=(\alpha+\beta)^2-4\alpha\beta=(-a)^2-4(a-2)=a^2-4a+8$,

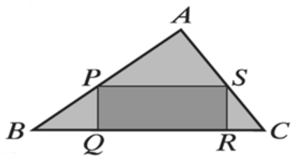
當 $a=2$ 時, $|\alpha-\beta|^2$ 有最小值 $2^2-4\times2+8=4$,則 $|\alpha-\beta|$ 最小值為 2, 即 $(k, m)=(2, 2)$.

24.設 x 為實數, $y=(x^2+2x+3)(x^2+2x+5)-2x^2-4x-5$, 試求 y 的最小值__________

解答　5

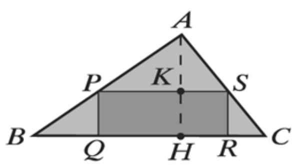
解析　令 $t=x^2+2x$,
代入 $y=(t+3)\times(t+5)-2t-5$
$=t^2+6t+10=(t+3)^2+1=(x^2+2x+3)^2+1=[(x+1)^2+2]^2+1$,
∴當 $x=-1$ 時, y 有最小值 5.

25.如下圖, 直角三角形 ABC 中, $\overline{AB}=4$, $\overline{AC}=3$, $\overline{BC}=5$, 若其內接矩形 $PQRS$ 有最大面積時, $\overline{AP}=x$, 試求 x 的值及內接矩形 $PQRS$ 的最大面積.（提示：作高 $\overline{AH}$ 交 $\overline{PS}$ 於 K, 則有 $\frac{\overline{AP}}{\overline{AB}}=\frac{\overline{PS}}{\overline{BC}}=\frac{\overline{AK}}{\overline{AH}}$ ）



解答　$x=2$ 時, 有最大面積 3（平方單位）.

解析　作高 $\overline{AH}$ 交 $\overline{PS}$ 於 K, 則有 $\frac{\overline{AP}}{\overline{AB}}=\frac{\overline{PS}}{\overline{BC}}=\frac{\overline{AK}}{\overline{AH}}$, 即 $\frac{x}{4}=\frac{\overline{PS}}{5}=\frac{\overline{AK}}{\frac{12}{5}}$,



得 $\begin{cases} \overline{PS}=\frac{5x}{4} \\ \overline{AK}=\frac{3x}{5} \end{cases}$, 則 $\overline{KH}=\frac{12}{5}-\frac{3x}{5}$,

矩形 $PQRS$ 面積 $=\overline{PS}\cdot\overline{PQ}=\overline{PS}\cdot\overline{KH}$

$$=\frac{5x}{4}\cdot(\frac{12}{5}-\frac{3x}{5})=\frac{12x-3x^2}{4}=\frac{-3(x^2-4x)}{4}=\frac{-3(x-2)^2+12}{4},$$

所以當 $x=2$ 時，內接矩形 $PQRS$ 有最大面積 3（平方單位）.

26.已知 $A(0,2)$, $B(6,4)$ 為坐標平面上兩點，若 P 在 x 軸上，試求 P 點坐標＿＿＿＿＿＿＿＿，使 $\overline{PA}^2+2\overline{PB}^2$ 之值為最小

解答　$P(4,0)$

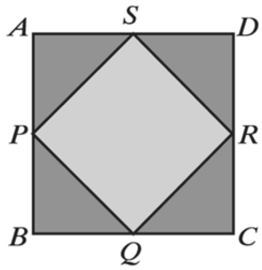
解析　設 $P(x,0)$

$$\Rightarrow \overline{PA}^2+2\overline{PB}^2=[x^2+(-2)^2]+2[(x-6)^2+(0-4)^2]$$

$$=x^2+4+2(x-6)^2+32=3x^2-24x+108=3(x-4)^2+60$$

∴當 $x=4$ 時，有最小值 60，故 $P(4,0)$.

27.如下圖，$ABCD$ 是邊長為 6 單位的正方形，今想將其裁剪為小正方形，裁剪的方式是在四邊上各取一點 P, Q, R, S，使得 $\overline{AP}=\overline{BQ}=\overline{CR}=\overline{DS}$，試問如何裁剪才能使正方形 $PQRS$ 有最小的面積？又此最小的面積為何？



解答　$x=3$ 時，有最小的面積 18 平方單位.

解析　設 $\overline{AP}=\overline{BQ}=\overline{CR}=\overline{DS}=x$，則 $\overline{BP}=\overline{CQ}=\overline{DR}=\overline{AS}=6-x$，

正方形 $PQRS$ 的面積 $=36-4\cdot[\frac{1}{2}\cdot x\cdot(6-x)]$

$$=36-2(6x-x^2)=2x^2-12x+36$$

$$=2(x^2-6x+3^2)+36-18=2(x-3^2)+18,$$

所以當 $x=3$（即取各邊中點）時，正方形 $PQRS$ 有最小的面積 18 平方單位.