一、單一選擇題：每題 6 分，共 12 分

(B)1. 張五某次段考五科的成績、全班平均分數與標準差如下表所示：

科目	國文	英文	數學	物理	化學
張五的成績	85	82	65	76	75
全班平均	80	76	60	68	73
全班標準差	5	4	10	8	8

則張五五科的成績相對於班上其他同學的表現，哪一科表現得最好？

(A) 國文 (B) 英文 (C) 數學 (D) 物理 (E) 化學

【概念中心】數據標準化 【重點回顧】課本 P.183～P.184

【解析】國文＋1 個標準差，英文＋1.5 個標準差，數學＋0.5 個標準差，物理＋1 個標準差，化學＋0.25 個標準差

∴ 張五在英文的成績相對於班上其他同學表現最好

(D)2. 某公司最近四年之營業額的年成長率分別為－20%，60%，－20%，－60%，則這四年營業額的「平均成長率」為哪一個選項？

(A) 80% (B) －10% (C) －15% (D) －20% (E) 20%

【概念中心】平均成長率 【重點回顧】課本 P.173

【解析】設平均成長率為 y

則 $(1+y)^4=(1-0.2)(1+0.6)(1-0.2)(1-0.6)=0.8\times1.6\times0.8\times0.4$

$\Rightarrow y=\sqrt[4]{(0.8)^4}-1=-0.2=-20\%$

二、多重選擇題：每題 8 分，共 16 分

(B C)3. 四組數據 x_1：5，6，7，8，9；

x_2：10，12，14，16，18；

x_3：25，36，49，64，81；

x_4：1995，1996，1997，1998，1999。

其標準差為 σ_1，σ_2，σ_3，σ_4，則下列選項哪些是正確的？

(A) $\sigma_1=\sigma_2$ (B) $\sigma_1=\sigma_4$ (C) $\sigma_2=2\sigma_1$ (D) $\sigma_1^2=\sigma_3$ (E) $\sigma_3<\sigma_4$

【概念中心】線性變換後的標準差 【重點回顧】課本 P.182

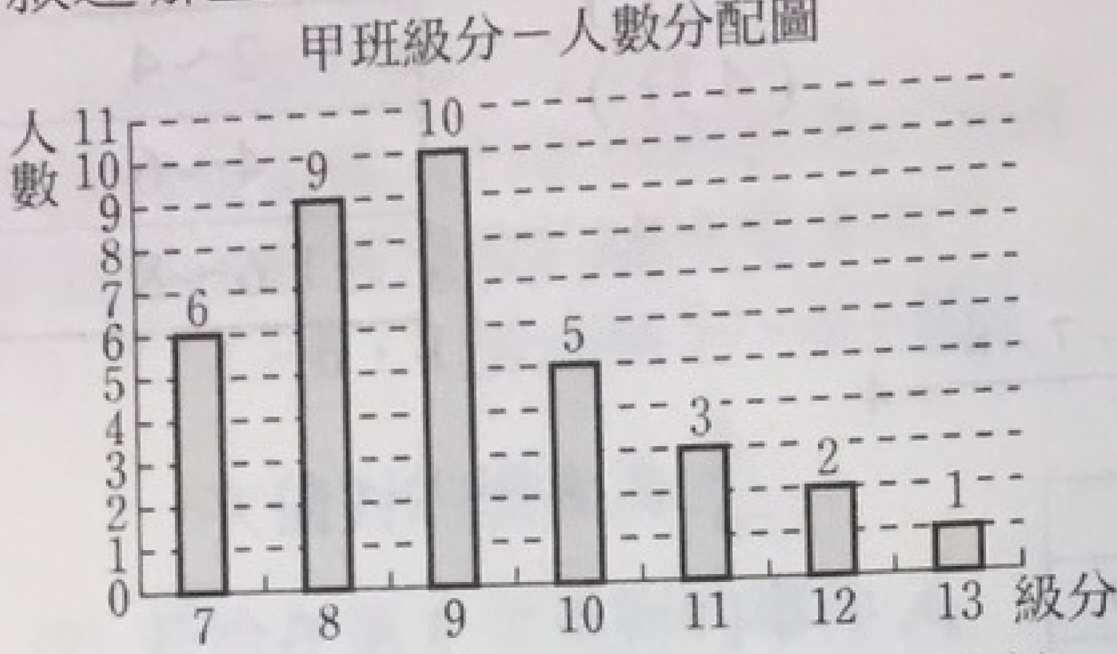
【解析】$\because x_2=2x_1$ $\therefore \sigma_2=2\sigma_1$ ∴ (A) ×，(C) ○

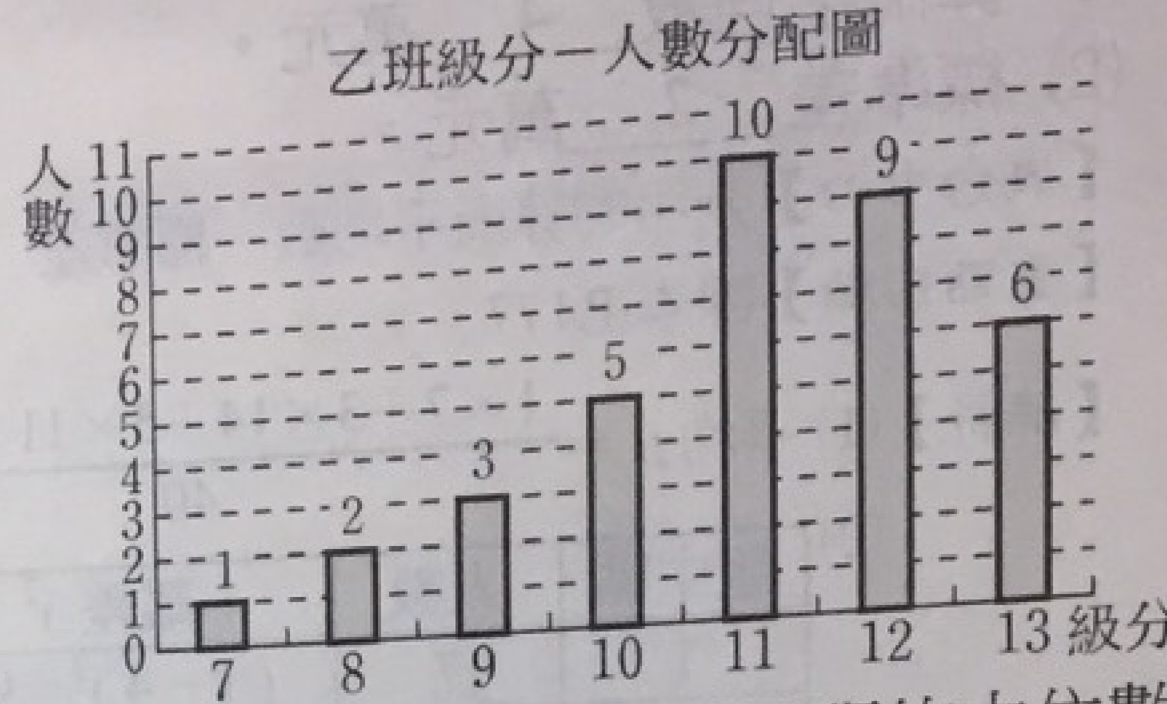
$\because x_3=x_1^2$ 但 $\sigma_3\neq\sigma_1^2$ ∴ (D) ×

$\because x_4=x_1+1990$ $\therefore \sigma_4=\sigma_1$ ∴ (B) ○

又 x_3 之資料較 x_4 分散 $\therefore \sigma_3>\sigma_4$ ∴ (E) ×

(A B E) 4. 下圖是南一高中甲、乙兩班模擬考試數學成績（級分）的長條圖，則下列敘述哪些正確？





(A) 乙班的平均數大於甲班的平均數
(B) 乙班的中位數大於甲班的中位數
(C) 乙班的全距大於甲班的全距
(D) 乙班的變異數大於甲班的變異數
(E) 乙班的眾數大於甲班的眾數

【解析】(A) ○：高低分的人數分布相反　∴乙平均＞甲平均
(B) ○：乙的中位數 11＞甲的中位數 9
(C) ×：全距相同都為 6
(D) ×：離差平方和都相同　∴變異數相同
(E) ○：乙的眾數 11＞甲的眾數 9

【概念中心】平均數、中位數、眾數、全距、變異數
【重點回顧】課本 P.167，P.175～P.176

三、填充題：每題 8 分，共 48 分

1. 據統計數據，大台北地區 7 月份的平均氣溫是攝氏 33 度，標準差是攝氏 4.5 度。外國朋友比較習慣用華氏溫度表示冷熱，已知攝氏 x 度時，華氏溫度為 $y=\frac{9}{5}x+32$ 度。若用華氏溫度表示，大台北地區 7 月份的平均氣溫為華氏 a 度，標準差為華氏 b 度，則 $a-b=$ __83.3__。

【概念中心】線性變換後的平均數、標準差　【重點回顧】課本 P.182

【解析】$a=\frac{9}{5}\times 33+32=59.4+32=91.4$，$b=\frac{9}{5}\times 4.5=8.1$
$a-b=91.4-8.1=83.3$

2. 小南到美國遊學時，記錄了 10 天的日常花費，其算術平均數為 20，標準差為 4。今發現其中有一天的記錄「11」必須刪除，若所剩 9 個數值之標準差為 k，則 k 的整數部分＝__2__。

【解析】設此 10 個數值為 $x_1, x_2, \cdots, x_9, x_{10}$，其中 $x_{10}=11$

【概念中心】算術平均數、標準差
【重點回顧】課本 P.167，P.176

新的平均數 $\mu=\frac{10\times 20-11}{9}=21$

原標準差$=4=\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{10}x_i^2}{10}-20^2}$

$\Rightarrow \sum_{i=1}^{10}x_i^2=10\times(4^2+20^2)=4160$

$\Rightarrow \sum_{i=1}^{9}x_i^2=4160-11^2=4039$

新標準差$=\sqrt{\frac{4039}{9}-21^2}=\sqrt{\frac{4039-3969}{9}}=\sqrt{\frac{70}{9}}=2.\cdots$

南一 A卷

6. 設有 6 正數數據分別為 4，2，6，8，x，y，平均數為 5，標準差為 $\sqrt{\dfrac{26}{3}}$，且 $x>y$，則 $x=$ __9__，$y=$ __1__。（每格 4 分）

【概念中心】標準差、平均數　【重點回顧】課本 P.176

【解析】$4+2+6+8+x+y=5\times 6 \Rightarrow x+y=10 \Rightarrow y=10-x$

$\sigma^2=\dfrac{26}{3}=\dfrac{1}{6}[(4-5)^2+(2-5)^2+(6-5)^2+(8-5)^2+(x-5)^2+(y-5)^2]$，

$52=1+9+1+9+(x-5)^2+(y-5)^2$，

$32=(x-5)^2+(10-x-5)^2=2(x-5)^2 \Rightarrow (x-5)^2=16$

$x-5=4$ 或 $-4 \Rightarrow x=9$ 或 1（不合）$\therefore x=9$，$y=1$

四、計算題：每題 12 分，共 24 分

1. 某班共 50 人，其中男生 40 人，女生 10 人。期考數學成績男生算術平均數 70 分，標準差 10 分，女生算術平均數 60 分，標準差 8 分，求該班期考數學成績的

(1) 算術平均數。（6 分）

(2) 標準差 $\sqrt{a}$。〔公式：$\sigma=\sqrt{\dfrac{1}{n}\left(\sum_{i=1}^{n}x_i^2-n\mu^2\right)}$，$a$ 以最簡分數表示。〕（6 分）

【解】(1) $\mu=\dfrac{70\times 40+60\times 10}{50}=68$（分）

(2) 由題目所提供的公式知 $\sigma^2=\dfrac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}x_i^2-\mu^2$　$\therefore \sum x_i^2=n(\sigma^2+\mu^2)$

$\therefore$ 男生：$\sum_{i=1}^{40}x_i^2=40(10^2+70^2)=200000$，

女生：$\sum_{i=1}^{10}y_i^2=10(8^2+60^2)=36640$

$\therefore \sigma=\sqrt{\dfrac{1}{50}\times\left(\sum_{i=1}^{40}x_i^2+\sum_{i=1}^{10}y_i^2\right)-\mu^2}=\sqrt{\dfrac{1}{50}\times 236640-68^2}$

$=\sqrt{\dfrac{5440}{50}}=\sqrt{\dfrac{544}{5}}$

【概念中心】標準差

【重點回顧】課本 P.177

2. 有一組數據如下：10，2，5，2，2，4，x（x 為正整數）。若此組數據的算術平均數、中位數以及眾數，依照大小次序排列起來，恰好形成一個等差數列，而且公差大於 0，則滿足上述條件的所有可能 x 值為何？

【解】

$$\begin{array}{ccccccccccc} & 2, & 2, & 2, & & 4, & & 5, & & 10 & \\ \uparrow & & & & \uparrow & & \uparrow & & \uparrow & & \uparrow \\ x & & & & x & & x & & x & & x \end{array}$$

【概念中心】平均數、中位數、眾數

【重點回顧】課本 P.167

眾數 $Mo=2$，平均數 $\mu=\dfrac{25+x}{7}>3$

若 $Me=2$，則公差 $d=0$ 不合

若 $Me=x$，則 2，x，$\dfrac{25+x}{7}$ 成等差 $\Rightarrow 2x=2+\dfrac{25+x}{7} \Rightarrow x=3$

若 $Me=4$，則 2，4，$\dfrac{25+x}{7}$ 成等差 $\Rightarrow 8=2+\dfrac{25+x}{7} \Rightarrow x=17$

$\therefore$ 可能的 x 值為 3 或 17

3. 某公司 40 名員工的薪資（萬元）次數分配表如右表，試求薪資的：

薪資（萬元）	人數
0～2	7
2～4	14
4～6	11
6～8	8

(1) 算術平均數 __4__ 萬元。（4 分）

(2) 標準差 __2__ 萬元。（4 分）

【概念中心】分組的算術平均數、標準差

【重點回顧】課本 P.177

【解析】(1) 平均 $\mu=\dfrac{1\times7+3\times14+5\times11+7\times8}{40}=4$

(2)

組中點	人數	（離差）^{2}
1	7	$(1-4)^2=9$
3	14	$(3-4)^2=1$
5	11	$(5-4)^2=1$
7	8	$(7-4)^2=9$

標準差 $\sigma=\sqrt{\dfrac{1}{40}(7\times9+14\times1+11\times1+8\times9)}=\sqrt{\dfrac{160}{40}}=2$

4. 一組數據 x_1，x_2，…，x_{10}，滿足 $\sum\limits_{i=1}^{10}x_i=120$，$\sum\limits_{i=1}^{10}x_i^2=2000$，則二次函數 $y=f(x)=\sum\limits_{i=1}^{10}(x-x_i)^2$，$x\in\mathbb{R}$ 的頂點坐標為 __(12, 560)__ 。

【概念中心】標準差、變異數　【重點回顧】課本 P.177

【解析】$y=f(x)=\sum\limits_{i=1}^{10}(x-x_i)^2$ 的頂點為函數的最低點

∴ 當 $x=\mu_x$ 時，y 有最小值

∴ $x=\mu_x=\dfrac{120}{10}=12$

此時 $y=\sum\limits_{i=1}^{10}x_i^2-n\cdot\mu_x^2=2000-10\times12^2=560$

∴ 頂點坐標為 (12, 560)

5. 某班月考數學成績不太理想，老師決定將每人的原始成績取平方根後，再乘以 10，做為正式紀錄成績。已知全班有 50 人，調整後全班成績的算術平均數為 60 分，標準差為 10 分，請問這班 50 位同學未調整前成績的算術平均數為 __37__ 分。

【概念中心】算術平均數與標準差概念的結合　【重點回顧】課本 P.177

【解析】設原始成績 x，調整後成績 y，則 $y=10\sqrt{x}\Rightarrow y^2=100x$

調整後 $\sigma_y=10=\sqrt{\dfrac{1}{50}\sum\limits_{i=1}^{50}y_i^2-60^2}\Rightarrow\sum\limits_{i=1}^{50}y_i^2=50\times(100+60^2)$

$\Rightarrow\sum\limits_{i=1}^{50}100x_i=50\times3700\Rightarrow\sum\limits_{i=1}^{50}x_i=1850$

∴ $\mu_x=\dfrac{1850}{50}=37$（分）