

高雄市明誠中學 高一數學平時測驗					日期：106.06.03	
範圍	3-2 機率(B)	班級	一年___班	姓		
	3-3 條件機率(A)	座號		名		

一、填充題(每題 10 分)

1. 阿彬和阿明經常一起打桌球，根據過去的經驗知：阿明獲勝的機率為 $\frac{2}{3}$ ，今天他們兩個要來一場年終決賽，至於是三戰兩勝(A)或五戰三勝(B)的賽制則由你決定，由於你和阿彬是很好的朋友，你希望他有機會勝出，所以幫他算出兩種賽制中阿彬勝出的機率分別(A)為 P_3 及(B)為 P_5 ，並建議採用賽制_____，因為 $P_5 - P_3 =$ _____。

答案：(A); $-\frac{4}{81}$

解析：阿彬（每場）獲勝的機率為 $\frac{1}{3}$

(A)三戰二勝制：

$$\boxed{2 \text{ 比 } 0} \quad \underline{\text{彬彬}} \rightarrow C_2^2 \left(\frac{1}{3}\right)^2 = \frac{1}{9}$$

$$\boxed{2 \text{ 比 } 1} \quad \underbrace{\quad}_{1 \text{ 明 } 1 \text{ 彬}} \underline{\text{彬}} \rightarrow C_1^2 \left(\frac{2}{3}\right) \left(\frac{1}{3}\right) \times \left(\frac{1}{3}\right) = \frac{4}{27}$$

$$\therefore P_3 = \frac{1}{9} + \frac{4}{27} = \frac{7}{27}$$

(B)五戰三勝制：

$$\boxed{3 \text{ 比 } 0} \quad \underline{\text{彬彬彬}} \rightarrow C_3^3 \left(\frac{1}{3}\right)^3 = \frac{1}{27}$$

$$\boxed{3 \text{ 比 } 1} \quad \underbrace{\quad}_{1 \text{ 明 } 2 \text{ 彬}} \underline{\text{彬}} \rightarrow C_2^3 \left(\frac{2}{3}\right) \left(\frac{1}{3}\right)^2 \times \left(\frac{1}{3}\right) = \frac{2}{27}$$

$$\boxed{3 \text{ 比 } 2} \quad \underbrace{\quad}_{2 \text{ 明 } 2 \text{ 彬}} \underline{\text{彬}} \rightarrow C_2^4 \left(\frac{2}{3}\right)^2 \left(\frac{1}{3}\right)^2 \times \left(\frac{1}{3}\right) = \frac{8}{81}$$

$$\therefore P_5 = \frac{1}{27} + \frac{2}{27} + \frac{8}{81} = \frac{17}{81}$$

$$\therefore P_5 - P_3 = -\frac{4}{81}, \therefore \text{建議阿彬採用(A)三戰兩勝制}$$

2. 有 n 個人玩擲一顆骰子的遊戲，請問至少要有_____人參加，才會有「至少一人擲出一點的機率高於 90%」。($\log 2 \div 0.3010, \log 3 \div 0.4771$)

答案：13

解析：『至少一人擲出一點的機率』即『1 扣掉 n 人皆擲出非一點的機率』

$$P = 1 - \left(\frac{5}{6}\right)^n > 0.9 \Rightarrow \left(\frac{5}{6}\right)^n < 0.1$$

$$\Rightarrow \log \left(\frac{5}{6}\right)^n < \log 0.1$$

$$\Rightarrow n \log \frac{5}{6} < -1 \Rightarrow n(\log 5 - \log 6) < -1$$

$$\begin{aligned} &\Rightarrow n[(1 - \log 2) - (\log 2 + \log 3)] < -1 \\ &\Rightarrow n[1 - 2 \times 0.3010 - 0.4771] < -1 \\ &\Rightarrow n(-0.0791) < -1 \\ &\Rightarrow n > \frac{1}{0.0791} \doteq 12.6, \therefore n = 13 \end{aligned}$$

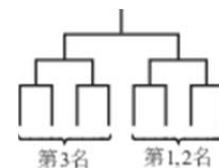
3. 明誠高中舉辦 2017 校際網球單打賽，由全校排名第 1 至排名第 8 (各名次恰 1 人，無並列) 的選手參賽，如果比賽講求實力，不考慮運氣，也就是排名在前的，對戰必勝，比賽採用單淘汰制，賽程如右圖。若賽程隨機抽籤決定，則排名第 3 的選手能參加最後一場的冠亞軍決賽的機率為_____。



答案： $\frac{2}{7}$

解析：所求 = P (排名第 3 的選手能參加最後一場的冠亞軍決賽)
 = P (第 3 名在冠亞軍賽前都不會遇到第 1 名與第 2 名)

$$= \frac{\binom{4-8 \text{名分成 } 2 \cdot 3 \text{ 兩組}}{C_2^5 \cdot C_3^3} \times (C_2^4 \cdot C_2^2 \cdot \frac{1}{2!})^2}{(C_4^8 \cdot C_4^4 \cdot \frac{1}{2!}) \times (C_2^4 \cdot C_2^2 \cdot \frac{1}{2!})^2} = \frac{2}{7}$$



4. 今有 12 個紅球，12 個白球，共 24 球，混合後平均放入 A 箱與 B 箱中，此時，從 A 箱中任取 2 球，2 球皆為白球之機率為 $\frac{14}{33}$ ，由此可知 A 箱中有_____個紅球。

答案：4

解析：設 A 箱有 n 個紅球

$$\frac{14}{33} = \frac{C_2^{12-n}}{C_2^{12}} = \frac{(12-n)(11-n)}{12 \cdot 11}$$

$$\Rightarrow 56 = n^2 - 23n + 132$$

$$\Rightarrow n^2 - 23n + 76 = 0$$

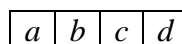
$$\Rightarrow (n-4)(n-19) = 0, \text{ 又 } n \leq 12, \text{ 故 } n = 4$$

5. 擲一顆公正的骰子四次，其出現點數依次為 a 、 b 、 c 、 d ，則
- (1) $(a-b)(b-c)(c-d) \neq 0$ 之機率為_____；
 - (2) $(a-b)(b-c)(c-d)(d-a) \neq 0$ 之機率為_____；
 - (3) $(a-3)^2 + (b-3)^2 + (c-3)^2 + (d-3)^2 = 4$ 之機率為_____。

答案：(1) $\frac{125}{216}$ (2) $\frac{35}{72}$ (3) $\frac{1}{54}$

解析：(1) $a \neq b$ 且 $b \neq c$ 且 $c \neq d$

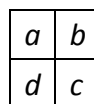
視為六種不同顏色，來塗右圖，相鄰不同色



$$P = \frac{6 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5}{6^4} = \frac{125}{216}$$

(2) $a \neq b$ 且 $b \neq c$ 且 $c \neq d$ 且 $d \neq a$

視為六種不同顏色，來塗右圖，相鄰不同色



$$P = \frac{\overset{a,c \text{ 同色}}{6 \cdot 1 \cdot 5 \cdot 5} + \overset{a,c \text{ 異色}}{6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 4}}{6^4} = \frac{25 + 80}{216} = \frac{105}{216} = \frac{35}{72}$$

(3) 所求為 $1^2 + 1^2 + 1^2 + 1^2 = 4$ 或 $2^2 + 0^2 + 0^2 + 0^2 = 4$ 二類

$$\textcircled{1} a-3=\pm 1, b-3=\pm 1, c-3=\pm 1, d-3=\pm 1 \Rightarrow a, b, c, d=2 \text{ 或 } 4$$

(a, b, c, d) 有 $2^4=16$ 種

$$\textcircled{2} a=1 \text{ 或 } 5, b=c=d=3 \text{ 有 } 2 \text{ 種即 } (1, 3, 3, 3), (5, 3, 3, 3)$$

(a, b, c, d) 有 $2 \times \frac{4!}{3!}=8$ 種

$$\therefore P = \frac{16+8}{6^4} = \frac{24}{6^4} = \frac{4}{216} = \frac{1}{54}$$

6. 某一水果商批發了 10 箱水梨，從中任選 2 箱做農藥檢驗，若驗出任一箱水梨的農藥過量，則整批退貨。已知 10 箱中有 3 箱水梨所含的農藥過量，則這批水梨被退貨的機率為_____。

$$\text{答案：} \frac{8}{15}$$

$$\text{解析：} \text{水梨被退貨即至少一箱農藥超量 } P = \frac{C_2^3 + C_1^3 \cdot C_1^7}{C_2^{10}} = \frac{3+21}{45} = \frac{24}{45} = \frac{8}{15}$$

7. 有紅、黃、藍三色卡片各 3 張，上面各有編號 1, 2, 3，今從這 9 張卡片中任取 3 張，則這 3 張卡片上的數字和為 3 的倍數的機率為_____。

$$\text{答案：} \frac{5}{14}$$

$\text{解析：} \because 1+1+1=3, 2+2+2=6, 3+3+3=9 \Rightarrow 3 \text{ 種}$

$$\text{又 } 1+2+3=6 \Rightarrow 3^3=27 \text{ 種, 故 } P = \frac{3+27}{C_3^9} = \frac{30}{84} = \frac{5}{14}$$

8. 自一副撲克牌 52 張中任取 5 張，則 5 張牌成為「富而好施」(Full house)，即點數如 (x, x, y, y, y) 的形式，但 x, y 是不同點數的機率為_____。

$$\text{答案：} \frac{6}{4165}$$

$$\text{解析：} P = \frac{C_2^{13} \cdot 2! \cdot C_2^4 \cdot C_3^4}{C_5^{52}} = \frac{6}{4165}$$

9. A, B 兩袋中各裝有編號為 0, 1, 2, 3, 4, 5 的 6 張卡片，今從 A, B 兩袋中各取一張，則取出的 2 張卡片上數字和恰為 7 的機率為_____。

$$\text{答案：} \frac{1}{9}$$

$$\text{解析：} \text{所求即 } (2, 5), (3, 4), (4, 3), (5, 2) \text{ 共 } 4 \text{ 種情形 } P = \frac{4}{C_1^6 \times C_1^6} = \frac{1}{9}$$

10. 將 6 個不同的紅球，3 個不同的白球，全部任意分給 3 個小朋友，每人 3 個球，則每個小朋友都分到一個白球的機率為_____。

$$\text{答案：} \frac{9}{28}$$

$$\text{解析：} \text{先分白球 } 1 \text{ 人 } 1 \text{ 個：} 3!=6, \text{ 紅球平分給 } 3 \text{ 人：} \frac{C_2^6 C_2^4 C_2^2}{3!} \cdot 3!$$

$$\therefore P = \frac{6 \cdot \frac{C_2^6 \cdot C_2^4 \cdot C_2^2}{3!} \cdot 3!}{C_3^9 \cdot C_3^6 \cdot C_3^3 \cdot 3!} = \frac{9}{28}$$

11. 袋中有同式樣，同大小（分左右手）的手套，白色 3 雙，黑色 2 雙，從中任取 4 隻，則恰成 2 雙之機率為_____。

答案： $\frac{23}{105}$

解析：
$$P = \frac{C_2^3 \cdot C_2^3 + C_2^2 \cdot C_2^2 + C_1^3 \cdot C_1^3 \cdot C_1^2 \cdot C_1^2}{C_4^{10}} = \frac{9+1+36}{210} = \frac{23}{105}$$

12. 從 1~9 等 9 個數中任選相異 3 數，組成一個三位數，則
 (1)此三位數為偶數的機率為_____。
 (2)此三位數為 3 的倍數之機率為_____。
 (3)此三位數為 4 的倍數之機率為_____。

答案：(1) $\frac{4}{9}$ (2) $\frac{5}{14}$ (3) $\frac{2}{9}$

解析：(1) $\square \square \square$
 \downarrow
 2
 、
 4
 、
 6
 、
 8

$$P = \frac{4 \times P_2^8}{P_3^9} = \frac{4 \times 8 \times 7}{9 \times 8 \times 7} = \frac{4}{9}$$

(2)設被 3 除餘 1 的集合 $A = \{1, 4, 7\}$
 設被 3 除餘 2 的集合 $B = \{2, 5, 8\}$
 設被 3 整除的集合 $C = \{3, 6, 9\}$
 則此三位數為 3 的倍數有 $1A1B1C, 3A, 3B, 3C$ 四種情形

$$P = \frac{C_1^3 \cdot C_1^3 \cdot C_1^3 \cdot 3! + 3 \cdot C_3^3 \cdot 3!}{P_3^9} = \frac{27 \times 6 + 3 \times 6}{9 \cdot 8 \cdot 7} = \frac{180}{9 \times 8 \times 7} = \frac{5}{14}$$

(3)末兩位為 4 的倍數：

$\square 12, \square 16, \square 24, \square 28, \square 32, \square 36, \square 48, \square 52,$
 $\square 56, \square 64, \square 68, \square 72, \square 76, \square 84, \square 92, \square 96$

$$P = \frac{16 \times C_1^7}{P_3^9} = \frac{16 \times 7}{9 \times 8 \times 7} = \frac{2}{9}$$

13. 小惠、阿海、小明和婷婷四個人一起去電影院看鋼鐵人 5，已知某一排共有 10 個相連的空位，四人決定從中各選一個空位來坐，則：

(1)四個人相鄰而坐的機率為_____。
 (2)四個人中恰兩人相鄰而坐的機率為_____。

答案：(1) $\frac{1}{30}$ (2) $\frac{1}{2}$

解析：(1)4 人相鄰： $(1, 2, 3, 4)$
 $(2, 3, 4, 5)$
 \vdots
 $(7, 8, 9, 10)$

$$\text{所求} = \frac{7 \times 4!}{P_4^{10}} = \frac{1}{30}$$

(2) □[√]□[√]□[√]□[√]□[√]□[√]

$$\text{所求} = \frac{\overbrace{C_2^4 \times 2!}^{4 \text{人選} 2 \text{人相鄰}} \times \overbrace{P_3^7}^{\text{將} 2 \text{人}, 1 \text{人}, 1 \text{人} \text{排入} 7 \text{個空隙中}}}{P_4^{10}} = \frac{1}{2}$$

14. 一盒中有 12 顆球，球上分別印有號碼 1 到 12，今由盒中任取 5 球，則 5 球之號碼中，第二大數目是 9 之機率為_____。

答案： $\frac{7}{33}$

解析： $P = \frac{C_3^8 \cdot C_1^1 \cdot C_1^3}{C_5^{12}} = \frac{56 \times 3}{\frac{12 \times 11 \times 10 \times 9 \times 8}{1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5}} = \frac{56 \times 3}{12 \times 11 \times 6} = \frac{7}{33}$

15. 擲一顆公正的骰子 4 次，則點數和為 9 的機率為_____。

答案： $\frac{7}{162}$

解析： 設骰子的點數依序為 x_1, x_2, x_3, x_4

$$\text{所求同義於求 } x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 9 \text{ 的正整數解} \Rightarrow \frac{H_{9-1-1-1-1}^4}{6^4} = \frac{C_5^{4+5-1}}{6^4} = \frac{C_5^8}{6^4} = \frac{7}{162}$$

16. 一袋中有 1 顆 1 號球，2 顆 2 號球，3 顆 3 號球，4 顆 4 號球，5 顆 5 號球，共 15 顆球。今自袋中任取 2 球，則此 2 球為不同號的機率為_____。

答案： $\frac{17}{21}$

解析： 2 球為同號的機率為 $P = \frac{C_2^5 + C_2^4 + C_2^3 + C_2^2}{C_2^{15}} = \frac{10+6+3+1}{15 \times 7} = \frac{20}{15 \times 7} = \frac{4}{21}$

$$\therefore P = 1 - \frac{4}{21} = \frac{17}{21}$$

17. 一袋中有 5 顆紅球，2 顆白球，從中一次取一球，取後不放回，則依序出現紅，白的機率是_____，出現紅，白，紅的機率是_____。

答案： $\frac{5}{21}, \frac{4}{21}$

解析： $P = \frac{5}{7} \cdot \frac{2}{6} = \frac{5}{21}$

$$P = \frac{5}{7} \cdot \frac{2}{6} \cdot \frac{4}{5} = \frac{4}{21}$$

18. 10 支手電筒中，有 2 支是瑕疵品，若這 10 支中已售出 2 支，現從剩下 8 支中任取 1 支，取到非瑕疵品的機率為_____。

答案： $\frac{4}{5}$

解析： $P = \frac{\overset{2 \text{瑕疵品被取走}}{C_2^2}}{C_2^{10}} \times \frac{8}{8} + \frac{\overset{1 \text{瑕疵品被取走}}{C_1^2 \cdot C_1^8}}{C_2^{10}} \cdot \frac{7}{8} + \frac{\overset{0 \text{瑕疵品被取走}}{C_2^8}}{C_2^{10}} \times \frac{6}{8} = \frac{8+112+168}{8 \times 45} = \frac{288}{360} = \frac{4}{5}$

19. 若擲一枚均勻的硬幣 6 次，已知共出現 2 次正面，則第三次出現正面的機率為_____。

答案： $\frac{1}{3}$

解析：Sol 一：因為正反面各佔 $(\frac{1}{2})$

$$P(\text{第三次為正} | \text{兩正面}) = \frac{P(\text{兩正面且第三次為正})}{P(\text{兩正面})} = \frac{C_1^5}{C_2^6} = \frac{1}{3}$$

Sol 二：

$$P(\text{第三次為正} | \text{兩正面}) = \frac{P(\text{兩正面且第三次為正})}{P(\text{兩正面})} = \frac{C_1^5 (\frac{1}{2})^4 (\frac{1}{2})^1 \cdot (\frac{1}{2})}{C_2^6 (\frac{1}{2})^4 (\frac{1}{2})^2} = \frac{1}{3}$$

20. 一袋中有大小相同的白球 2 個，紅球 4 個，黃球 3 個，今自袋中每次取一球，取後不放回，共取三球，則

(1)三球皆異色之機率為_____，(2)已知三球皆異色，第三球為黃球之機率為_____。

答案： $\frac{2}{7}, \frac{1}{3}$

解析：(1) $\frac{\overset{\text{白}}{2} \times \overset{\text{紅}}{4} \times \overset{\text{黃}}{3}}{9 \times 8 \times 7} \times 3! = \frac{2}{7}$

(2) $\frac{2 \times 4 \times 3}{9 \times 8 \times 7} \times 2! = \frac{2!}{\frac{2}{7}} = \frac{1}{3}$

21. 某種 X 光機器對於肺結核檢驗之可靠度為：對於有肺結核病者有 90% 可發現，10% 未發現；對於無肺結核病者有 99% 之正確性，1% 不正確。某地區人口中已知有 0.1% 為肺結核病患。若從該地區任選一人經此種 X 光機器檢驗出有肺結核病，則此人確有肺結核病之機率為_____。

答案： $\frac{10}{121}$

解析：貝式定理

$$P = \frac{\frac{0.1}{100} \times \frac{90}{100}}{\frac{0.1}{100} \times \frac{90}{100} + \frac{99.9}{100} \times \frac{1}{100}} = \frac{10}{121}$$

22. 一批烏龍公司生產的零件合計 100 件，有 20 件不良品，從中每次取出一個零件檢測，連續檢測 2 次，則：

(1)第一次檢測是良品的機率為_____。

(2)已知第一次檢查到良品，第二次檢測也是良品的機率為_____。

(3)2 次檢測全是良品的機率為_____。

答案：(1) $\frac{4}{5}$ (2) $\frac{79}{99}$ (3) $\frac{316}{495}$

解析：若事件 A, B 分別表第 1 次與第 2 次取得良品之機率

(1) $P(A) = \frac{80}{100} = \frac{4}{5}$

(2) $P(B|A) = \frac{79}{99}$

(3) $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B|A) = \frac{80}{100} \times \frac{79}{99} = \frac{316}{495}$

23. 甲袋中有 3 個紅球，2 個黑球，4 個白球；乙袋中有 4 個紅球，2 個黑球；丙袋中有 1 個紅球，3 個白球，2 個黑球。今自三袋各取一球，則 3 球同色之機率為_____，三球異色之機率為_____。

答案： $\frac{5}{81}, \frac{41}{162}$

解析： $P = \frac{3}{9} \times \frac{4}{6} \times \frac{1}{6} + \frac{2}{9} \times \frac{2}{6} \times \frac{2}{6} = \frac{12+8}{36 \times 9} = \frac{20}{36 \times 9} = \frac{5}{81}$

$$P = \frac{\frac{3}{9} \cdot \frac{2}{6} \cdot \frac{3}{6} + \frac{4}{9} \cdot \frac{4}{6} \cdot \frac{2}{6} + \frac{4}{9} \cdot \frac{2}{6} \cdot \frac{1}{6} + \frac{2}{9} \cdot \frac{4}{6} \cdot \frac{3}{6}}{9 \times 6 \times 6} = \frac{18+32+8+24}{9 \times 6 \times 6} = \frac{82}{9 \times 36} = \frac{41}{162}$$

$\begin{matrix} \text{甲} & \text{乙} & \text{丙} & \text{甲} & \text{乙} & \text{丙} & \text{甲} & \text{乙} & \text{丙} \\ \text{R} & \text{B} & \text{W} & \text{W} & \text{R} & \text{B} & \text{W} & \text{B} & \text{R} \\ & & & & & & & & & \text{B} & \text{R} & \text{W} \end{matrix}$

24. 設一袋中有 10 個球，其中有 8 個是白球。從袋中逐次取出 4 球，取後不放回，且每次取球時，每一球被取到之機會均等。

- (1) 第三次取到白球之機率為_____。
 (2) 第一次和第三次都取到白球之機率為_____。
 (3) 在取到 3 個白球之條件下，第三次取到白球之機率為_____。
 (4) 在第三次取到白球之條件下，取到 3 個白球之機率_____。

答案：(1) $\frac{4}{5}$ (2) $\frac{28}{45}$ (3) $\frac{3}{4}$ (4) $\frac{1}{2}$

解析：(1) $P(\text{第三次白球}) = \frac{8}{10} = \frac{4}{5}$ (抽籤原理)

$$(2) P(\text{第一次和第三次都白球}) = P(\text{第一次和第二次都白球}) = \frac{8}{10} \times \frac{7}{9} = \frac{28}{45}$$

(3) $\frac{\text{白}}{\text{第一、三、四次 2 白}}$

$$\Rightarrow \text{所求} = \frac{\frac{8}{10} \cdot C_2^3 \cdot \frac{7}{9} \cdot \frac{6}{8} \cdot \frac{2}{7}}{C_3^4 \cdot \frac{8}{10} \cdot \frac{7}{9} \cdot \frac{6}{8} \cdot \frac{2}{7}} = \frac{3}{4}$$

$$(4) \text{所求} = \frac{\frac{8}{10} \cdot C_2^3 \cdot \frac{7}{9} \cdot \frac{6}{8} \cdot \frac{2}{7}}{\frac{8}{10}} = \frac{1}{2}$$

25. 一副撲克牌 52 張，不小心遺失 1 張，由剩下的 51 張中任取 2 張，則：

- (1) 2 張皆為黑桃的機率為_____。
 (2) 若 2 張皆為黑桃時，則遺失的那張不是黑桃的機率為_____。

答案：(1) $\frac{1}{17}$ (2) $\frac{39}{50}$

解析：(1) (遺失 1 張黑桃)+(遺失 1 張不是黑桃)

$$P = \frac{1}{4} \times \frac{C_2^{12}}{C_2^{51}} + \frac{3}{4} \times \frac{C_2^{13}}{C_2^{51}} = \frac{1}{4} \times \frac{12 \times 11}{51 \times 50} + \frac{3}{4} \times \frac{13 \times 12}{51 \times 50} = \frac{33+9 \times 13}{51 \times 50} = \frac{11+39}{17 \times 50} = \frac{1}{17}$$

(2) 貝氏定理

$$P = \frac{\frac{3}{4} \times \frac{13 \times 12}{51 \times 50}}{\frac{1}{17}} = \frac{3 \times 13 \times 12}{4 \times 3 \times 50} = \frac{39}{50}$$

26. 袋中有 6 白球 3 黑球，每次從袋中取出一球，取後放回，共取 5 次，已知取到 4 次白球，則最初兩次都是白球的機率_____。

答案： $\frac{3}{5}$

解析：每次取到白球的機率 = $\frac{2}{3}$ ，取到黑球的機率 = $\frac{1}{3}$

白 白 $\underbrace{\quad\quad\quad}_{2\text{白}1\text{黑}}$

$$\text{所求} = \frac{\left(\frac{2}{3}\right)^2 \times C_2^3 \left(\frac{2}{3}\right)^2 \left(\frac{1}{3}\right)}{C_4^5 \left(\frac{1}{3}\right) \left(\frac{2}{3}\right)^4} = \frac{3}{5}$$

27. 甲袋有 4 個白球，3 個紅球；乙袋有 2 個白球，5 個紅球；丙袋有 5 個白球，1 個紅球。今任選一袋任取 2 球，若每球被選到之機率均等，則取得 2 個白球之機率為_____，又已知取得 2 白球，來自甲袋之機率為_____。

答案： $\frac{1}{3}, \frac{2}{7}$

解析： $P = \frac{1}{3} \cdot \frac{C_2^4}{C_2^7} + \frac{1}{3} \cdot \frac{C_2^2}{C_2^7} + \frac{1}{3} \cdot \frac{C_2^5}{C_2^6} = \frac{1}{3} \cdot \frac{6}{21} + \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{21} + \frac{1}{3} \cdot \frac{10}{15} = \frac{1}{9} + \frac{2}{9} = \frac{1}{3}$

$$\text{貝氏定理 } P = \frac{\frac{1}{3} \cdot \frac{C_2^4}{C_2^7}}{\frac{1}{3}} = \frac{6}{21} = \frac{2}{7}$$

28. 擲一顆公正骰子兩次，已知第一次與第二次出現的點數和為 8，則二次的點數互質的機率為_____。

答案： $\frac{2}{5}$

解析：點數和為 8 的組合有 (2, 6), (3, 5), (4, 4), (5, 3), (6, 2) 故二次的點數互質的機率為 $\frac{2}{5}$

29. 甲、乙、丙 3 人同射一靶，各打一發；設甲、乙、丙 3 人的命中率為 $\frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}$ 且 3 人射擊互不影響，則此靶命中的機率為_____。

答案： $\frac{3}{5}$

解析： $P(\text{此靶命中}) = P(\text{至少命中一發}) = 1 - P(3 \text{ 人均不中}) = 1 - \frac{2}{3} \times \frac{3}{4} \times \frac{4}{5} = \frac{3}{5}$

30. 甲說實話之機率為 $\frac{7}{10}$ ，乙說實話之機率為 $\frac{9}{10}$ 。今有一袋內有 3 白球、7 黑球，自袋中任取一

球，甲、乙兩人均說是白球，則此球確為白球之機率為_____。

答案： $\frac{9}{10}$

解析：甲、乙兩人均說是白球

{	實為黑球但甲乙皆說謊	$\frac{7}{10} \times \frac{3}{10} \times \frac{1}{10}$
	實為白球且甲乙皆說實話	$\frac{3}{10} \times \frac{7}{10} \times \frac{9}{10}$

$$P = \frac{\frac{3}{10} \times \frac{7}{10} \times \frac{9}{10}}{\frac{7}{10} \times \frac{3}{10} \times \frac{1}{10} + \frac{3}{10} \times \frac{7}{10} \times \frac{9}{10}} = \frac{9}{10}$$