| 對話式數學 複習 1~4 冊 | 17 回 | 第三冊（全） | 班級： | 座號： |
|---|---|---|---|---|
| | | | 姓名： | 得分： |

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1. | (C) | 2. | (D) | 3. | (A) | 4. | (B)(D) | 5. | (A)(B)(D)(E) |
| 6. | (B)(C) | 7. | 303° | 8. | 8 | 9. | $x+y-2=0$ | 10. | $(-7,-10)$ |
| 11. | $\frac{53}{17}$ | 12. | 2 | 13. | $-\frac{10}{9}$ | 14. | 18000 | | |

## 一、單一選擇題（共 3 題，每題 4 分）

_______1.設$a=\sin55°\times\cos55°$，則下列何者正確？

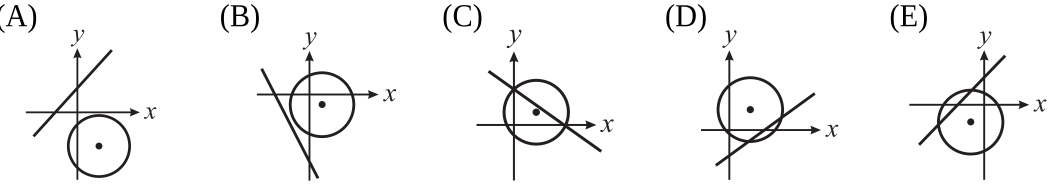
(A)$0<a<0.2$　(B)$0.3<a<0.4$　(C)$0.4<a<0.5$　(D)$0.5<a<0.6$。

解　$a=\sin55°\times\cos55°=\frac{1}{2}\sin110°$，$\sin120°<\sin110°<\sin90°$　$\Rightarrow$　$\frac{\sqrt{3}}{2}<\sin110°<1$

$\Rightarrow$　$\frac{\sqrt{3}}{4}<\frac{1}{2}\sin110°<\frac{1}{2}$　$\Rightarrow$　$\frac{1.732}{4}<a<\frac{1}{2}$　$\Rightarrow$　$0.43<a<0.5$，故選(C)

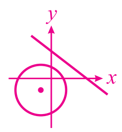
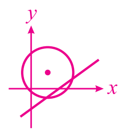
_______2.直線$ax+y=b$與圓$x^2+y^2+ax+by-1=0$的圖形可為下列哪一個？

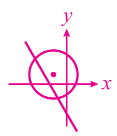
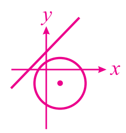
(A)　(B)　(C)　(D)　(E)



解　$ax+y=b$的斜率為$-a$，$y$軸截距為$b$

$x^2+y^2+ax+by-1=0$的圓心為$(-\frac{a}{2},-\frac{b}{2})$且原點在圓內

①若$a>0$且$b>0$，則為 　②若$a<0$且$b<0$，則為 

若$a>0$且$b<0$，則為 　若$a<0$且$b>0$，則為 

故選(D)

_______3.$\Delta ABC$中已知$\overline{BC}=3$、$\cos B=\frac{3}{5}$、$\sin C=\frac{5}{13}$，則外接圓半徑為何？

(A)$\frac{65}{42}$　(B)$\frac{11}{42}$　(C)$\frac{39}{10}$　(D)$\frac{13}{2}$　(E)$\frac{15}{8}$。

解　$\sin A=\sin(180°-(B+C))=\sin(B+C)=\sin B\cos C+\cos B\sin C=\frac{4}{5}\times\frac{12}{13}+\frac{3}{5}\times\frac{5}{13}=\frac{63}{65}$

$\frac{\overline{BC}}{\sin A}=2R$　$\Rightarrow$　$\frac{3}{\frac{63}{65}}=2R$　$\Rightarrow$　$R=\frac{65}{42}$，故選(A)

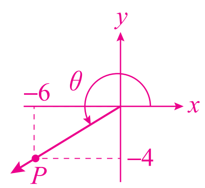
## 二、多重選擇題（共 3 題，每題 8 分）

_______4.坐標平面上，廣義角$\theta$的頂點為原點$O$，始邊為$x$軸的正向，滿足$\tan\theta=\frac{2}{3}$。若$\theta$的終邊上有一點$P$，其$y$坐標為$-4$，則下列選項哪些正確？

(A)$P$的$x$坐標是 6　(B)$\overline{OP}=2\sqrt{13}$　(C)$\cos\theta=\frac{3}{\sqrt{13}}$

(D)$\sin2\theta>0$　(E)$\cos\frac{\theta}{2}<0$。

解　(A)　；設$x$坐標為$k$，則$\tan\theta=\frac{y坐標}{x坐標}=\frac{-4}{k}=\frac{2}{3}$　$\therefore k=-6$



(B)　；得$P(-6,-4)$，則$\overline{OP}=\sqrt{36+16}=2\sqrt{13}$

(C)　；$\cos\theta=\frac{k}{\overline{OP}}=\frac{-6}{2\sqrt{13}}=-\frac{3}{\sqrt{13}}$

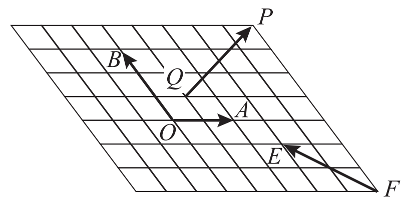
(D)　；$\sin2\theta=2\sin\theta\cos\theta=2\times\frac{-4}{2\sqrt{13}}\times\frac{-6}{2\sqrt{13}}=\frac{12}{13}>0$

(E)　；$\theta$為第三象限角，設$180°+360°\times n<\theta<270°+360°\times n$，$n$為整數

則$90°+180°\times n<\frac{\theta}{2}<180°+180°\times n$，取$n=1$，則$\cos\frac{\theta}{2}>0$

故選(B)(D)

_______5.右圖是由許多平行等距的線所構成，每一個小四邊形都是菱形。圖中有兩向量$\overrightarrow{OA}$、$\overrightarrow{OB}$，設$|\overrightarrow{OA}|=2$、$|\overrightarrow{OB}|=3$，夾角$120°$，則下列選項哪些正確？



(A)$\overrightarrow{QP}=2\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}$　(B)$\overrightarrow{FE}=-\overrightarrow{OA}+\frac{2}{3}\overrightarrow{OB}$　(C)$\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OB}=3$

(D)$|\overrightarrow{QP}|^2=13$　(E)$\overrightarrow{QP}\cdot\overrightarrow{FE}=-3$。

解　(A)　(B)　(C)　；$\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OB}=2\times3\times\cos120°=-3$

(D)　；$|\overrightarrow{OP}|^2=|2\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}|^2=4|\overrightarrow{OA}|^2+4\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OB}+|\overrightarrow{OB}|^2=4\times4+4\times(-3)+9=13$

(E)　；$\overrightarrow{OP}\cdot\overrightarrow{FE}=(2\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB})\cdot(-\overrightarrow{OA}+\frac{2}{3}\overrightarrow{OB})$

$=-2|\overrightarrow{OA}|^2+\frac{1}{3}\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OB}+\frac{2}{3}|\overrightarrow{OB}|^2=-2\times4+\frac{1}{3}\times(-3)+\frac{2}{3}\times9$

$=-8-1+6=-3$

故選(A)(B)(D)(E)



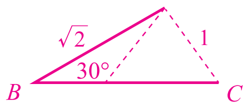
103MH408T

______6. $\Delta ABC$中，$a$、$b$、$c$ 分別為$\angle A$、$\angle B$、$\angle C$的對邊，則下列選項哪些正確？

(A) $\sin A=\frac{\sqrt{3}}{2}$，則$\angle A=60°$　　(B) $\sin A+\sin B>\sin C$

(C) $a>b>c$，則$\sin A>\sin B>\sin C$　(D)$\sin A+\sin B+\sin C>1$

(E) $b=1$，$c=\sqrt{2}$，$\angle B=30°$，則 $\angle C=45°$。




解 (A)　；$\sin A=\frac{\sqrt{3}}{2}$ $\Rightarrow$ $\angle A=60°$或$120°$

(B)　；$\frac{a}{\sin A}=\frac{b}{\sin B}=\frac{c}{\sin C}=2R$，由三角形兩邊之和大於第三邊得$a+b>c$

$2R\sin A+2R\sin B>2R\sin C$ $\Rightarrow$ $\sin A+\sin B>\sin C$

(C)　；$a>b>c$ $\Rightarrow$ $2R\sin A>2R\sin B>2R\sin C$ $\Rightarrow$ $\sin A>\sin B>\sin C$

(D)　；設$\angle A=178°$，$\angle B=1°$，$\angle C=1°$，則$\sin 178°+\sin 1°+\sin 1°<1$

(E)　；$\frac{1}{\sin 30°}=\frac{\sqrt{2}}{\sin C}$ $\Rightarrow$ $\sin C=\frac{\sqrt{2}}{2}$ $\Rightarrow$ $\angle C=45°$或$135°$　故選(B)(C)

## 三、填充題（共 8 格，每格 8 分）

7.若$270°<\theta<360°$且$\cos 2013°=\sin\theta$，則$\theta=$______。

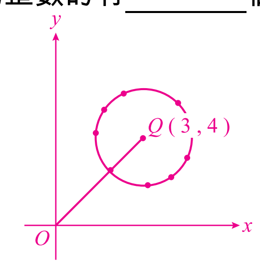
解 $\cos 2013°=\cos 213°=-\cos 33°=-\sin 57°=\sin(360°-57°)=\sin 303°$，故$\theta=303°$

8.$P(x,y)$為圓$C:(x-3)^2+(y-4)^2=4$上的點，則使$\sqrt{x^2+y^2}$為整數的有______個。

解 $\sqrt{x^2+y^2}$為$P(x,y)$與原點上的距離，$\overline{OQ}=\sqrt{9+16}=5$

$5-2\le\overline{PO}\le 5+2$ $\Rightarrow$ $3\le\overline{PO}\le 7$

由右圖得$\overline{PO}$有$1+2\times 3+1=8$個整數點



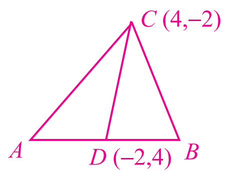

9.在$\Delta ABC$中$A(-5,1)$、$B(1,7)$、$C(4,-2)$，則$\angle C$的內角平分線方程式為______。

解 $\overline{CA}=\sqrt{(-5-4)^2+(1+2)^2}=3\sqrt{10}$，$\overline{CB}=\sqrt{(1-4)^2+(7+2)^2}=3\sqrt{10}$

$\overline{CA}:\overline{CB}=\overline{AD}:\overline{DB}=1:1$，故 $D$ 點$\overline{AB}$中點　$\therefore D(-2,4)$

$\overleftrightarrow{CD}$的斜率$\frac{-2-4}{4-(-2)}=-1$

故$\angle C$內角平分線$\overleftrightarrow{CD}$的方程式為$y+2=-1(x-4)$，即$x+y-2=0$




10.若$270°<\theta<360°$，且$\sin\theta$為方程式$5x^2-x-4=0$之一根，$\cos 2\theta+\cos\frac{\theta}{2}=\frac{a+b\sqrt{5}}{25}$，則數對$(a,b)=$______。

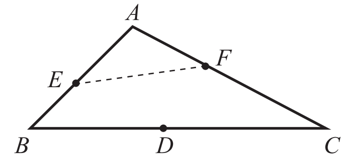
解 $(5x+4)(x-1)=0$ $\Rightarrow$ $x=-\frac{4}{5},1$，得$\sin\theta=-\frac{4}{5}$　$\therefore\cos\theta=\frac{3}{5}$

$135°<\frac{\theta}{2}<180°$，$\cos\frac{\theta}{2}=-\sqrt{\frac{1+\cos\theta}{2}}=-\sqrt{\frac{1+\frac{3}{5}}{2}}=-\sqrt{\frac{4}{5}}=-\frac{2\sqrt{5}}{5}$

$\cos 2\theta=1-2\sin^2\theta=1-2\times\frac{16}{25}=-\frac{7}{25}$，$\cos 2\theta+\cos\frac{\theta}{2}=-\frac{7}{25}-\frac{2\sqrt{5}}{5}=\frac{-7-10\sqrt{5}}{25}$

故數對$(a,b)=(-7,-10)$

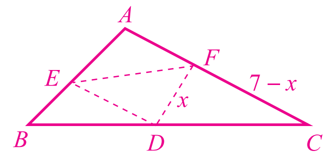
11.$\Delta ABC$中，$\overline{AB}=6$、$\overline{BC}=8$、$\overline{CA}=7$，在$\overline{AB}$、$\overline{AC}$上各取一點$E$、$F$，沿$\overline{EF}$折起使$A$與$\overline{BC}$中點$D$重合，則$\overline{FD}=$______。




解 如右圖，設$\overline{FD}=x$，則$\overline{AF}=x$，$\overline{FC}=x$

$\cos C=\frac{7^2+8^2-6^2}{2\times 7\times 8}=\frac{4^2+(7-x)^2-x^2}{2\times 4\times(7-x)}$ $\Rightarrow$ $\frac{77}{14}=\frac{65-14x}{7-x}$

$\Rightarrow$ $77-11x=130-28x$ $\Rightarrow$ $17x=53$ $\Rightarrow$ $x=\frac{53}{17}$，故$\overline{FD}=\frac{53}{17}$




12.方程式$\begin{cases}3x-2y=9a\\4x+y=5a+3\end{cases}$之解，滿足$5x+4y=4a$，則$a=$______。

解 $\Delta=\begin{vmatrix}3&-2\\4&1\end{vmatrix}=11$，$\Delta_x=\begin{vmatrix}9a&-2\\5a+3&1\end{vmatrix}=9a+2(5a+3)=19a+6$，

$\Delta_y=\begin{vmatrix}3&9a\\4&5a+3\end{vmatrix}=15a+9-36a=-21a+9$

$x=\frac{\Delta_x}{\Delta}=\frac{19a+6}{11}$，$y=\frac{\Delta_y}{\Delta}=\frac{-21a+9}{11}$，

代入得$5\times\frac{19a+6}{11}+4\times\frac{-21a+9}{11}=4a$　$\therefore a=2$

| $t$ | 0 | $\frac{1}{9}$ | 1 |
|---|---|---|---|
| $x^2-2y+1$ | $-4$ | $-\frac{37}{9}$ | 3 |

13.$A(1,3)$、$B(4,7)$，若有一動點$P(x,y)$在$\overline{AB}$上，則$x^2-2y+1$的最大值$M$，最小值$m$，則$M+m=$______。

解 $\overrightarrow{AB}=(3,4)$，$\overline{AB}$參數式：$\begin{cases}x=1+3t\\y=3+4t\end{cases}$，$0\le t\le 1$

$x^2-2y+1=(1+3t)^2-2(3+4t)+1=1+6t+9t^2-6-8t+1$

$=9t^2-2t-4=9\left(t^2-\frac{2}{9}t+\frac{1}{81}\right)-\frac{1}{9}-4=9\left(t-\frac{1}{9}\right)^2-\frac{37}{9}$

$\therefore M=3$，$m=-\frac{37}{9}$，$M+m=3-\frac{37}{9}=-\frac{10}{9}$

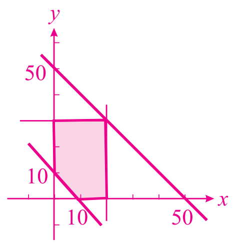
14.某公司所生產的產品，存放在甲、乙兩倉庫分別有 50 單位、40 單位，現在市場 $A$、市場 $B$ 分別的需求量是 20 單位、30 單位，右表是各倉庫運輸到各市場的每單位運輸成本，在滿足 $A$、$B$ 市場的需求下，最節省的運輸成本為______。

| | 市場 $A$ | 市場 $B$ |
|---|---|---|
| 倉庫甲 | 500 元 | 450 元 |
| 倉庫乙 | 400 元 | 300 元 |

解 設甲送 $x$ 單位到市場 $A$，送 $y$ 單位到市場 $B$，則乙送$20-x$單位到市場 $A$，送$30-y$單位到市場 $B$

運輸成本為$f(x,y)=500x+450y+400(20-x)+300(30-y)=100x+150y+17000$希望最小

滿足$\begin{cases} 0\le x\le 20 \\ 0\le y\le 30 \\ x+y\le 50 \\ (20-x)+(30-y)\le 40 \quad\Rightarrow\quad x+y\ge 10 \end{cases}$




由平行線法，$100x+150y=k$的斜率為$-\frac{2}{3}$，直線隨 $k$ 朝右上移動，

看出 $(10,0)$使有最小值，或代入各頂點如下：

$f(10,0)=1000+0+17000=18000$，$f(20,0)=2000+0+17000=19000$

$f(20,30)=2000+4500+17000=23500$，$f(0,30)=0+4500+17000=21500$

$f(0,10)=0+1500+17000=18500$

$\therefore x=10$，$y=0$，會使運費最少，為 18000 元