

對話式 數學		16 第二冊 (全)		班級：_____ 座號：_____
複習 1~4 冊				姓名：_____ 得分：_____
1. (B)	2. (D)	3. (D)	4. (B)(C)(E)	5. (A)(B)(C)
6. (B)(C)	7. -270	8. $\frac{5}{7}$	9. $\frac{1}{3}$	10. (108, 57)
11. $\frac{1}{6}$	12. 720.16	13. (18, -0.8, 14)	14. 144	

一、單一選擇題 (共 3 題, 每題 4 分)

1. 一袋中有 30 個燈泡其中有 4 個是壞的, 現在逐一檢查, 取出不放回, 則第三次取到不良品的機率為何?

- (A) $\frac{1}{15}$ (B) $\frac{2}{15}$ (C) $\frac{4}{15}$ (D) $\frac{65}{609}$ (E) $\frac{130}{609}$

解 $\frac{26}{30} \times \frac{25}{29} \times \frac{4}{28} + \frac{26}{30} \times \frac{4}{29} \times \frac{3}{28} + \frac{4}{30} \times \frac{26}{29} \times \frac{3}{28} + \frac{4}{30} \times \frac{3}{29} \times \frac{2}{28}$

良 不良 不良 不良 不良 不良 不良 不良 不良

$= \frac{4}{30 \times 29 \times 28} (26 \times 25 + 26 \times 3 + 26 \times 3 + 3 \times 2) = \frac{2}{15}$

故選(B)

2. 將正奇數分群: (1), (3, 5), (7, 9, 11), (13, 15, 17, 19), ..., 則第 k 群 (有 k 個正奇數) 第 2 項為何?

- (A) $\frac{k(k-1)}{2}$ (B) $2k + 1$ (C) $k^2 - k - 1$ (D) $k^2 - k + 3$ (E) $4k - 1$

解 至第 $(k-1)$ 群的最後一項共有 $1 + 2 + 3 + 4 + \dots + (k-1) = \frac{k(k-1)}{2}$ 個奇數

故第 $(k-1)$ 群最後一項為 $1 + 2 \left(\frac{k(k-1)}{2} - 1 \right) = k^2 - k - 1$

故第 k 群的第 2 項為 $(k^2 - k - 1) + 4 = k^2 - k + 3$, 故選(D)

3. 從 10, 10, 10, 13, 13, 16, 16, 16, 22, 22 十個數字, 任取三個數, 則此三個數的算術平均數為 16 的機率為何?

- (A) $\frac{1}{40}$ (B) $\frac{1}{6}$ (C) $\frac{23}{120}$ (D) $\frac{7}{40}$ (E) $\frac{19}{120}$

解 將原始資料減 16 得 -6, -6, -6, -3, -3, 0, 0, 0, 6, 6, 並將這 10 個數看作完全相異。

所求即為三數之和為 0

① 0, 0, 0, 有 $C_3^3 = 1$ 種 ② 0, 6, -6, 有 $C_1^3 C_1^2 C_1^1 = 18$ 種 ③ 6, -3, -3, 有 $C_1^2 C_2^1 = 2$ 種

所求機率 = $\frac{1+18+2}{C_3^{10}} = \frac{21}{120} = \frac{7}{40}$, 故選(D)

二、多重選擇題 (共 3 題, 每題 8 分)

4. 下列選項哪些正確?

- (A) $\sum_{k=1}^n c = c$ (B) $\sum_{k=1}^n k = \sum_{i=1}^n i$ (C) $\sum_{k=1}^n (a_k + b_k) = \sum_{k=1}^n a_k + \sum_{k=1}^n b_k$
 (D) $\sum_{k=1}^n a_k \cdot b_k = (\sum_{k=1}^n a_k)(\sum_{k=1}^n b_k)$ (E) $\sum_{k=1}^n n = n^2$

解 (A) ; $\sum_{k=1}^n c = c + c + \dots + c = nc$

(B) ; $\sum_{k=1}^n k = 1 + 2 + 3 + \dots + n = \sum_{i=1}^n i$

(C)

(D) ; $\sum_{k=1}^n a_k b_k = (a_1 b_1 + a_2 b_2 + \dots + a_n b_n)$

$(\sum_{k=1}^n a_k)(\sum_{k=1}^n b_k) = (a_1 + a_2 + \dots + a_n)(b_1 + b_2 + \dots + b_n)$

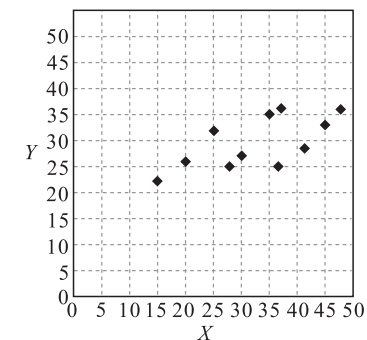
$\neq (a_1 b_1 + a_2 b_2 + \dots + a_n b_n) = \sum_{k=1}^n a_k b_k$

(E) ; $\sum_{k=1}^n n = n + n + \dots + n = n^2$

故選(B)(C)(E)

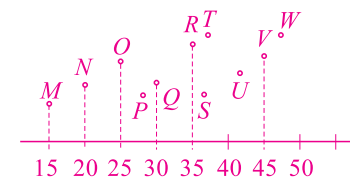
5. 某次數學測驗分為選擇題與非選擇題兩部分。如

右的散布圖中每個點 (X, Y) 分別代表一個學生於此兩部分的得分。其中 X 代表該生選擇題的得分, Y 代表該生非選擇題的得分。設 $Z = X + Y$ 為各生在該測驗的總分。共有 11 位學生的得分數據。試問以下哪些選項是正確的?



- (A) X 的中位數 $>$ Y 的中位數
 (B) X 的標準差 $>$ Y 的標準差
 (C) X 的全距 $>$ Y 的全距
 (D) Z 的中位數 = X 的中位數。

解 11 個點的編號如右, 則



(A) X 的中位數為 $R = 35$

Y 的中位數為 $U \approx 28$ ，合

(B): X 較 Y 分散，合

(C) X 的全距 $\approx 48 - 15 = 33$

Y 的全距 $\approx 36 - 22 = 14$ ，合

(D) Z 的中位數為 $S \approx 36 + 25 = 61$

$61 \neq 35 + 28$ ，不合 \therefore 選(A)(B)(C)

6. 某品牌之燈泡由 A 廠及 B 廠各生產 30% 及 70%。A 廠生產的產品中有 1% 瑕疵品；B 廠生產的產品中有 5% 瑕疵品。某日退貨部門回收一件瑕疵品，則下列敘述哪些是正確的？

(A) 猜此瑕疵品是由 A 廠製造，猜對的機率較大 (B) 猜此瑕疵品是由 B 廠製造，猜對的機率較大 (C) 此瑕疵品是由 A 廠製造的機率為 $\frac{3}{38}$ (D) 此瑕疵品是由 A 廠製造的機率為 $\frac{30}{10000}$ (E) 此瑕疵品是由 A 廠製造的機率為 $\frac{350}{10000}$

解：每 100 件產品有 0.3 件瑕疵品由 A 生產，3.5 件瑕疵品由 B 生產

\therefore 由 A 製造的機率為 $\frac{0.3}{0.3+3.5} = \frac{3}{38}$

30×0.01 $= 0.3$ A 30	70×0.05 $= 3.5$ B 70
-------------------------------------	-------------------------------------

由 B 製造的機率為 $\frac{3.5}{0.3+3.5} = \frac{35}{38}$ ，故選(B)(C)

三、填充題 (共 8 格，每格 8 分)

7. 等差數列 $\{a_n\}$ 前 n 項和為 S_n ，若 $a_3 = 16$ ， $S_{10} = 110$ ，則 $S_{30} =$ _____。

解： $a + 2d = 16 \dots \textcircled{1}$ ， $S_{10} = \frac{10 \times (2a + 9d)}{2} = 110 \Rightarrow 2a + 9d = 22 \dots \textcircled{2}$

由 $\textcircled{1}\textcircled{2}$ 得 $a = 20$ ， $d = -2$ ，則 $S_{30} = \frac{30 \times (40 + 29 \times (-2))}{2} = 15 \times (-18) = -270$

8. 右圖 3 列 5 行的棋盤方格中任意取兩格，則選出的兩格在不同一列的機率為 _____。

解： $\frac{C_2^3 \times C_1^5 \times C_1^5}{C_2^{15}} = \frac{75}{105} = \frac{5}{7}$

9. 袋中有 5 個白球、9 個黑球，今自袋中每次取一球，取後不放回，連續取 3 球，在取出二白球一黑球的條件下，則第二次為黑球的機率為 _____。

解： $\frac{\frac{5 \times 9 \times 4}{14 \times 13 \times 12}}{\frac{5 \times 4 \times 9}{14 \times 13 \times 12} + \frac{5 \times 9 \times 4}{14 \times 13 \times 12} + \frac{9 \times 5 \times 4}{14 \times 13 \times 12}} = \frac{1}{3}$

10. 用 0、1、3、5、7、9 排出數字互異的四位數，其中 5 的倍數共有 a 個，這些 5 的倍數比 5800 小的共有 b 個，則數對 $(a, b) =$ _____。

解： $\textcircled{1}$ 末位數為 0 或 5，得 $\underbrace{1 \times 5 \times 4 \times 3}_{\text{末位為 0}} + \underbrace{1 \times 4 \times 4 \times 3}_{\text{末位為 5}} = 60 + 48 = 108$ 個

$\textcircled{2}$ $\underbrace{1 \times 2 \times 4 \times 3}_{\text{千位為 1}} + \underbrace{1 \times 2 \times 4 \times 3}_{\text{千位為 3}} + \underbrace{1 \times 1 \times 3 \times 3}_{\text{千位為 5}} = 24 + 24 + 9 = 57$ 個

故數對 $(a, b) = (108, 57)$

11. 一列捷運車班有 1、2、3、4、5、6、7 共七節車廂，今有兩男兩女同時上車，四人所選坐的車廂均不同的選法下，兩女選坐的車廂號碼都比兩男選坐的車廂號碼大的機率為 _____。

解： 四人車廂均不同的選法有 P_4^7 ，任選 4 個車廂號碼大的兩個車廂給兩女，其餘給兩男有 $C_4^7 \times 2! \times 2!$

種方法，機率 $= \frac{C_4^7 \times 2! \times 2!}{P_4^7} = \frac{1}{6}$

12. 有 100 筆資料的算術平均數 32，標準差 5，後來發現有一筆 8.0 被誤值為 80，若資料修正後的標準差 $\sigma = \frac{\sqrt{k}}{10}$ ，則 $k =$ _____。

解： $\sqrt{\frac{1}{100} \sum_{i=1}^{100} x_i^2 - 32^2} = 5 \Rightarrow \sum_{i=1}^{100} x_i^2 = 100(32^2 + 5^2) = 104900$

$104900 - 80^2 + 8^2 = 98564$ ，修正後的平均數

$\mu = \frac{100 \times 32 - 80 + 8}{100} = 31.28$

修正後標準差 $\sigma = \sqrt{\frac{1}{100} \times 98564 - (31.28)^2} = \sqrt{\frac{1}{100} \times (98564 - 97843.84)} = \sqrt{\frac{720.16}{100}} = \frac{\sqrt{720.16}}{10}$

故 $k = 720.16$

x	y	$x - \mu_x$	$y - \mu_y$	$(x - \mu_x)^2$	相乘
8	11	-2	1	4	-2
9	12	-1	2	1	-2
11	8	1	-2	1	-2
12	9	2	-1	4	-2
40	40			10	-8

x	8	9	11	12
y	11	12	8	9

13. 某速食連鎖店推出一種新造型漢堡，在上市以前訂不同的單價 x (單位：10元)，調查市場的各需求量 y (單位：百個)，調查結果如右：設 y 對 x 的迴歸直線為 $y = a + bx$

，當單價訂為 50 元時，預測其銷售量為 k 百個，則序組 $(a, b, k) =$ _____。

解： $\mu_x = 10$ ， $\mu_y = 10$

$$\text{斜率} = \frac{\sum_{i=1}^4 (x_i - \mu_x)(y_i - \mu_y)}{\sum_{i=1}^4 (x_i - \mu_x)^2} = \frac{-8}{10} = -0.8$$

$$\text{故迴歸直線方程式為 } y - 10 = -0.8(x - 10) \Rightarrow y = 18 - 0.8x$$

$$x = 5 \text{ 代入 } \Rightarrow y = 18 - 0.8x \times 5 = 14$$

故當 $x = 50$ 元時，預測銷售量為 14 百個故序組 $(a, b, c) = (18, -0.8, 14)$

14. 一警報器長鳴一次 3 秒，短鳴一次 2 秒，間隔 1 秒。若發出一信號，歷時 30 秒，共有 _____ 種不同信號。

【解】設長鳴 x 次，短鳴 y 次，則有 $(x + y - 1)$ 個間隔

$$3x + 2y + (x + y - 1) = 30 \Rightarrow 4x + 3y = 31$$

$$\text{共有 } \frac{8!}{7!} + \frac{9!}{4!5!} + \frac{10!}{9!} = 8 + 126 + 10 = 144 \text{ 種不同信號}$$

x	7	4	1
y	1	5	9