對話式數學 複習 1～4 冊　15 回　第一冊（全）

班級：＿＿＿＿　座號：＿＿＿＿
姓名：＿＿＿＿　得分：＿＿＿＿

1.	(B)	2.	(E)	3.	(D)	4.	(C)(D)	5.	(A)(B)(E)
6.	(A)(D)(E)	7.	-27	8.	$\frac{1+\sqrt{21}}{2}$	9.	$(2,2)$	10.	$(-2,3)$
11.	$(3,4)$	12.	$(1,2)$	13.	x^2-x-2	14.	5.6%		

一、單一選擇題（共 3 題，每題 4 分）

＿＿＿＿1.k 為整數，若$(k+3)x^2-4x+k=0$有兩實根，則 k 有幾個解？

(A)4　(B)5　(C)6　(D)7　(E)8。

解 判別式$D=16-4k(k+3)\geq 0$

$\Rightarrow\ k^2+3k-4\leq 0\ \Rightarrow\ (k+4)(k-1)\leq 0\ \Rightarrow\ -4\leq k\leq 1$

$k=-4,-3,-2,-1,0,1$，但$k\neq -3$（若$k=-3$，方程式僅一實根）

故滿足條件的 k 共 5 個

＿＿＿＿2.請問下面哪一個選項是正確的？

(A) $3^7<7^3$　(B) $5^{10}<10^5$　(C) $2^{100}<10^{30}$

(D) $\log_2 3=1.5$　(E) $\log_2 11<3.5$。

解 (A)　；$\because 3^7=2187$，$7^3=343$，應$3^7>7^3$才對

(B)　；$\because 5^2>10\quad \therefore (5^2)^5>10^5$才對

(C)　；$\because \log(2^{100})=100\log 2\fallingdotseq 100\times 0.3010=30.1>30\quad \therefore 2^{100}>10^{30}$才對

(D)　；$\because \log_2 3=\frac{\log 3}{\log 2}\fallingdotseq\frac{0.4771}{0.3010}>1.5$

(E)　；$\because 3.5=\log_2(2^{3.5})=\log_2(8\sqrt{2})\fallingdotseq\log_2(8\times 1.414)=\log_2(11.312)>\log_2 11$

故選(E)

＿＿＿＿3.若點$(\log a,\log b)$在直線$y=\frac{1}{2}x+1$上之動點，則下列哪一點與點(a,b)不在同一直線上？

(A) $(1,10)$　(B) $(3,10\sqrt{3})$　(C) $(4,20)$

(D) $(\sin 30^\circ,\log_2 32)$　(E) $(2^{-2},\log_{\frac{1}{2}}\frac{1}{32})$。

解 $\log b=\frac{1}{2}\log a+1=\log\sqrt{a}+\log 10=\log 10\sqrt{a}\quad\Rightarrow\quad b=10\sqrt{a}$

故(A)、(B)、(C)三點都在直線上

(D) $(\sin 30^\circ,\log_2 32)=(\frac{1}{2},5)$代入，$10\times\sqrt{\frac{1}{2}}\neq 5$，不在$b=10\sqrt{a}$上

(E) $\left(2^{-2},\log_{\frac{1}{2}}\frac{1}{32}\right)=(\frac{1}{4},5)$，$10\times\sqrt{\frac{1}{4}}=10\times\frac{1}{2}=5$，在$b=10\sqrt{a}$上　　故選(D)

二、多重選擇題（共 3 題，每題 8 分）

＿＿＿＿4.實係數多項式$f(x)=ax^3+bx^2+cx+d(a\neq 0)$，則下列哪些正確？

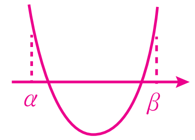
(A)若α、β為實數，且α與β之間存有$f(x)=0$之根，則$f(\alpha)f(\beta)<0$

(B)若$2+\sqrt{3}$為$f(x)=0$的一根，則$2-\sqrt{3}$亦為$f(x)=0$之根

(C)若$f(2+3i)=5-6i$，則$f(2-3i)=5+6i$

(D) $f(x)=0$至少有一實根

(E)方程式$f(x)=x^2$恰有一實根。



解 (A)　；如右圖，方程式$f(x)=0$有 2 實根，但$f(\alpha)f(\beta)>0$

(B)　；有理係數方程式才成立

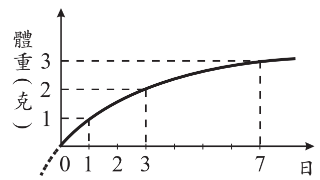
(C)　；$f(2+3i)=5-6i\quad\Rightarrow\quad f(2-3i)=\overline{f(2+3i)}=\overline{5-6i}=5+6i$

(D)　；實係數方程式虛根成對，故三次方程式至少有一實根

(E)　；$f(x)=x^2\quad\Rightarrow\quad f(x)-x^2=0$為三次方程式，故至少有一實根

故選(C)(D)

＿＿＿＿5.有一種昆蟲，由卵孵化為成蟲後，體重隨日子增加，假設體重與時間的關係為對數函數$y=\log_a(x+b)$，其函數圖形如右，試問下列各選項哪些為真？



(A)底數$a=2$

(B) $b=1$

(C)孵化兩週後，該昆蟲體重可達 4 公克

(D)若 5 日後體重為 w_1 克，8 日後體重為 w_2 克，則需 54 日後體重才會達 (w_1+w_2) 克

(E)第 3 天到第 7 天體重增加的平均速度，大於第 1 天到第 15 天的平均速度。

解 (A)(B)代$x=0$得$0=\log_a b\quad\therefore b=1$，代入$x=1$得$1=\log_a(1+1)\quad\therefore a=2$，(A)(B)均合

(C)14 天後的體重為$y=\log_2(14+1)<\log_2 16=4\quad\therefore$不合

(D) $w_1=\log_2(5+1)=\log_2 6$，$w_2=\log_2(8+1)=\log_2 9$

$\therefore w_1+w_2=\log_2 6+\log_2 9=\log_2 54=\log_2(53+1)\quad\therefore$應為 53 天

103MH408T

(E) $\frac{w_7-w_3}{7-3}=\frac{\log_2 8-\log_2 4}{4}=\frac{3-2}{4}=\frac{1}{4}=\frac{7}{28}$

$\frac{w_{15}-w_1}{15-1}=\frac{\log_2 16-\log_2 2}{14}=\frac{4-1}{14}=\frac{3}{14}=\frac{6}{28}$ $\because\frac{7}{28}>\frac{6}{28}$，合 $\therefore$選(A)(B)(E)

________6.函數$f(x)=a+\log_b x$的四個函數值如下表，則下列選項哪些正確？

(A) $a=3$ (B) $b=4$ (C) $m=2$ (D) $m+n$為質數 (E) $\log_n m=0$。

x	0.25	2	4	8
$f(x)$	m	n	6−m	n+2

解 $a+\log_b 0.25=m \Rightarrow a-2\log_b 2=m\ldots$①

$a+\log_b 4=6-m \Rightarrow a+2\log_b 2=6-m\ldots$②

$a+\log_b 2=n\ldots$

$a+\log_b 8=n+2 \Rightarrow a+3\log_b 2=n+2\ldots$

①+② $\Rightarrow 2a=6 \Rightarrow a=3$， − $\Rightarrow 2\log_b 2=2 \Rightarrow \log_b 2=1 \Rightarrow b=2$

$m=a-2\log_b 2=3-2\log_2 2=1$，$n=a+\log_b 2=3+\log_2 2=4$

(A) (B) (C) (D) ；$m+n=5$為質數 (E) ；$\log_n m=\log_4 1=0$

$\therefore$選(A)(D)(E)

三、填充題（共 8 格，每格 8 分）

7.若$f(x)=ax^4-bx^2+2x-5$，且$f(7)=1$，則$f(-7)=$________。

解 $f(7)=7^4\cdot a-7^2\cdot b+14-5=1 \Rightarrow 7^4a-7^2b=-8$

$f(-7)=(-7)^4a-(-7)^2b-14-5=(7^4a-7^2b)-19=-8-19=-27$

8. $\log_5 x+\log_5(x^2-6)=1$，則$x=$________。

解 $\log_5 x(x^2-6)=1 \Rightarrow x^3-6x-5=0 \Rightarrow (x+1)(x^2-x-5)=0 \Rightarrow x=-1$或$\frac{1\pm\sqrt{21}}{2}$

真數須為正數，故取$x=\frac{1+\sqrt{21}}{2}$

9.a、b 為實數，若$(a+3i)(3-bi)=12+5i$，則數對$(a,b)=$________。

解 $3a-abi+9i+3b=12+5i \Rightarrow (3a+3b)+(9-ab)i=12+5i \Rightarrow a+b=4$且$ab=4$

$\Rightarrow a(4-a)=4 \Rightarrow a^2-4a+4=0 \Rightarrow (a-2)^2=0 \Rightarrow a=2,b=2$

10.已知多項式方程式$f(x)=x^4-5x^3+3x^2+19x-30=0$有一複數根$2+i$，若實數 a 滿足$f(a)<0$，若$\alpha<a<\beta$，則數對$(\alpha,\beta)=$________。

```
          1 −1 −6
1−4+5 ) 1 −5 +3 +19 −30
        1 −4 +5
        -----------------
          −1 −2 +19
          −1 +4 −5
        -----------------
             −6 +24 −30
             −6 +24 −30
        -----------------
                      0
```

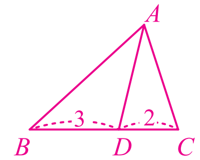
解 $x=2+i \Rightarrow (x-2)^2=i^2$，得$x^2-4x+5=0$

$\therefore f(x)=(x^2-4x+5)(x^2-x-6)$ $\because x^2-4x+5$恆正

$\therefore f(x)<0$的解即$x^2-x-6<0$的解

$(x+2)(x-3)<0 \Rightarrow -2<x<3$，故數對$(\alpha,\beta)=(-2,3)$

11.若 D 點在ΔABC的$\overline{BC}$上且ΔABD面積$=\frac{3}{5}\Delta ABC$面積，若 B 的坐標為 $(6,7)$，C 的坐標為 $(1,2)$，則 D 的坐標為________。



解 ΔABD面積：ΔADC面積$=3:2=\overline{BD}:\overline{DC}$

由分點公式得 D 點坐標為$\left(\frac{12+3}{3+2},\frac{14+6}{3+2}\right)=(3,4)$

12.a, b 為實數，$f(x)=a(x^2+2x+4)^2+3a(x^2+2x+4)+b$有最小值 20，且$f(-2)=30$，則數對$(a,b)=$________。

解 令$t=x^2+2x+4=(x+1)^2+3 \Rightarrow t\geq 3$

$f(x)=at^2+3at+b=a\left(t+\frac{3}{2}\right)^2+b-\frac{9}{4}a$ $\because$函數有最小值 20 $\therefore a>0$

當$t=3$時，$9a+9a+b=20 \Rightarrow 18a+b=20$

$f(-2)=16a+12a+b=30 \Rightarrow 28a+b=30$ $\therefore a=1$，$b=2$，故數對$(a,b)=(1,2)$

13.已知多項式$f(x)$除以x^2-2x的餘式為$x-2$，且$x+1$為$f(x)$的因式，則$f(x)$除以$x(x+1)(x-2)$的餘式為________。

解 $f(x)=(x^2-2x)Q(x)+x-2=x(x-2)[(x+1)q(x)+a]+(x-2)$

$=x(x-2)(x+1)q(x)+ax(x-2)+x-2$

$\because x+1$是$f(x)$的因式 $\Rightarrow f(-1)=0 \Rightarrow 3a-1-2=0 \Rightarrow a=1$

所求餘式為$x(x-2)+x-2=x^2-2x+x-2=x^2-x-2$

14.某公司為了響應節能減碳政策，決定在五年後將公司該年二氧化碳排放量降為目前排放量的 75%。公司希望每年依固定的比率（當年和前一年排放量的比）逐年減少二氧化碳的排放量。若要達到這項目標，則該公司每年至少要比前一年減少________%的二氧化碳的排量。（計算到小數後第一位，以下四捨五入）

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
93	9685	9689	9694	9699	9703	9708	9713	9717	9722	9727

94	9731	9736	9741	9745	9750	9754	9759	9763	9768	9773
95	9777	9782	9786	9791	9795	9800	9805	9809	9814	9818
96	9823	9827	9832	9836	9841	9845	9850	9854	9859	9863

解 設所求為 x %，現在排放量為 k $\therefore k(1-x\%)^5 = k\cdot 0.75 = \frac{3}{4}k$，即$1-x\% = \sqrt[5]{\frac{3}{4}}$

而$\log\sqrt[5]{\frac{3}{4}} = \frac{1}{5}\log\frac{3}{4} = \frac{1}{5}(\log 3 - 2\log 2) = \frac{1}{5}(0.4771 - 2\times 0.3010) = \frac{1}{5}(-0.1249)$

$= -0.02498 = -1 + 0.9750\cancel{2}$ ←反查表

$= \log\dfrac{1}{10} + \log 9.44 = \log 0.944$

$\therefore 1 - x\% \fallingdotseq 0.944$，得$x\% = 1 - 0.944 = 5.6\%$