對話式 數學 複習 1～4 冊	14 回 二次曲線	班級：＿＿＿ 座號：＿＿＿ 姓名：＿＿＿ 得分：＿＿＿

1.	$(4,-5)$		$x=-2$	2.	$k>5$		$(\frac{7}{2},1)$	3.	6
	$\frac{18}{11}$	4.	50	5.	C	6.	(B)	7.	0
8.	(D)	9.	(B)	10.	(A)	11.	(A)(B)(C)(E)	12.	(B)(C)(E)
13.	$\frac{5}{2}$	14.	$\frac{(x+2)^2}{49}+\frac{(y-1)^2}{33}=1$	15.	$\frac{\sqrt{2}}{32}$	16.	17	17.	6

一、概念題（共 10 格，每格 5 分）

1.拋物線$12(x-1)=(y+5)^2$的焦點坐標為＿＿＿＿，準線方程式為＿＿＿＿。

解 $(y+5)^2=4\cdot3(x-1)$，得$c=3$，頂點$(1,-5)$ $\therefore$焦點為$(4,-5)$，準線為$x=-2$

2.若$\sqrt{(x-2)^2+(y+1)^2}+\sqrt{(x-5)^2+(y-3)^2}=k$的圖形為橢圓，則 k 的範圍為＿＿＿＿，橢圓中心為＿＿＿＿。

解 $F_1=(2,-1)$，$F_2=(5,3)$，則$\overline{F_1F_2}=\sqrt{(5-2)^2+(3+1)^2}=5$

由定義知$k>5$時圖形為橢圓，中心為F_1、F_2中點，即$(\frac{7}{2},1)$

3.雙曲線$\frac{x^2}{9}-\frac{y^2}{2}=1$上的一點$P(6,\sqrt{6})$，求 P 到兩焦點的距離差為＿＿＿＿，P 到兩漸近線的距離乘積為＿＿＿＿。

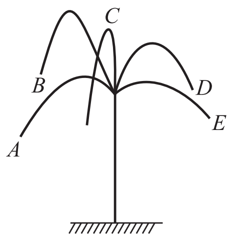
解 $a^2=9$，$b^2=2$，$c^2=a^2+b^2=11$，P 到兩焦點距離差$=2a=6$，P 到兩漸近線距離乘積$=\frac{a^2b^2}{c^2}=\frac{18}{11}$

4.兩組雙曲線互為共軛，Γ_1：$\frac{x^2}{16}-\frac{y^2}{9}=1$、$\Gamma_2$：$-\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{9}=1$，總共有四個焦點，求其連成的四邊形面積為＿＿＿＿。

解 $c^2=a^2+b^2=25 \Rightarrow c=5$，$\Gamma_1$的焦點為$(5,0)$與$(-5,0)$

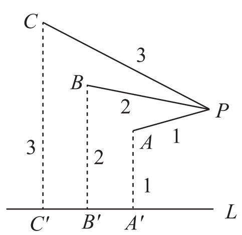
Γ_2的焦點為$(0,5)$與$(0,-5)$，所求面積$=10\times10\times\frac{1}{2}=50$

5.在畫冊上有一棵椰子樹，其五根葉梗用五條拋物線 A、B、C、D、E 表示，如右圖。此五條拋物線焦距最小的是＿＿＿＿。



解 開口愈小，焦距愈小，為 C。

6.如右圖，有 A、B、C 三點投影到直線 L 上是為 A'、B'、C'，若$\overline{PA}=\overline{AA'}=1$，$\overline{PB}=\overline{BB'}=2$，$\overline{PC}=\overline{CC'}=3$，則：＿＿＿＿。



(A) $\overline{A'B'}=\overline{B'C'}$ (B) $\overline{A'B'}>\overline{B'C'}$ (C) $\overline{A'B'}<\overline{B'C'}$。

解 A、B、C在以 P 為焦點，L 為準線的拋物線上，根據拋物線的性質知

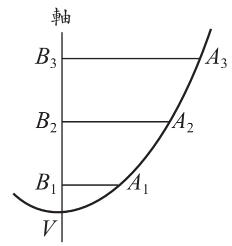
$\overline{A'B'}>\overline{B'C'}$，故選(B)

7.若$p>q>0$，雙曲線$\frac{x^2}{p^2}-\frac{y^2}{q^2}=1$與$\frac{x^2}{q^2}-\frac{y^2}{p^2}=1$有＿＿＿＿個交點。

解 焦點相同的雙曲線組沒有交點

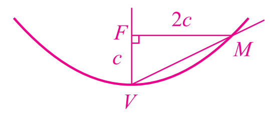
二、單一選擇題（共 3 題，每題 5 分）

＿＿＿＿8.如右圖（未按照實際比例繪製），拋物線上有 V、A_1、A_2、A_3 四點，其中 V 為頂點。A_1、A_2、A_3 投影到軸上為 B_1、B_2、B_3，若$\frac{\overline{A_1B_1}}{\overline{VB_1}}=3$，$\frac{\overline{A_2B_2}}{\overline{VB_2}}=1$，$\frac{\overline{A_3B_3}}{\overline{VB_3}}=\frac{1}{2}$，請問下列關於焦點位置的敘述，何者正確？



(A)焦點為 B_1 (B)焦點為 B_2 (C)焦點為 B_3 (D)焦點在$\overline{B_1B_2}$上 (E)焦點在$\overline{B_2B_3}$上。

解 M 為正焦弦端點，F 為焦點，焦距為 c，則$\overline{MF}=2c$，



$\overline{FV}=c$ $\therefore\frac{\overline{FM}}{\overline{FV}}=2$ $\therefore F$ 在$\overline{B_1B_2}$上，故選(D)

＿＿＿＿9.下列何者為等軸雙曲線？

(A) $2xy-6x+y=3$ (B) $x^2-y^2+1=0$ (C) $x^2-y^2=x-y$
(D) $25x^2-16y^2-400=0$ (E) $x^2+2y^2=5$。

解 (A)分解得$(2x+1)(y-3)=0$，為兩相交直線

(B)移項得$x^2-y^2=-1$ $\therefore a=b=1$，合

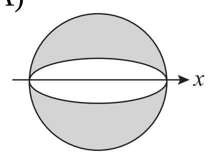
(C) $(x+y)(x-y)=x-y$ $\therefore(x+y-1)(x-y)=0$，為兩相交直線

(D)為$\frac{x^2}{16}-\frac{y^2}{25}=1$，$a=4$，$b=5$，為雙曲線但非等軸

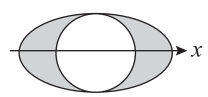
(E)為橢圓 $\therefore$選(B)

＿＿＿＿10.不等式$(x^2+y^2-9)(4x^2+36y^2-36)\le0$的圖形，和下列哪一選項的陰影部分有相同形狀？

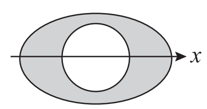
(A)



(B)

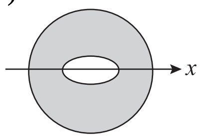


(C)

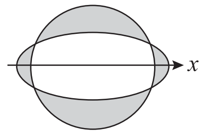


103MH408T

(D)

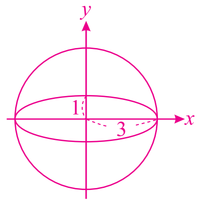


(E)



(解) $x^2+y^2-9=0$和$\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{1}=1$的圖形如右圖

所求為$\begin{cases} x^2+y^2-9\le 0 \\ 4x^2+36y^2-36\ge 0\end{cases}$或$\begin{cases} x^2+y^2-9\ge 0 \\ 4x^2+36y^2-36\le 0\end{cases}$，得(A)



三、多重選擇題（共 2 題，每題 5 分）

________11.平面上兩點 A、B 相距 10 單位，以$\overline{AB}$為直徑的圓為 C，若有一點 P 滿足 $\overline{PA}+\overline{PB}=14$，則 P 的位置可能落在哪些位置？

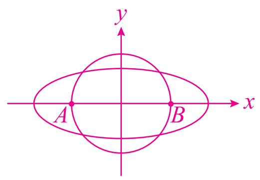
(A)圓 C 的內部　(B)圓 C 的外部　(C)圓 C 上　(D) $\overline{AB}$上　(E) $\overleftrightarrow{AB}$上但在$\overline{AB}$外。

(解) 貼坐標，$A(-5,0)$，$B(5,0)$，則$\overline{PA}+\overline{PB}=14$的動點 P 形成橢圓

長軸$2a=14$，$2c=10$　$\therefore a=7$，$c=5$

則$7^2=b^2+5^2$，得$b=\sqrt{24}<5$，橢圓方程式為$\frac{x^2}{49}+\frac{y^2}{24}=1$，如右圖

$\therefore$選(A)(B)(C)(E)



________12.試就 k 值討論二元二次方程式$\Gamma: x^2+ky^2+4kx-2y+5=0$的圖形，下列敘述哪些正確？

(A)若$k=1$，則 Γ 的圖形為一圓　　(B)若 $k=0$，則 Γ 的圖形為拋物線

(C)若$k=-1$，則 Γ 的圖形為等軸雙曲線　(D)若$k=\frac{1}{2}$，則 Γ 的圖形為橢圓

(E)若$k=2$，則 Γ 的圖形為橢圓。

(解) (A)若$k=1$，$x^2+y^2+4x-2y+5=0$，即$(x+2)^2+(y-1)^2=0$，為一點，不合

(B)若$k=0$，$x^2-2y+5=0$，為拋物線，合

(C)若$k=-1$，$x^2-y^2-4x-2y+5=0$，即$(x-2)^2-(y+1)^2=-2$，為等軸雙曲線，合

(D)若$k=\frac{1}{2}$，$x^2+\frac{1}{2}y^2+2x-2y+5=0$，即$(x+1)^2+\frac{1}{2}(y-2)^2=-2$，無圖形，不合

(E)若$k=2$，$x^2+2y^2+8x-2y+5=0$，即$(x+4)^2+2\left(y-\frac{1}{2}\right)^2=\frac{23}{2}$，為橢圓，合

$\therefore$選(B)(C)(E)

四、填充題（共 5 格，每格 5 分）

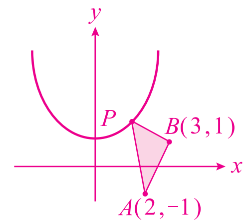
13.坐標平面上$A(2,-1)$、$B(3,1)$，點 P 在拋物線$y=x^2+1$上，則ΔABP面積的最小值為________。

(解) 設$P(t,t^2+1)$，

則ΔPAB面積$=\frac{1}{2}\left|\begin{vmatrix} 2 & 3 & t & 2 \\ -1 & 1 & t^2+1 & -1\end{vmatrix}\right|=\frac{1}{2}(5+3t^2+3-t-t-2t^2-2)$

$=\frac{1}{2}(t^2-2t+6)=\frac{1}{2}[(t^2-2t+1)+5]=\frac{1}{2}[(t-1)^2+5]$

當$t=1$時，有最小面積$\frac{5}{2}$



14.點到圓上的最短距離稱為「點到圓的距離」。有兩圓$C_1:(x-2)^2+(y-1)^2=1$、$C_2:(x+6)^2+(y-1)^2=4$，則到兩圓的距離和為 11 的動點軌跡方程式為________。

(解) 即到兩圓心$O_1(2,1)$，$O_2(-6,1)$的距離和為$11+1+2=14$

$\therefore$為橢圓，$\overline{O_1O_2}$的中點$(-2,1)$即中心，$2a=14$　$\therefore a=7$，$\overline{O_1O_2}=8=2c$　$\therefore c=4$

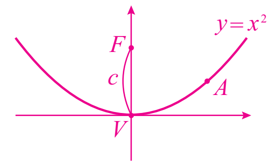
由$7^2=b^2+4^2$得$b^2=33$　　$\therefore$所求為$\frac{(x+2)^2}{49}+\frac{(y-1)^2}{33}=1$

15.拋物線$\Gamma: y=x^2$上有一點 A，若 A 到頂點的距離等於 A 到準線的距離，則 A 點、頂點與焦點連成的三角形面積為________。

(解) $\because A$ 到準線、焦點、頂點等距　$\therefore A$ 在$\overline{FV}$的中垂線上

$\because c=\overline{FV}=\frac{1}{4}$　$\therefore A$ 的 y 坐標為$\frac{1}{8}$，代入Γ得$\frac{1}{8}=x^2$，

$x=\frac{1}{\sqrt{8}}=\frac{\sqrt{2}}{4}$，得 $A(\frac{\sqrt{2}}{4},\frac{1}{8})$，則$\Delta AFV$面積$=\frac{1}{2}\times\frac{1}{4}\times\frac{\sqrt{2}}{4}=\frac{\sqrt{2}}{32}$

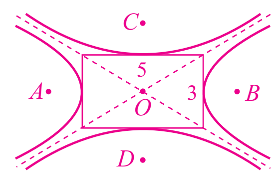


16.平面上兩組雙曲線Γ_1與Γ_2互為共軛，其貫軸與共軛軸的長分別為 3 與 5，若Γ_1的焦點為 A、B，Γ_2的焦點為 C、D，則 A、B、C、D 連成的四邊形面積為________。

(解) 設中心點為 O，則$\overline{OA}=\overline{OB}=\overline{OC}=\overline{OD}=c$

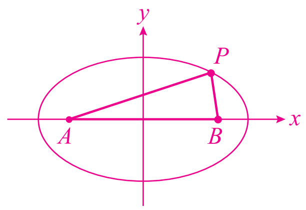
滿足$c^2=\left(\frac{3}{2}\right)^2+\left(\frac{5}{2}\right)^2=\frac{34}{4}=\frac{17}{2}$

$ADBC$ 為正方形，面積為$\Delta AOC\times 4=\left(\frac{1}{2}\times c\times c\right)\times 4=2c^2=2\times\frac{17}{2}=17$



17.設橢圓$\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{9}=1$上有一點 P，P 點與兩焦點 A、B 連成等腰三角形，且$\overline{PA}\neq\overline{PB}$，求 $|\overline{PA}-\overline{PB}|=$________。

解 $a=5$，$b=3$，$5^2=3^2+c^2$　$\therefore c=4$，得$A(-4,0)$與$B(4,0)$



$\because \Delta PAB$為等腰　$\therefore \overline{AB}=\overline{AP}=8$

$\because \overline{PA}+\overline{PB}=2a=10$

$\therefore \overline{PB}=10-\overline{PA}=10-8=2$，則$|\overline{PA}-\overline{PB}|=8-2=6$