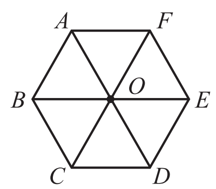
對話式 數學 複習 1~4冊	10回 平面向量	班級：　　座號： 姓名：　　得分：

1.	(C)	2.	$-20\sqrt{3}$	3.	$(\frac{2}{5},\frac{3}{5})$		-11	4.	4
5.	(1)20		(2) $(-4,10)$	6.	(1) -6		(2) -1、-2	7.	± 8
8.	(B)	9.	(C)	10.	(C)(E)	11.	(A)(E)	12.	(A)(B)(D)(E)
13.	$(61,47)$	14.	25		$(\frac{5}{2},\frac{5}{3})$	15.	4	16.	$(6,5)$

一、概念題（共 10 格，每格 5 分）



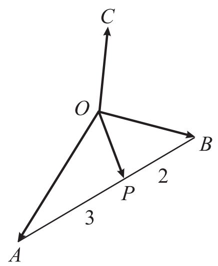
1.正六邊形 $ABCDEF$ 如右圖，下列哪個向量的長度最短？________

(A) $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}$　(B) $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CD}$　(C) $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AF}$
(D) $\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AE}$　(E) $\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{AE}$。

解 (A)為$\overrightarrow{AC}$　(B)為$\overrightarrow{AD}$　(C)為$\overrightarrow{AO}$　(D)為$\overrightarrow{EB}$　(E)為$\overrightarrow{EC}$　∴選(C)

2. $\vec{a}=(3,-4)$，$|\vec{b}|=8$，$\vec{a}$與$\vec{b}$的夾角為$150°$，求$\vec{a}\cdot\vec{b}=$________。

解 $|\vec{a}|=5$，$a\cdot b=|\vec{a}|\cdot|\vec{b}|\cos 150°=5\times 8\times\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)=-20\sqrt{3}$



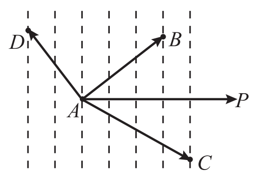
3.四點 O、A、B、C，如右圖，已知 $\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OC}=-20$，$\overrightarrow{OB}\cdot\overrightarrow{OC}=-5$，
$P\in\overline{AB}$ 且 $\overline{AP}:\overline{PB}=3:2$，若$\overrightarrow{OP}=x\overrightarrow{OA}+y\overrightarrow{OB}$，則數對$(x,y)=$
________，又$\overrightarrow{OP}\cdot\overrightarrow{OC}=$________。

解 ①$\overrightarrow{OP}=\frac{2}{5}\overrightarrow{OA}+\frac{3}{5}\overrightarrow{OB}$

②$\overrightarrow{OP}\cdot\overrightarrow{OC}=\frac{2}{5}\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OC}+\frac{3}{5}\overrightarrow{OB}\cdot\overrightarrow{OC}=\frac{2}{5}\times(-20)+\frac{3}{5}\times(-5)=-11$

4. $\begin{cases}a_1x+b_1y=c_1\\a_2x+b_2y=c_2\end{cases}$的唯一解為$x=3$，$y=-2$，若$\begin{vmatrix}c_1&b_1\\c_2&b_2\end{vmatrix}=12$，$\begin{vmatrix}a_1&b_1\\a_2&b_2\end{vmatrix}=$________。

解 $\Delta=\begin{vmatrix}a_1&b_1\\a_2&b_2\end{vmatrix}$，$\Delta_x=\begin{vmatrix}c_1&b_1\\c_2&b_2\end{vmatrix}$，$x=\frac{\Delta_x}{\Delta}=\frac{12}{\Delta}=3$，得$\Delta=4$



5.如右圖，A、B、C、D 在一組等距的平行線上，且$\overrightarrow{AP}$與該組平行線垂直。

(1)若$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AP}=15$，則$\overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{AP}=$________。

(2)若$\overrightarrow{AB}$在$\overrightarrow{AP}$上的正射影為$(6,-15)$，則$\overrightarrow{AD}$在$\overrightarrow{AP}$上的正射影為________。

解 (1) $\overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{AP}=\frac{4}{3}\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AP}=20$　(2)所求$=-\frac{2}{3}(6,-15)=(-4,10)$

6.平面向量$\vec{a}=(k,2)$，$\vec{b}=(-1,k+3)$：

(1)若$\vec{a}\perp\vec{b}$，則$k=$________　(2)若$\vec{a}//\vec{b}$，則$k=$________。

解 (1) $\vec{a}\cdot\vec{b}=-k+2k+6=0\Rightarrow k=-6$

(2) $\frac{k}{-1}=\frac{2}{k+3}\Rightarrow k^2+3k=-2\Rightarrow(k+1)(k+2)=0$，得$k=-1$或$-2$

7.已知$\overline{AB}=2$，$\overline{AC}=5$，ΔABC面積$=3$，則$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}=$________。

解 $\frac{1}{2}\sqrt{\overline{AB}^2\cdot\overline{AC}^2-(\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC})^2}=3\Rightarrow\frac{1}{2}\sqrt{4\times 25-(\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC})^2}=3$

$\Rightarrow 100-(\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC})^2=36\Rightarrow\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}=\pm 8$

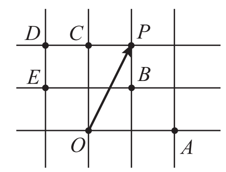
二、單一選擇題（共 2 題，每題 5 分）

________8.直線L：$ax+by=c$，其 a、b 不全為 0，則下列哪一個向量會與 L 平行？

(A) $(-a,b)$　(B) $(-b,a)$　(C) (a,b)　(D) $(-b,-a)$　(E) $(a+b,a-b)$。

解 法向量為$\vec{n}=(a,b)$，僅與(B)的$(-b,a)$內積為 0

∴$(a,b)\perp(-b,a)$，即$L//(-b,a)$，選(B)



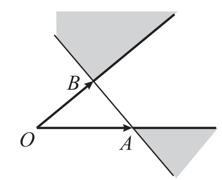
________9.棋盤上有點 O、P、A、B、C、D、E，如右圖，則$\overrightarrow{OA}$、$\overrightarrow{OB}$、$\overrightarrow{OC}$、$\overrightarrow{OD}$、$\overrightarrow{OE}$分別與$\overrightarrow{OP}$作內積，何者的值最大？

(A) $\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OP}$　(B) $\overrightarrow{OB}\cdot\overrightarrow{OP}$　(C) $\overrightarrow{OC}\cdot\overrightarrow{OP}$
(D) $\overrightarrow{OD}\cdot\overrightarrow{OP}$　(E) $\overrightarrow{OE}\cdot\overrightarrow{OP}$。

解 A、B、C、D、E 投影到$\overrightarrow{OP}$後為 A'、B'、C'、D'、E'

其中以$\overline{OC'}$為最長　∴為$\overrightarrow{OC}\cdot\overrightarrow{OP}$最大，選(C)（也可建立坐標逐一求值）

三、多重選擇題（共 3 題，每題 5 分）



________10.如右圖，下列哪些向量的端點 P 會落在陰影區域內？

(A) $\overrightarrow{OP}=2\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}$　(B) $\overrightarrow{OP}=\overrightarrow{OA}-\overrightarrow{OB}$　(C) $\overrightarrow{OP}=3\overrightarrow{OA}-\overrightarrow{OB}$
(D) $\overrightarrow{OP}=\frac{1}{2}\overrightarrow{OA}+\frac{1}{3}\overrightarrow{OB}$　(E) $\overrightarrow{OP}=\frac{-1}{2}\overrightarrow{OA}+101\overrightarrow{OB}$。

103MH408T

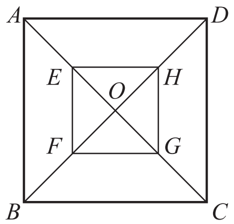
㊣ 設$\overrightarrow{OP}=x\overrightarrow{OA}+y\overrightarrow{OB}$，若$\begin{cases}x+y=1\\x\geq 0\text{ 且 }y\geq 0\end{cases}$，則 P 在$\overline{AB}$上

欲使 P 在陰影內，則$\begin{cases}x+y\geq 1\\x\cdot y<0\end{cases}$

(A) $2\cdot 1>0$，不合　(B) $1+(-1)=0$，不合　(D) $\frac{1}{2}+\frac{1}{3}<1$，不合

$\therefore$選(C)(E)

________ 11.如右圖，O 為正方形 $ABCD$ 對角線的交點，且 E、F、G、H 分別為線段$\overline{OA}$、$\overline{OB}$、$\overline{OC}$、$\overline{OD}$的中點。試問下列哪些為真？



(A) $\overrightarrow{AE}+\overrightarrow{EF}+\overrightarrow{FG}+\overrightarrow{GC}=\overrightarrow{AF}+\overrightarrow{AH}$　(B) $\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{BD}$

(C) $4\overrightarrow{AG}=3\overrightarrow{CA}$　(D) $\overrightarrow{AE}\cdot\overrightarrow{CD}>0$　(E) $\overrightarrow{AE}\cdot\overrightarrow{FD}=0$。

㊣ (A)左式用頭尾相連得$\overrightarrow{AC}$，右式用平行四邊形加法得$\overrightarrow{AC}$　$\therefore$左 = 右，合

(B)應為$\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{DC}-\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{DC}+\overrightarrow{CB}=\overrightarrow{DB}=-\overrightarrow{BD}$，不合

(C)$\because\overline{AG}:\overline{AC}=3:4$且$\overrightarrow{AG}$與$\overrightarrow{CA}$反向　$\therefore$應為$\overrightarrow{AG}=\frac{-3}{4}\overrightarrow{CA}$，不合

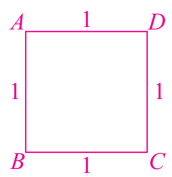
(D) $\overrightarrow{AE}$、$\overrightarrow{CD}$夾角為135°，應為$\overrightarrow{AE}\cdot\overrightarrow{CD}<0$，不合

(E)$\because\overrightarrow{AE}\perp\overrightarrow{DF}$　$\therefore\overrightarrow{AE}\cdot\overrightarrow{DF}=0$，合　$\therefore$選(A)(E)

________ 12.正方形 $ABCD$ 的邊長為 1，任取兩頂點共可連成 8 個不同的非零向量，則任取這 8 個不同向量的其中兩個來內積，其值可為下列哪些情形？

(A)1　(B)-1　(C)2　(D)-2　(E)0。

㊣ 由$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AD}=0$，$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}=1\times\sqrt{2}\times\cos 45^\circ=1$



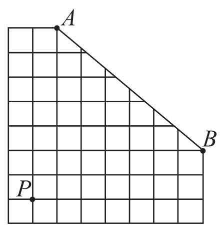
$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{CD}=1\times 1\times\cos 180^\circ=-1$

$\overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{CA}=\sqrt{2}\times\sqrt{2}\times\cos 180^\circ=-2$

$\therefore$選(A)(B)(D)(E)

四、填充題（共 5 格，每格 5 分）

13.有一張方格紙被切去一角，如右圖，若每格的邊長為 1 公分，則 P 點到截痕 $\overline{AB}$ 的距離為 $\frac{y}{\sqrt{x}}$公分，其中 x、y 均為質數，求數對 $(x,y)=$________。

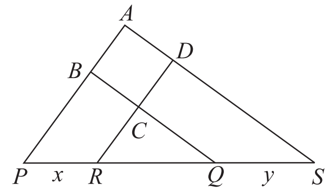


㊣ 貼坐標使$A(0,5)$，$B(6,0)$，$P(-1,-2)$

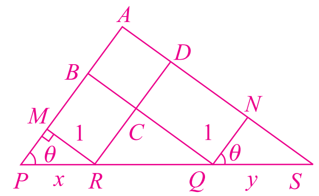
則$\overleftrightarrow{AB}$為$\frac{x}{6}+\frac{y}{5}=1$，即$5x+6y=30$

P 到$5x+6y=30$距離為$\frac{|-5-12-30|}{\sqrt{25+36}}=\frac{47}{\sqrt{61}}$　$\therefore(x,y)=(61,47)$

14.邊長 1 的正方形 $ABCD$，$\overleftrightarrow{AB}$、$\overleftrightarrow{BC}$、$\overleftrightarrow{CD}$、$\overleftrightarrow{DA}$ 分別交直線 L 於 P、Q、R、S，如右圖，若$\overline{PR}=x$，$\overline{QS}=y$，而 L 可以隨意變動，則$4x^2+9y^2$的最小值為________，此時數對 $(x^2,y^2)=$________。



㊣ ①R 投影到$\overleftrightarrow{AB}$為 M，Q 投影到$\overleftrightarrow{DA}$為 N，則$\Delta PRM\sim\Delta QSN$



令$\angle MPR=\angle NQS=\theta$，則$\sin\theta=\frac{1}{x}$，$\cos\theta=\frac{1}{y}$

$\therefore\sin^2\theta+\cos^2\theta=\frac{1}{x^2}+\frac{1}{y^2}=1\cdots$①

利用柯西不等式，$\left(2x\cdot\frac{1}{x}+3y\cdot\frac{1}{y}\right)^2\leq(4x^2+9y^2)(\frac{1}{x^2}+\frac{1}{y^2})$

$\therefore 25\leq(4x^2+9y^2)\times 1$，得最小值為 25

②此時$\frac{2x}{\frac{1}{x}}=\frac{3y}{\frac{1}{y}}$，即$2x^2=3y^2$，將$\frac{1}{x^2}=\frac{2}{3y^2}$代入①得$\frac{2}{3y^2}+\frac{1}{y^2}=\frac{5}{3y^2}=1$，$\frac{1}{y^2}=\frac{3}{5}$

代回①得$\frac{1}{x^2}=\frac{2}{5}$　$\therefore(x^2,y^2)=(\frac{5}{2},\frac{5}{3})$

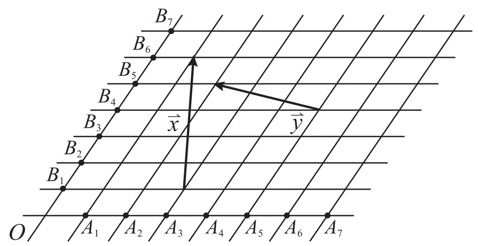
15.三點 A、B、C，若$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}=10$，$\overrightarrow{BA}\cdot\overrightarrow{BC}=6$，試求$|\overrightarrow{AB}|=$________。

㊣ $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}=10\cdots$①；$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{CB}=6\cdots$②

①＋②得$\overrightarrow{AB}\cdot(\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{CB})=10+6$，即$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AB}=16$

$\therefore|\overrightarrow{AB}|^2=16$，得$|\overrightarrow{AB}|=4$

16.一組等距的水平線和另一組等距的斜線，其交點連成$\vec{x}$與$\vec{y}$，如右圖，可找到向量$\overrightarrow{B_mA_n}$使$\vec{x}+\vec{y}+\overrightarrow{B_mA_n}$為零向量，則數對$(m,n)=$________。



㊣ $\vec{x}=(-2,5)$，$\vec{y}=(-3,1)$

$\therefore\vec{x}+\vec{y}=(-5,6)$，則$\overrightarrow{B_mA_n}=(5,-6)=\overrightarrow{B_6A_5}\therefore(m,n)=(6,5)$