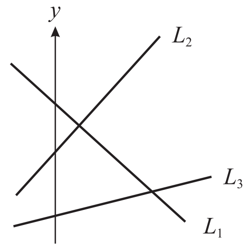
對話式 數學 複習 1~4冊 | 9 回 | 直線與圓 | 班級：＿＿＿ 座號：＿＿＿ 姓名：＿＿＿ 得分：＿＿＿

1.	$a<c<b$		$r<q<p$	2.	$2x+3y=1$		$3x-2y=21$
3.	$(x-3)^2+(y-5)^2=9$	4.	$(0,2)$		$k<10$	5.	$-2<a<3$
6.	±3	7.	$k>-6$或$k<-8$	8.	(C)	9.	(C)
10.	(C)	11.	(A)(B)(E)	12.	(A)(C)(E)	13.	$13+2\sqrt{13}$
14.	$\frac{625}{24}$	15.	$(1,2)$	16.	$\frac{10}{3}$	17.	21

一、概念題（共 10 格，每格 5 分）

1.三直線$L_1：y=ax+p$、$L_2：y=bx+q$、$L_3：y=cx+r$，如右圖，則 a、b、c 由小而大為＿＿＿＿，p、q、r 由小而大為＿＿＿＿。



(解) a、b、c 為斜率，得$a<c<b$；p、q、r 為 y 截距，得$r<q<p$

2.坐標平面上，點$A(2,-1)$向右移 6 再向下移 4 到達 B 點，求$\overleftrightarrow{AB}$方程式為＿＿＿＿，$\overline{AB}$的中垂線方程式為＿＿＿＿。

(解) $B=(8,-5)$，$\overline{AB}$中點為$(5,-3)$，$\overleftrightarrow{AB}$斜率為$\frac{-5-(-1)}{8-2}=-\frac{2}{3}$，$\overline{AB}$中垂線斜率為$\frac{3}{2}$

故$\overleftrightarrow{AB}$：$2x+3y=1$，$\overline{AB}$中垂線：$3x-2y=21$

3.圓心為 $(3,5)$且與 y 軸相切的圓方程式為＿＿＿＿。

(解) 即半徑為 3，則方程式為$(x-3)^2+(y-5)^2=3^2=9$

4.若$2x^2+axy+by^2+4x-8y+k=0$為平面上的圓，則數對$(a,b)=$＿＿＿＿，實數 k 的範圍為＿＿＿＿。

(解) 是圓，必定$a=0$，$b=2$，為$2x^2+2y^2+4x-8y+k=0$

配方得$2(x+1)^2+2(y-2)^2=-k+2+8>0 \Rightarrow k<10$

5.若點 $(a,2)$在圓$x^2+y^2-x-10=0$的內部，則 a 的範圍為＿＿＿＿。

(解) 代入，$a^2+4-a-10=a^2-a-6=(a-3)(a+2)<0 \Rightarrow -2<a<3$

6.若兩圓$C_1：x^2+y^2=4$與$C_2：(x-a)^2+y^2=25$相內切，則$a=$＿＿＿＿。（兩解）

(解) 圓心距＝半徑差＝$5-2=3$，$|a|=3 \Rightarrow a=\pm3$

7.設$A(4,-2)$、$B(2,0)$在$3x+2y+k=0$的同側，則 k 的範圍為＿＿＿＿。

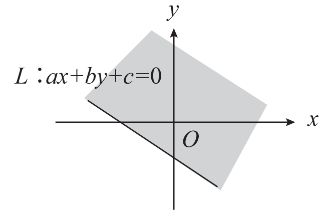
(解) 代入相乘為正，$(12-4+k)(6+0+k)=(k+8)(k+6)>0 \Rightarrow k>-6$或$k<-8$

二、單一選擇題（共 3 題，每題 5 分）

＿＿＿＿8.右圖是不等式$ax+by+c\geq0$的圖解，則下列何者不正確？

(A) $a>0$　(B) $b>0$　(C) $b<0$　(D) $c>0$

(E) $abc>0$。



(解) $ax+by+c\geq0$在圖形的右半平面　$\therefore a>0$

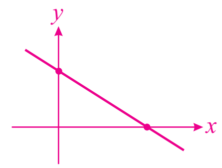
又 L 的斜率$=-\frac{a}{b}<0 \Rightarrow b>0$，$L$ 的 y 截距$-\frac{c}{b}<0 \Rightarrow c>0$，故選(C)

＿＿＿＿9.實數 a、b、c，若$ab>0$且$bc<0$，則坐標平面上$ax+by+c=0$不經過：

(A)第一象限　(B)第二象限　(C)第三象限　(D)第四象限　(E)x 軸。

(解) 令$x=0$，則$y=\frac{-c}{b}>0$

令$y=0$，則$x=\frac{-c}{a}>0$（$\because \frac{bc}{ab}<0$　$\therefore -\frac{c}{a}>0$），略圖如右



$\therefore$直線不通過第三象限，故選(C)

＿＿＿＿10.等腰直角ΔABC，$\angle A=90°$，A 在正 x 軸上且 B 在正 y 軸上，若 C 坐標為 $(11,2)$，求$\overleftrightarrow{BC}$的斜率為何？

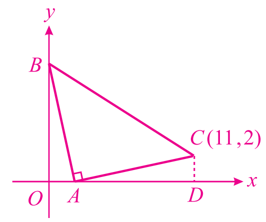
(A) $-\frac{11}{7}$　(B) -1　(C) $-\frac{7}{11}$　(D) $-\frac{11}{2}$　(E) $\frac{7}{11}$。

(解) O 為原點，C 投影到 x 軸為 D，則$\Delta OAB\cong\Delta DCA(ASA)$

設$\overline{OB}=\overline{AD}=x$，$\overline{OA}=\overline{CD}=y$

則 C 坐標為$(y+x,y)=(11,2)$

$\therefore y=2$且$x=9$，得$B(0,9)$，則$m_{\overline{BC}}=\frac{9-2}{0-11}=-\frac{7}{11}$　$\therefore$選(C)



三、多重選擇題（共 2 題，每題 5 分）

＿＿＿＿11.平面上兩點 A、B 相距 2 單位，則下列哪些選項內的點集合的形狀為圓形？

(A) $\{P|\overrightarrow{PA}\cdot\overrightarrow{PB}=10\}$　(B) $\{P|\overrightarrow{PA}\cdot\overrightarrow{PB}=0\}$　(C) $\{P|\overrightarrow{PA}\cdot\overrightarrow{PB}=-1\}$

103MH408T

(D) $\{P|\overline{PA}=\overline{PB}\}$　　　　　(E) $\{P|3\overline{PA}=2\overline{PB}\}$。

解 設$A(-1,0)$，$B(1,0)$，$P(x,y)$

(A) $\overrightarrow{PA}\cdot\overrightarrow{PB}=(-1-x,-y)\cdot(1-x,-y)=x^2+y^2-1=10$，為圓

(B)為以$\overline{AB}$為直徑的圓

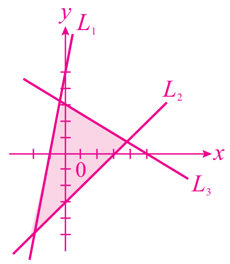
(C) $\overrightarrow{PA}\cdot\overrightarrow{PB}=(-1-x,-y)\cdot(1-x,-y)=x^2+y^2-1=-1$，得$x=y=0$，為一點

(D)為$\overline{AB}$的中垂線，不合

(E)為「阿波羅尼斯圓」，合　∴選(A)(B)(E)

________12.三直線L_1：$5x-y+5=0$，L_2：$x-y=3$，L_3：$3x+5y=15$圍成一個三角形，下列哪些點在三角形的內部？

(A) $(0,0)$　(B) $(1,-3)$　(C) $(2,1)$　(D) $(-2,0)$　(E) $(0,1)$。



解 如右圖，L_1、L_2、L_3所圍成的ΔABC的內部滿足聯立不等式

$$\begin{cases}5x-y+5>0\\ x-y-3<0\\ 3x+5y-15<0\end{cases}$$

以 $(0,0)$、$(2,1)$、$(0,1)$代入，滿足不等式解，故選(A)(C)(E)

四、填充題（共 5 格，每格 5 分）

13.設 (a,b)為圓$x^2+y^2-6x-2y+9=0$上的點，求a^2+b^2+2b的最大值為________。

解 (a,b)滿足$a^2+b^2-6a-2b+9=0\cdots①$

$\therefore a^2+b^2+2b=(6a+2b-9)+2b=6a+4b-9$即求$6a+4b-9$的最大值

①配方為$(a-3)^2+(b-1)^2=1$，用 $(a-3,b-1)$與 $(6,4)$代柯西

$[(a-3)\cdot6+(b-1)\cdot4]^2\le[(a-3)^2+(b-1)^2]\cdot(6^2+4^2)$　$\therefore(6a+4b-22)^2\le1\times52$

開根號為 $-2\sqrt{13}\le6a+4b-22\le2\sqrt{13}$

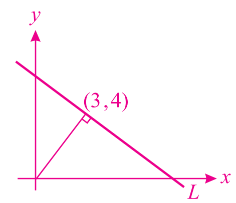
同加 13 得$13-2\sqrt{13}\le6a+4b-9\le13+2\sqrt{13}$

∴最大值為$13+2\sqrt{13}$

14.若坐標平面上原點投影到直線 L，其投影點坐標為$(3,4)$，則該直線與兩坐標軸圍成的三角形面積為________。

解 $(0,0)$到 $(3,4)$連成斜率為$\frac{4-0}{3-0}=\frac{4}{3}$，倒數變號得 L 的斜率為$\frac{-3}{4}$

$\therefore L: y-4=-\frac{3}{4}(x-3)$，即 $3x+4y=25$



則

x	0	$\frac{25}{3}$
y	$\frac{25}{4}$	0

，Δ 面積$=\frac{1}{2}\cdot\frac{25}{4}\cdot\frac{25}{3}=\frac{625}{24}$

15.平面上有一圓，$(4,6)$與 $(5,-1)$在圓上，圓與兩坐標軸交於 $(p,0)$、$(q,0)$、$(0,r)$、$(0,s)$，若$p+q+r+s=6$，則此圓的圓心坐標為________。

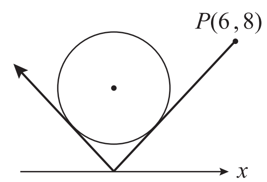
解 圓心為$(\frac{p+q}{2},\frac{r+s}{2})$，則$\frac{p+q}{2}+\frac{r+s}{2}=\frac{6}{2}=3$

設圓心為$(k,3-k)$，到$(4,6)$與$(5,-1)$等距

$\therefore\sqrt{(k-4)^2+(-3-k)^2}=\sqrt{(k-5)^2+(4-k)^2}$

平方得 $2k^2-2k+25=2k^2-18k+41$　$\Rightarrow$　得$k=1$　　∴圓心為$(1,2)$

16.坐標平面上，圓 C：$x^2+(y-k)^2=4$在 x 軸的上方，自點 $P(6,8)$射出一動點，與 C 相切後遇 x 軸反射，再與 C 相切，如右圖。



試求 $k=$________。

解 反射點即原點 O，$m_{\overline{OP}}=\frac{8-0}{6-0}=\frac{4}{3}$　$\therefore\overleftrightarrow{OP}$為$y=\frac{4}{3}x$，即$4x-3y=0$

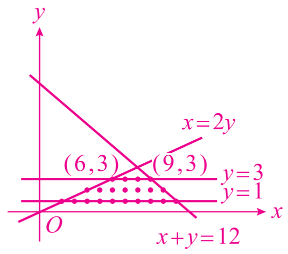
圓心 $(0,k)$到$4x-3y=0$的距離為$\frac{|0-3k|}{\sqrt{16+9}}=2$

$\therefore 3k=\pm10$（取正）　$\therefore k=\frac{10}{3}$

17.假設安安規劃每天最多 12 小時在讀書與上網，而上網的時間至少 1 小時，至多不超過 3 小時，且讀書的時間至少為上網時間的 2 倍，若安安以每小時為單位來支配時間，問有________種分配的方式。

(解) 設安安每天花 x 小時讀書，y 小時上網

$\Rightarrow \begin{cases} x+y \le 12 \\ 1 \le y \le 3 \\ x \ge 2y \end{cases}$，$x$、$y \in N$



如右圖所示，(x,y)之格子點個數如下：

$y=1 \quad \Rightarrow \quad x=2\sim 11$，有 10 個

$y=2 \quad \Rightarrow \quad x=4\sim 10$，有 7 個

$y=3 \quad \Rightarrow \quad x=6\sim 9$，有 4 個

共$10+7+4=21$種