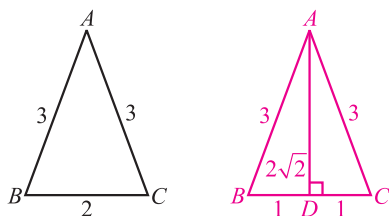


對話式 數學		8 三角		班級：_____ 座號：_____
複習 1~4 冊				姓名：_____ 得分：_____
1. $2\sqrt{2}$	2. 2	3. (B)(C)	4. $-\frac{1}{\sqrt{10}}$	5. $\frac{8}{9}$
$-\frac{47}{81}$	6. $\frac{5}{18}$	9	7. 7	$\frac{13}{14}$
8. (D)	9. (C)	10. (D)	11. (A)(E)	12. (A)(B)(E)
13. $\frac{56}{65}$	14. $\frac{45}{53}$	15. $\frac{9}{2}$	16. 3	17. 13

一、概念題 (共 10 格, 每格 5 分)

1. 等腰 $\triangle ABC$ , 如右圖, 求  $\tan B =$  \_\_\_\_\_。

解  $\tan B = \frac{AD}{BD} = 2\sqrt{2}$



2.  $\sin 150^\circ + \cos 300^\circ + \tan 225^\circ =$  \_\_\_\_\_。

解 原式 =  $\frac{1}{2} + \frac{1}{2} + 1 = 2$

3. 下列何者等於  $\sin 70^\circ$ ? \_\_\_\_\_

- (A)  $\cos 70^\circ$  (B)  $\cos 20^\circ$  (C)  $\sin 110^\circ$  (D)  $\sin 250^\circ$  (E)  $\sin(-70^\circ)$ 。

解 (A)  $\cos 70^\circ = \sin 20^\circ$  (B)  $\cos 20^\circ = \sin 70^\circ$  (C)  $\sin 110^\circ = \sin 70^\circ$

(D)  $\sin 250^\circ = -\sin 70^\circ$  (E)  $\sin(-70^\circ) = -\sin 70^\circ$

4.  $\theta$  為廣義角, 終邊通過點  $(k, -1)$  且  $\cos \theta = -\frac{3}{\sqrt{10}}$ , 求  $\sin \theta =$  \_\_\_\_\_。

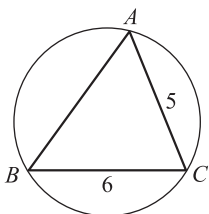
解  $\theta$  在第三象限, 故  $\sin \theta = -\sqrt{1 - \cos^2 \theta} = -\sqrt{1 - \frac{9}{10}} = -\frac{1}{\sqrt{10}}$

5. 若  $\sin \theta - \cos \theta = \frac{1}{3}$ , 求  $\sin 2\theta =$  \_\_\_\_\_,  $\cos 4\theta =$  \_\_\_\_\_。

解  $\sin^2 \theta - 2\sin \theta \cos \theta + \cos^2 \theta = 1 - \sin 2\theta = \frac{1}{9} \Rightarrow \sin 2\theta = \frac{8}{9}, \cos 4\theta = 1 - 2\sin^2 2\theta = 1 - \frac{128}{81} = -\frac{47}{81}$

6. 圓內接 $\triangle ABC$ 如右圖,  $\sin A = \frac{1}{3}$ ,  $\overline{BC} = 6$ ,  $\overline{CA} = 5$ , 求  $\sin B =$  \_\_\_\_\_, 圓半徑為 \_\_\_\_\_。

解  $\frac{\overline{BC}}{\sin A} = \frac{\overline{AC}}{\sin B} = 2R \Rightarrow \sin B = \frac{\overline{AC} \sin A}{\overline{BC}} = \frac{5}{18}, R = \frac{\overline{BC}}{2 \sin A} = 9$



7.  $\triangle ABC$ ,  $\overline{AB} = 5$ ,  $\overline{AC} = 3$ ,  $\angle A = 120^\circ$ , 求  $\overline{BC} =$  \_\_\_\_\_,  $\cos B =$  \_\_\_\_\_。

解  $\overline{BC}^2 = \overline{AB}^2 + \overline{AC}^2 - 2\overline{AB} \times \overline{AC} \cos 120^\circ = 25 + 9 - 2 \times 5 \times 3 \times (-\frac{1}{2}) = 49 \therefore \overline{BC} = 7$

$\overline{AC}^2 = \overline{BA}^2 + \overline{BC}^2 - 2\overline{BA} \times \overline{BC} \cos B \Rightarrow 9 = 25 + 49 - 2 \times 5 \times 7 \cos B \Rightarrow \cos B = \frac{13}{14}$

二、單一選擇題 (共 3 題, 每題 5 分)

8.  $a = \sin 346^\circ$ ,  $b = \cos 288^\circ$ ,  $c = \tan 1000^\circ$ , 則其大小次序為何?

- (A)  $a > b > c$  (B)  $c > b > a$  (C)  $a > c > b$  (D)  $b > a > c$ 。

解  $a = \sin(270^\circ + 76^\circ) = -\cos 76^\circ$ , 在  $-1 \sim 0$  之間,  $b = \cos(270^\circ + 18^\circ) = \sin 18^\circ > 0$

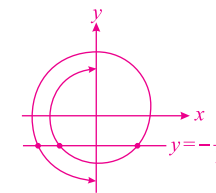
$c = \tan(1000^\circ - 1080^\circ) = \tan(-80^\circ) = -\tan 80^\circ < -1$

$\therefore b > a > c$ , 選(D)

9. 設  $-270^\circ < \theta < 270^\circ$ , 滿足  $\sin \theta = -\frac{1}{3}$  的  $\theta$  值有幾個?

- (A) 1 個 (B) 2 個 (C) 3 個 (D) 4 個 (E) 5 個。

解 從  $-270^\circ$  到  $270^\circ$ , 共有三個角使  $\sin$  值為  $-\frac{1}{3}$ , 選(C)



10. 平面上點  $A, B, C, D, E$ , 已知  $\angle ACB = 140^\circ$ ,  $\angle ADB = 20^\circ$ ,  $\angle AEB = 50^\circ$ , 設 $\triangle ABC$ 的外接圓半徑為 $R_C$ ,  $\triangle ABD$ 的外接圓半徑為 $R_D$ ,  $\triangle ABE$ 的外接圓半徑為 $R_E$ , 則 $R_C, R_D, R_E$ 的大小關係為何?

- (A)  $R_C < R_D < R_E$  (B)  $R_C > R_D > R_E$  (C)  $R_C > R_E > R_D$

- (D)  $R_D > R_C > R_E$  (E)  $R_D > R_E > R_C$ 。

解  $\because \frac{\overline{AB}}{\sin 140^\circ} = \frac{\overline{AB}}{\sin 40^\circ} = 2R_C, \frac{\overline{AB}}{\sin 20^\circ} = 2R_D, \frac{\overline{AB}}{\sin 50^\circ} = 2R_E$ , 而  $\sin 20^\circ < \sin 40^\circ < \sin 50^\circ$

$\therefore R_D > R_C > R_E$ , 選(D)

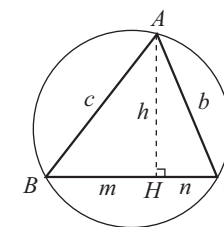
三、多重選擇題 (共 2 題, 每題 5 分)

11.  $\triangle ABC$ ,  $\overline{AB} = c$ ,  $\overline{BC} = a$ ,  $\overline{CA} = b$ , 過  $A$  的高為  $\overline{AH} = h$ ,  $\overline{HB} = m$ ,  $\overline{HC} = n$ ,  $\triangle ABC$  的外接圓半徑為  $R$ ,  $\triangle ABC$  的面積為  $k$ , 如右圖, 請問下列哪些正確?

- (A)  $\sin A = \sin(B + C)$  (B)  $\sin A = \frac{a}{R}$  (C)  $\sin A = \frac{k}{bc}$

- (D)  $\sin A = \frac{mh}{c^2} + \frac{nh}{b^2}$  (E)  $\sin A = \frac{mh + nh}{bc}$ 。

解 (A) 因  $A$  與  $(B + C)$  互補, 合 (B) 由  $\frac{a}{\sin A} = 2R$ , 應為  $\sin A = \frac{a}{2R}$ , 不合



(C)由 $\Delta$ 面積 $=\frac{1}{2}bc \sin A = k$ ，應為 $\sin A = \frac{2R}{bc}$ ，不合

(D)(E) $\sin A = \sin(B+C) = \sin B \cos C + \cos B \sin C = \frac{h}{c} \cdot \frac{n}{b} + \frac{m}{c} \cdot \frac{h}{b} = \frac{mh+nh}{bc}$ ，(D)不合，(E)合

$\therefore$ 選(A)(E)

12.  $\Delta ABC$ 如右圖， $\overline{AH}$ 為高， $P \in \overline{AH}$ ，若

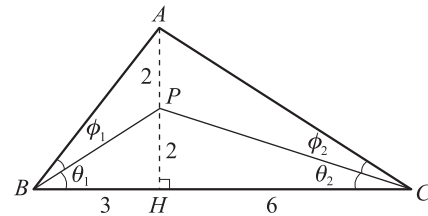
$\overline{AP} = \overline{PH} = 2$ ， $\overline{BH} = 3$ ， $\overline{CH} = 6$ ，令

$\angle PBH = \theta_1$ ， $\angle PCH = \theta_2$ ， $\angle ABP = \phi_1$ ，

$\angle ACP = \phi_2$ ，試問下列哪些正確？

(A)  $\theta_1 > \phi_1$  (B)  $\theta_1 = \theta_2 + \phi_2$

(C)  $\theta_1 > 2\theta_2$  (D)  $\theta_1 + \phi_1 > 60^\circ$  (E)  $\theta_2 + \phi_2 > 30^\circ$ 。



**解** (A)由內分比知 $\overline{AP}$ 需加長才能使 $\theta_1$ 與 $\phi_1$ 相等  $\therefore \theta_1 > \phi_1$ ，合

(B)  $\tan \theta_1 = \frac{2}{3}$ ， $\tan(\theta_2 + \phi_2) = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$   $\therefore \theta_1 = \theta_2 + \phi_2$ ，合

(C)  $\therefore \theta_2 > \phi_2$   $\therefore \theta_1 = \theta_2 + \phi_2 < \theta_2 + \theta_2$ ，應為 $\theta_1 < 2\theta_2$ ，不合

(D)  $\tan(\theta_1 + \phi_1) = \frac{4}{3} < \sqrt{3} = \tan 60^\circ$   $\therefore \theta_1 + \phi_1 < 60^\circ$ ，不合

(E)  $\tan(\theta_2 + \phi_2) = \frac{2}{3} > \frac{1}{\sqrt{3}} = \tan 30^\circ$   $\therefore \theta_2 + \phi_2 > 30^\circ$ ，合

$\therefore$ 選(A)(B)(E)

#### 四、填充題 (共 5 格，每格 5 分)

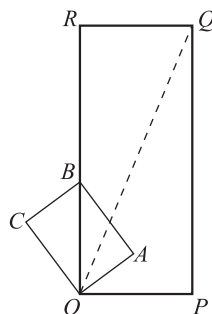
13. 長方形  $OABC$  與  $OPQR$  有共同的頂點  $O$ ，且  $B$  在  $\overline{OR}$  上，如右圖。

若  $\overline{OA} = 3$ ， $\overline{OC} = 4$ ， $\overline{OP} = 5$ ， $\overline{OR} = 12$ ，求  $\sin \angle COQ =$  \_\_\_\_\_。

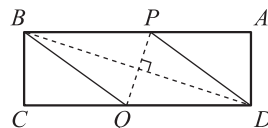
**解** 令  $\angle COB = \theta_1$ ，則  $\sin \theta_1 = \frac{BC}{OB} = \frac{3}{5}$ ， $\cos \theta_1 = \frac{OC}{OB} = \frac{4}{5}$

令  $\angle ROQ = \theta_2$ ，則  $\sin \theta_2 = \frac{RQ}{OQ} = \frac{5}{13}$ ， $\cos \theta_2 = \frac{OR}{OQ} = \frac{12}{13}$

$\therefore \sin \angle COQ = \sin(\theta_1 + \theta_2) = \sin \theta_1 \cos \theta_2 + \cos \theta_1 \sin \theta_2 = \frac{3}{5} \times \frac{12}{13} + \frac{4}{5} \times \frac{5}{13} = \frac{56}{65}$



14. 矩形的長為 14，寬為 4，截去兩個直角三角形後成為菱形，如



右圖，試求  $\cos \angle APD =$  \_\_\_\_\_。

**解** 設  $\overline{BP} = \overline{PD} = x$ ，則  $\overline{AP} = \sqrt{x^2 - 16}$

$\therefore \overline{AB} = x + \sqrt{x^2 - 16} = 14$ ，即  $\sqrt{x^2 - 16} = 14 - x$ ，平方得  $x^2 - 16 = x^2 - 28x + 196$ ，得  $x = \frac{212}{28} = \frac{53}{7}$

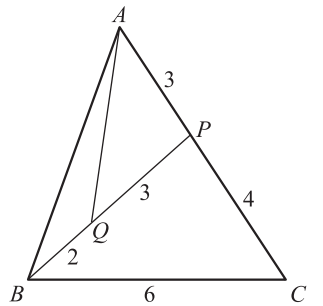
則  $\overline{PA} = \overline{AB} - \overline{BP} = 14 - \frac{53}{7} = \frac{45}{7}$ ，則  $\cos \angle APD = \frac{\overline{PA}}{\overline{PD}} = \frac{\frac{45}{7}}{\frac{53}{7}} = \frac{45}{53}$

15.  $\Delta ABC$ ，已知  $\overline{BC} = 6$ ， $\overline{CA} = 7$ ，若  $P \in \overline{AC}$  且  $Q \in \overline{BP}$ ， $\overline{AP} = 3$ ，

$\overline{PQ} = 3$ ， $\overline{BQ} = 2$ ，如右圖，請求出  $\overline{AQ} =$  \_\_\_\_\_。

**解**  $\cos \angle BPC = \frac{5^2 + 4^2 - 6^2}{2 \times 5 \times 4} = \frac{5}{40} = \frac{1}{8}$

$\therefore \cos \angle APQ = -\frac{1}{8} = \frac{3^2 + 3^2 - \overline{AQ}^2}{2 \times 3 \times 3}$   $\therefore \overline{AQ}^2 = \frac{81}{4}$ ，得  $\overline{AQ} = \frac{9}{2}$



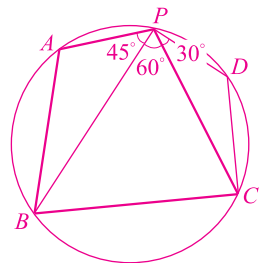
16. 圓周上有五個點  $P, A, B, C, D$ ， $\angle APB = 45^\circ$ ， $\angle BPC = 60^\circ$ ，

$\angle CPD = 30^\circ$ ，試求出  $\frac{\sqrt{2} \times \overline{AB} + \overline{CD}}{\sqrt{3} \times \overline{BC} - 2\overline{CD}} =$  \_\_\_\_\_。

**解** 如右圖，由正弦定理  $\frac{\overline{AB}}{\sin 45^\circ} = \frac{\overline{BC}}{\sin 60^\circ} = \frac{\overline{CD}}{\sin 30^\circ} = 2R$

$\therefore \overline{AB} : \overline{BC} : \overline{CD} = \sin 45^\circ : \sin 60^\circ : \sin 30^\circ = \sqrt{2} : \sqrt{3} : 1$

所求  $= \frac{\sqrt{2} \times \sqrt{2} + 1}{\sqrt{3} \times \sqrt{3} - 2 \times 1} = \frac{3}{1} = 3$



17. 在一個無風的夜晚，一盞祈福天燈從地面的  $A$  點冉冉升起，1 秒鐘後

昇至  $B$  點，再花 1 秒鐘昇至  $C$  點，再花一秒鐘昇至  $D$  點，小好在離  $A$

點 9 公尺遠的  $P$  點處觀察，發現  $\angle APB = \angle BPC = \angle CPD$  且  $\overline{AB} = 3$  公尺，

求升起 3 秒後的高度  $\overline{AD} =$  \_\_\_\_\_ 公尺。

**解** 令  $\angle APB = \theta$ ，則  $\angle BPC = 2\theta$ ， $\angle CPD = 3\theta$

則  $\tan \theta = \frac{1}{3}$ ， $\tan 2\theta = \frac{2 \tan \theta}{1 - \tan^2 \theta} = \frac{2 \times \frac{1}{3}}{1 - \frac{1}{9}} = \frac{3}{4}$ ， $\tan 3\theta = \tan(\theta + 2\theta) = \frac{\tan \theta + \tan 2\theta}{1 - \tan \theta \tan 2\theta} = \frac{\frac{1}{3} + \frac{3}{4}}{1 - \frac{1}{3} \times \frac{3}{4}} = \frac{13}{9}$

$\therefore \overline{AD} = \overline{PA} \cdot \tan 3\theta = 9 \times \frac{13}{9} = 13$  (公尺)

