

對話式 數學		7 數據分析		班級：_____ 座號：_____
複習 1~4 冊				姓名：_____ 得分：_____
1. (13, 32)	2. (1) (C)	(2) (E)	3. 1	45
4. -0.6	5. $-\frac{1}{2}$	(-1, 8)	6. (1) $y = x + 10$	(2) 80
7. (A)	8. (B)	9. (C)	10. (A)(C)(D)(E)	11. (B)(C)(D)
12. 13.25	13. (1) -0.25	(2) $y = -\frac{1}{5}x + 9$	14. (1) 0.4	(2) $y = \frac{3}{5}x + 103$

一、概念題 (共 10 格, 每格 5 分)

1. 有十二個數字, 由小而大為 2、4、 x 、7、10、 y 、15、16、16、20、25、 z , 若全距為 30, 中位數為 14, 則數對 $(y, z) =$ _____。

【解】全距 = $z - 2 = 30 \Rightarrow z = 32$; 中位數 = $\frac{y+15}{2} = 14 \Rightarrow y = 13$

2. (A) 1、2、3、4、5、6、7、8、9 (B) 1、1、1、1、1、1、1、1、9
 (C) 1、1、1、1、5、9、9、9、9 (D) 1、1、1、5、5、5、9、9、9
 (E) 1、5、5、5、5、5、5、5、9。

上列五個選項各有 9 個數值, 則:

- (1) 何者的標準差為最大? _____
 (2) 何者的標準差為最小? _____

【解】(A) $\sigma = 2.581$ (B) $\sigma = 2.514$ (C) $\sigma = 3.771$ (D) $\sigma = 3.266$ (E) $\sigma = 1.885$

亦可直接從資料分散程度判斷出

3. 若 a 、 b 、 c 、 d 、 e 的中位數為 2, 全距為 15, 則 $-3a + 7$ 、 $-3b + 7$ 、 $-3c + 7$ 、 $-3d + 7$ 、 $-3e + 7$ 的中位數為 _____, 全距為 _____。

【解】新中位數 = $-3 \times 2 + 7 = 1$, 新全距 = $|-3| \times 15 = 45$

4. 若 $U = 2x + 5$, $V = -3y + 7$, 且 x 與 y 的相關係數為 0.6, 則可推得 U 與 V 的相關係數為 _____。

【解】 $r(U, V) = \frac{2 \times (-3)}{|2| \times |-3|} \times r(x, y) = -0.6$

5. 一組資料 (x_i, y_i) , $\mu_x = 3$, $\mu_y = 5$, $\sigma_x = 2$, $\sigma_y = 4$, 已知 y 對 x 之迴歸直線 $y = ax + b$, 而 x 、

y 相關係數為 r 。若迴歸線過 $(2, 6)$, 則 $r =$ _____, 數對 $(a, b) =$ _____。

【解】直線過 $(3, 5)$ 及 $(2, 6)$, 斜率 $a = \frac{6-5}{2-3} = -1$, 點代入得 $5 = -3 + b \Rightarrow b = 8$

又斜率 $-1 = r \times \frac{\sigma_y}{\sigma_x} = r \times \frac{4}{2} \Rightarrow r = -\frac{1}{2}$

6. 統計某班 30 位學生的數學成績 (x) 與英文成績 (y), 結果得到平均數、標準差與相關係數如下: $\mu_x = 60$, $\mu_y = 70$, $\sigma_x = 8$, $\sigma_y = 10$, $r = 0.8$, 求:

- (1) 英文成績 (y) 對數學成績 (x) 的迴歸直線為 _____。
 (2) 若班上某位同學數學成績為 70 分, 請預測此生的英文成績為 _____ 分。

【解】(1) $y - 70 = 0.8 \times \frac{10}{8}(x - 60) \Rightarrow y = x + 10$

(2) $y = 70 + 10 = 80$

二、單一選擇題 (共 3 題, 每題 5 分)

7. 某公司在開創初期創下不錯的業績, 若下列五個選項內的百分比代表往後每期該公司業績的成長率, 請注意各選項的成長率之和均為 1, 試問哪個選項可使公司在末期的業績為最大值?

- (A) -10%, 10% (B) -10%, -10%, 10%, 10% (C) -10%, -10%, 20%
 (D) -20%, 10%, 10% (E) -20%, 20%。

【解】(A) 末期 = 初期 $\times 0.9 \times 1.1$, 為 0.99 倍

(B) 末期 = 初期 $\times 0.9 \times 0.9 \times 1.1 \times 1.1$, 為 $(0.99)^2 = 0.9801$ 倍

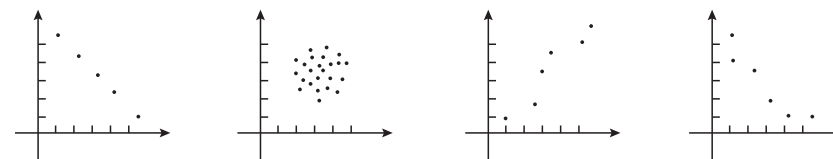
(C) 末期 = 初期 $\times 0.9 \times 0.9 \times 1.2$, 為 0.972 倍

(D) 末期 = 初期 $\times 0.8 \times 1.1 \times 1.1$, 為 0.968 倍

(E) 末期 = 初期 $\times 0.8 \times 1.2$, 為 0.96 倍

\therefore 選(A)

8. _____



上面四個散佈圖中, 相關次序大小順序何者正確?

- (A) $r_a > r_b > r_c > r_d$ (B) $r_c > r_b > r_d > r_a$ (C) $r_c > r_d > r_b > r_a$ (D) $r_b > r_c >$

$$r_d > r_a \quad (E) r_a > r_d > r_c > r_b。$$

解 $\therefore r_a = -1, r_b = 0, 0 < r_c < 1, -1 < r_d < 0 \therefore r_c > r_b > r_d > r_a$, 選(B)

9. 下列各敘述何者錯誤？

- (A) 相關係數 r 必有 $|r| \leq 1$ (B) 相關係數不受單位的影響 (C) 迴歸線必過原點
(D) 迴歸線必過 (μ_x, μ_y) (E) 相關係數與迴歸線之斜率同號。

解 迴歸線必過 (μ_x, μ_y) , 未必通過原點

迴歸線斜率 $= r \cdot \frac{\sigma_y}{\sigma_x}$ $\therefore \sigma_y > 0, \sigma_x > 0 \therefore$ 斜率與 r 同號, 故選(C)

三、多重選擇題 (共 2 題, 每題 5 分)

10. 五個數由小而大為 a_1, a_2, a_3, a_4, a_5 , 計算出全距 D_a 、算術平均數 μ_a 、中位數 M_a ; 另五個數由小而大為 b_1, b_2, b_3, b_4, b_5 , 計算出全距 D_b 、算術平均數 μ_b 、中位數 M_b 。若 $0 < a_n - b_n < 1, n = 1, 2, 3, 4, 5$, 則下列哪些選項為真？

- (A) $0 < M_a - M_b < 1$ (B) $0 < D_a - D_b$ (C) $D_a - D_b < 1$ (D) $0 < \mu_a - \mu_b$
(E) $\mu_a - \mu_b < 1$ 。

解 (A) $M_a = a_3, M_b = b_3 \therefore 0 < a_3 - b_3 < 1 \therefore 0 < M_a - M_b < 1$, 合

(B)(C) $\therefore D_a = a_5 - a_1, D_b = b_5 - b_1 \therefore D_a - D_b = (a_5 - b_5) - (a_1 - b_1)$, 得 $-1 < D_a - D_b < 1$

\therefore (B) 不合, (C) 合

(D)(E) $\mu_a - \mu_b = \frac{a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5}{5} - \frac{b_1 + b_2 + b_3 + b_4 + b_5}{5} = \frac{(a_1 - b_1) + (a_2 - b_2) + \dots + (a_5 - b_5)}{5}$

$\therefore 0 < \mu_a - \mu_b < 1$, (D)(E) 皆合

\therefore 選(A)(C)(D)(E)

11. 有 100 個學生的數學段考成績, 都在 0 分到 100 分的範圍內, 先計算出全距 D_1 、算術平均數 μ_1 、標準差 σ_1 之後, 再以 10 分為組距分成 10 組, 並以分組後的資料計算全距 D_2 、算術平均數 μ_2 、標準差 σ_2 。請問下列哪些選項有可能發生？

- (A) $D_1 > D_2$ (B) $\mu_1 > \mu_2$ (C) $\sigma_1 > \sigma_2$ (D) D_1 與 D_2 相差 15 (E) μ_1 與 μ_2 相差 8。

解 (A) 若最高分為 93, 最低分為 39, 則 $D_1 = 93 - 39 = 54$, 而 $D_2 = 100 - 30 = 70$

\therefore 應為 $D_1 < D_2$

(B) 若每人成績的個位數均在 5~9 之間, 則 $\mu_1 > \mu_2$, 合

(C) 若高分群的成績個位數均為 9, 低分群的成績個位數均為 0, 則原始成績的離差平方和較大, 可使 $\sigma_1 > \sigma_2$ 成立

(D) 若最高分為 94, 最低分為 39, 則 $D_2 - D_1 = (100 - 30) - (94 - 39) = 70 - 55 = 15$, 合

(E) $\therefore \mu_2$ 是以組中點來計算 $\therefore \mu_1$ 與 μ_2 頂多相差 5, 不合

\therefore 選(B)(C)(D)

四、填充題 (共 5 格, 每格 5 分)

12. 二十個正數 a_1, a_2, \dots, a_{20} , 在開根號乘以 10 後 $10\sqrt{a_1}, 10\sqrt{a_2}, \dots, 10\sqrt{a_{20}}$ 的算術平均數為 35, 標準差為 10, 求原來 a_1, a_2, \dots, a_{20} 的算術平均數為_____。

解 已知 $\sqrt{\frac{100a_1 + 100a_2 + \dots + 100a_{20} - 20 \times 35^2}{20}} = 10$, 平方得 $100(a_1 + a_2 + \dots + a_{20}) - 24500 = 2000$

$\therefore a_1 + a_2 + \dots + a_{20} = 265$, 所求 $= \frac{a_1 + a_2 + \dots + a_{20}}{20} = \frac{265}{20} = 13.25$

13. 有 10 筆資料如下表：

x	10	5	1	6	6	3	4	6	5	4
y	5	8	7	8	10	6	10	8	7	11

(1) 求 x 與 y 的相關係數為_____。

(2) 求 y 對 x 的迴歸直線方程式 L 為_____。

解 $\mu_x = \frac{1}{10} \sum_{i=1}^{10} x_i = 5, \mu_y = \frac{1}{10} \sum_{i=1}^{10} y_i = 8$

$x_i - \mu_x$	5	0	-4	1	1	-2	-1	1	0	-1
$y_i - \mu_y$	-3	0	-1	0	2	-2	2	0	-1	3
$(x_i - \mu_x)(y_i - \mu_y)$	-15	0	4	0	2	4	-2	0	0	-3
$(x_i - \mu_x)^2$	25	0	16	1	1	4	1	1	0	1
$(y_i - \mu_y)^2$	9	0	1	0	4	4	4	0	1	9

(1) $r = \frac{\sum_{i=1}^{10} (x_i - \mu_x)(y_i - \mu_y)}{\sqrt{\sum_{i=1}^{10} (x_i - \mu_x)^2} \sqrt{\sum_{i=1}^{10} (y_i - \mu_y)^2}} = \frac{-10}{\sqrt{50 \times 32}} = -\frac{1}{4} = -0.25$

(2) 迴歸直線方程式為 $(y - \mu_y) = b(x - \mu_x)$, 其中 $\mu_x = 5, \mu_y = 8, b = \frac{\sum_{i=1}^{10} (x_i - \mu_x)(y_i - \mu_y)}{\sum_{i=1}^{10} (x_i - \mu_x)^2} = \frac{-10}{50} = -\frac{1}{5}$

故迴歸直線為 $y - 8 = -\frac{1}{5}(x - 5) \Rightarrow L: y = -\frac{1}{5}x + 9$

14.10 筆資料 (x_i, y_i) , $i = 1, 2, \dots, 10$, 其中 $\sum_{i=1}^{10} x_i = 450$, $\sum_{i=1}^{10} y_i = 1300$,

$\sum_{i=1}^{10} x_i^2 = 21250$, $\sum_{i=1}^{10} y_i^2 = 171250$, $\sum_{i=1}^{10} x_i y_i = 59100$, 試求:

(1) x 與 y 的相關係數 $r =$ _____ (2) y 對 x 的迴歸式為 _____。

【詳】 $\mu_x = \frac{1}{10} \sum_{i=1}^{10} x_i = 45$, $\mu_y = \frac{1}{10} \sum_{i=1}^{10} y_i = 130$,

$$\sum_{i=1}^{10} (x_i - \mu_x)^2 = \sum_{i=1}^{10} x_i^2 - 10\mu_x^2 = 21250 - 10 \cdot 45^2 = 1000$$

$$\sum_{i=1}^{10} (y_i - \mu_y)^2 = \sum_{i=1}^{10} y_i^2 - 10\mu_y^2 = 171250 - 10 \cdot 130^2 = 2250$$

$$(1) r = \frac{\sum_{i=1}^{10} (x_i - \mu_x)(y_i - \mu_y)}{\sqrt{\sum_{i=1}^{10} (x_i - \mu_x)^2 \sum_{i=1}^{10} (y_i - \mu_y)^2}} = \frac{\sum_{i=1}^{10} (x_i y_i) - 10\mu_x \mu_y}{\sqrt{1000 \cdot 2250}} = \frac{59100 - 10 \cdot 45 \cdot 130}{1500} = 0.4$$

$$(2) \text{迴歸線斜率} = \frac{\sum_{i=1}^{10} (x_i - \mu_x)(y_i - \mu_y)}{\sum_{i=1}^{10} (x_i - \mu_x)^2} = \frac{600}{1000} = \frac{3}{5}$$

$$\therefore y \text{ 對 } x \text{ 之迴歸式為 } y - 130 = \frac{3}{5}(x - 45) \Rightarrow y = \frac{3}{5}x + 103$$