

高雄市明誠中學 高一數學平時測驗					日期：105.06.13	
範圍	4-1 一維數據分析	班級	一年__班	姓名		
		座號				

一、填充題(每題 10 分)

1. 某次月考全班 50 人數學分數統計如表，則全班成績的中位數為\_\_\_\_\_分。

分數	30	40	50	60	70	80	90	100
人數	2	3	8	12	15	8	1	1

解答 65

解析  $50 \times \frac{1}{2} = 25$ ， $\therefore$  中位數為  $\frac{x_{25} + x_{26}}{2} = \frac{60 + 70}{2} = 65$  (分)。

2. 有一組數據：2、4、9、9、9、12、12、15、15、15、21、21 共 12 個數，從中任取三數中位數為 15 的機率為\_\_\_\_\_。

解答  $\frac{7}{22}$

解析 3 個 15：15, 15, 15  $\Rightarrow C_3^3 = 1$ ，

2 個 15： $\begin{matrix} \times, 15, 15 \\ 15, 15, \times \end{matrix} \Rightarrow C_2^3 \times (C_1^7 + C_1^2) = 27$ ，

1 個 15： $\times, 15, \times \Rightarrow C_1^3 \times C_1^7 \times C_1^2 = 42$ ，

$\therefore$  機率為  $\frac{1+27+42}{C_3^{12}} = \frac{70}{220} = \frac{7}{22}$ 。

3. 周老師有兩班自然組的學生，A 班有 40 人，B 班有 50 人，某次月考後，A 班的算術平均數為 65 分，B 班的算術平均數為 60 分。今有 A 班兩學生因老師改錯而來改分數，一位少給 15 分，另一位則多給了 5 分，試問成績改正後，周老師兩班自然組的學生的算術平均數變化為\_\_\_\_\_分。(請填增加或減少)

解答 增加了  $\frac{1}{9}$

解析 原平均 =  $\frac{40 \times 65 + 50 \times 60}{40 + 50} = \frac{560}{9}$ ，新平均 =  $\frac{40 \times 65 + 50 \times 60 + 15 - 5}{40 + 50} = \frac{5610}{90} = \frac{561}{9}$ ，

$\therefore$  增加了  $\frac{561}{9} - \frac{560}{9} = \frac{1}{9}$  (分)。

4. 將某班 40 名學生成績以 50、80 分為界分成 3 層，已知 50 分以下有 8 人，80 分以上有 10 人，使用分層隨機抽樣抽出 10 名學生的分數為 29, 61, 35, 51, 82, 88, 74, 76, 75, 65，試按比列估算全班的平均分數為\_\_\_\_\_分。

解答 64.5

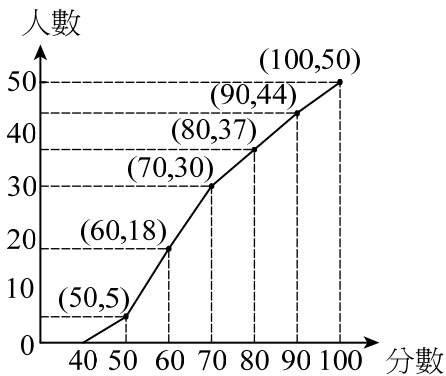
解析 50 分以下平均 =  $\frac{29 + 35}{2} = 32$ ，

50 分~80 分平均 =  $\frac{61 + 51 + 74 + 76 + 75 + 65}{6} = 67$ ，

80 分以上平均 =  $\frac{82 + 88}{2} = 85$ ，

$$\therefore \text{全班平均} = 32 \times \frac{8}{40} + 67 \times \frac{22}{40} + 85 \times \frac{10}{40} = 64.5 \text{ (分)}.$$

5. 師大附中高二某班第一次段考數學成績之以下累積次數分布曲線圖如圖，則至少 80 分者有\_\_\_\_\_人。



**解答** 13

**解析** 80 分以下有 37 人， $\therefore$  80 分以上有  $50 - 37 = 13$  (人)。

6. 有一組數據：10、2、5、2、2、4、 $x$ ，若此組數據的算術平均數、中位數及眾數，依照大小次序排列起來恰好形成一個等差數列，而且公差大於 0，試問滿足上述條件的所有可能的  $x$  值其總和為\_\_\_\_\_。

**解答** 20

**解析**

$$\begin{array}{ccccccc} 2 & 2 & 2 & 4 & 5 & 10 \\ \wedge & & \wedge & \wedge & & \wedge \\ x & & x & x & & x \end{array}$$

$$\mu = \frac{25+x}{7}, Mo = 2,$$

若  $Me = 2 \Rightarrow d = 0$  不合，

$$\text{若 } Me = x \Rightarrow 2, x, \frac{25+x}{7} \text{ 成等差} \Rightarrow 2x = 2 + \frac{25+x}{7} \Rightarrow 14x = 14 + 25 + x \Rightarrow x = \frac{39}{13} = 3,$$

$$\text{若 } Me = 4 \Rightarrow 2, 4, \frac{25+x}{7} \text{ 成等差} \Rightarrow 8 = 2 + \frac{25+x}{7} \Rightarrow x = 17,$$

$\therefore$  所求  $= 3 + 17 = 20$ 。

7. 十位學生的身高依次為 171, 163, 161, 173, 180, 175, 176, 168, 162, 181 (公分)，求

(1) 中位數為\_\_\_\_\_公分。(2) 算術平均數為\_\_\_\_\_公分。

**解答** (1) 172; (2) 171

**解析** 由小到大排列：161, 162, 163, 168, 171, 173, 175, 176, 180, 181,

$$(1) \text{ 中位數為 } \frac{171+173}{2} = 172 \text{ (公分)}.$$

$$(2) \text{ 算術平均數為 } \frac{161+162+163+168+171+173+175+176+180+181}{10} = 171 \text{ (公分)}.$$

8. 某高中高三學生依類組分成三班，各班學生人數分別為 40、25、35 人，第一次段考數學科各班老師算出該班平均成績分別為 69、78、74 分，則這次考試全年級的平均成績是\_\_\_\_\_分。

**解答** 73

**解析**  $\frac{69 \times 40 + 78 \times 25 + 74 \times 35}{40 + 25 + 35} = 73$  (分)。

10. 已知某地人口近四年的成長率分別為 -10%、60%、20%、20%，則此地區人口這四年的平均成長率為\_\_\_\_\_%。

解答 20

解析 設平均成長率為  $x$ ,

$$x = \sqrt[4]{(1-10\%)(1+60\%)(1+20\%)(1+20\%)} - 1 = \sqrt[4]{0.9 \times 1.6 \times 1.2 \times 1.2} - 1 = \sqrt[4]{(1.2)^4} - 1$$

$$= 1.2 - 1 = 0.2 = 20\% .$$

11. 某公司人員的薪水, 去年調高 20%, 今年調高 40%, 則近兩年薪資的年平均成長率為 \_\_\_\_\_ % .  
 (已知  $\log 1.2 = 0.0792$ ,  $\log 1.4 = 0.1461$ ,  $\log 1.297 = 0.1127$ )

解答 29.7

解析 設此兩年年平均成長率為  $x\%$ , 則  $1 + x\% = \sqrt{(1+20\%)(1+40\%)} = \sqrt{1.2 \times 1.4}$

$$\Rightarrow \log(1 + x\%) = \frac{1}{2}(\log 1.2 + \log 1.4) = \frac{1}{2}(0.0792 + 0.1461) = 0.11265$$

$$\Rightarrow \log(1 + x\%) = 0.11265 \doteq \log 1.297 \Rightarrow 1 + x\% \doteq 1.297 \Rightarrow x \doteq 29.7 .$$

12. 在某項才藝競賽中, 為了避免評審個人主觀影響參賽者成績太大, 主辦單位規定: 先將 15 位評審給同一位參賽者的成績求得算術平均數, 再將與平均數相差超過 15 分的評審成績剔除後重新計算平均值做為此參賽者的比賽成績. 現在有一位參賽者所獲 15 位評審的平均成績為 76 分, 其中有三位評審給的成績 92, 45, 55 應剔除, 則這個參賽者的比賽成績為 \_\_\_\_\_ 分 .

解答 79

解析  $\frac{76 \times 15 - 92 - 45 - 55}{12} = 79 .$

13. 設數據  $X: x_1, x_2, \dots, x_n$ , 數據  $Y: y_1, y_2, \dots, y_n$ , 且  $y_i = 100 - 2x_i$ , 已知數據  $X$  的算術平均數為 20, 標準差為 4; 則數據  $Y$  的(1)算術平均數為 \_\_\_\_\_ . (2)標準差為 \_\_\_\_\_ .

解答 (1)60;(2)8

解析 (1) $\mu_y = 100 - 2\mu_x = 100 - 2 \times 20 = 60 .$

(2) $\sigma_y = |-2| \sigma_x = 2 \times 4 = 8 .$

14. 某生第一次月考六科之平均成績 80 分, 已知其中五科成績為 68, 80, 80, 86, 80, 則標準差 \_\_\_\_\_ 分 .

解答 6

解析 第 6 科成績  $= 80 \times 6 - (68 + 80 + 80 + 86 + 80) = 86, \therefore \sigma = \sqrt{\frac{(-12)^2 + 6^2 + 6^2}{6}} = \sqrt{\frac{216}{6}} = 6$  (分) .

15. 敬班 45 位學生數學段考成績不佳, 平均分數 48 分, 標準差 8 分, 老師決定將成績以  $y = ax + b$  的方式加分 (其中  $x$  為原分數,  $y$  為加分後分數, 且  $a > 0$ ), 將成績提高到平均分數 60 分, 標準差 9 分, 按照這個計算方式, 敬班學生志玲加分後分數將超過 100 分, 請問志玲原分數至少 \_\_\_\_\_ 分. (原分數皆為整數)

解答 84

解析 設  $y = ax + b \Rightarrow \begin{cases} \mu_y = a\mu_x + b \\ \sigma_y = |a| \sigma_x \end{cases}$

$$\therefore \sigma_x = 8, \sigma_y = 9, \therefore 9 = |a| \cdot 8 \Rightarrow a = \frac{9}{8} (\because a > 0),$$

$$\text{又 } \mu_x = 48, \mu_y = 60, \therefore 60 = \frac{9}{8} \times 48 + b \Rightarrow b = 6,$$

可得  $y = \frac{9}{8}x + 6$ ,  $\therefore \frac{9}{8}x + 6 > 100 \Rightarrow \frac{9}{8}x > 94 \Rightarrow x > 83.5$ , 取  $x = 84$  (分).

16. 抽 13 個樣本  $X$  為 75, 70, 77, 85, 63, 25, 55, 75, 71, 50, 80, 61, 58, 計算標準差  $S_x = a$ , 若將此樣本資料按  $y_i = \frac{4}{5}x_i - 19$  處理後, 計算標準差  $S_y = b$ , 求數對  $(a, b) =$  \_\_\_\_\_ .

**解答**  $(\frac{12\sqrt{273}}{13}, \frac{48\sqrt{273}}{65})$

**解析**

5	0	7	15	-7	-45	-15	5	1	-20	10	-9	-12
↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑
75,	70,	77,	85,	63,	25,	55,	75,	71,	50,	80,	61,	58

$$\mu_x = \frac{5+7+\dots+(-12)}{13} = -5,$$

$$S_x = \sqrt{\frac{1}{13}(1^2 + 2 \times 5^2 + 2 \times 7^2 + 9^2 + 10^2 + 12^2 + 2 \times 15^2 + 20^2 + 45^2) - 5^2}$$

$$= \sqrt{\frac{1+50+98+81+100+144+450+400+2025-13 \times 5^2}{13}} = \sqrt{\frac{3024}{13}} = \frac{12\sqrt{273}}{13},$$

$$S_y = \frac{4}{5}S_x = \frac{48\sqrt{273}}{65},$$

17. 某次測驗, 第一組學生 30 人, 平均成績 60 分, 標準差  $\sqrt{\frac{397}{15}}$  分; 第二組學生 20 人, 平均成績為 75 分, 標準差 5 分, 則合併兩組學生共 50 人的(1)平均分數為\_\_\_\_\_分. (2)樣本標準差為\_\_\_\_\_分.

**解答** (1)66;(2) $\sqrt{78}$

**解析** (1)  $\mu_x = \frac{30 \times 60 + 20 \times 75}{30 + 20} = 66$  (分).

$$(2) S_1 = \sqrt{\frac{1}{30} \sum x_i^2 - \mu_x^2} = \sqrt{\frac{397}{15}} \Rightarrow \frac{794}{30} = \frac{1}{30} \sum x_i^2 - 60^2 \Rightarrow$$

$$\sum x_i^2 = 794 + 30 \times 3600 = 108794,$$

$$S_2 = \sqrt{\frac{1}{20} \sum x_{i_2}^2 - \mu_x^2} = 5 \Rightarrow \sum x_{i_2}^2 = 20 \times 25 + 20 \times 75^2 = 113000,$$

$$\therefore \text{所求} = \sqrt{\frac{1}{50}(108794 + 113000) - 66^2} = \sqrt{\frac{3900}{50}} = \sqrt{78} \text{ (分)}.$$

18. 甲、乙、丙三班, 人數甲班 40 人, 乙班 30 人, 丙班 30 人; 算術平均數甲班 80, 乙班 75, 丙班 85; 標準差甲班 8, 乙班 6, 丙班 11, 求此 100 人的(1)算術平均數為\_\_\_\_\_. (2)標準差為\_\_\_\_\_.

**解答** (1)80;(2) $\frac{\sqrt{8770}}{10}$

**解析** (1)  $\mu = \frac{80 \times 40 + 75 \times 30 + 85 \times 30}{100} = 80$  .

$$(2) \sum x_{\text{甲}}^2 = 8^2 \times 40 + 40 \times 0^2 = 2560,$$

$$\sum x_{乙}^2 = 6^2 \times 30 + 30 \times 5^2 = 1830,$$

$$\sum x_{丙}^2 = 11^2 \times 30 + 30 \times 5^2 = 4380,$$

$$\therefore \text{所求 } \sigma_x = \sigma_{x-80} = \sqrt{\frac{1}{100}(2560 + 1830 + 4380 - 100 \times 0^2)} = \sqrt{\frac{8770}{100}} = \frac{\sqrt{8770}}{10}.$$

19. 隨機抽樣 10 位同學數學成績平均為 60 分，標準差 4 分；已知 10 人中 8 人的成績為 54, 56, 57, 58, 60, 61, 64, 65，則另外兩人的成績為\_\_\_\_\_分。

**解答** 67, 58

**解析** 設另兩人的成績為  $60 + x$ ,  $60 + y$ ,

$$54 + 56 + 57 + 58 + 60 + 61 + 64 + 65 + 60 + x + 60 + y = 60 \times 10 \Rightarrow x + y = 5 \cdots \cdots \textcircled{1}$$

$$4^2 = \frac{1}{10}(36 + 16 + 9 + 4 + 0 + 1 + 16 + 25 + x^2 + y^2) \Rightarrow x^2 + y^2 = 37 \cdots \cdots \textcircled{2}$$

$$\text{由 } \textcircled{1} y = 5 - x \text{ 代入 } \textcircled{2} \Rightarrow x^2 + 25 - 10x + x^2 - 37 = 0 \Rightarrow x^2 - 5x - 6 = 0 \Rightarrow (x - 6)(x + 1) = 0,$$

$\therefore x = 7$  或  $x = -2$ ,  $y = -2$  或  $y = 7$ ,  $\therefore$  兩人的成績為 67, 58 (分)。

20. 某班成績次數分配如下表，求(1)算術平均數  $\mu =$  \_\_\_\_\_ 分。(2)標準差  $\sigma =$  \_\_\_\_\_ 分。

分數	30~40	40~50	50~60	60~70	70~80	80~90
次數	3	5	9	12	14	7

**解答** (1)65;(2)14

**解析** (1) 組中點 35 45 55 65 75 85  
次數 3 5 9 12 14 7

$$\mu = \frac{35 \times 3 + 45 \times 5 + 55 \times 9 + 65 \times 12 + 75 \times 14 + 85 \times 7}{50} = 65 \text{ (分)}.$$

$$(2) \sigma = \sqrt{\frac{1}{50}(900 \times 3 + 400 \times 5 + 100 \times 9 + 100 \times 14 + 400 \times 7)} = \sqrt{\frac{1}{50} \times 9800} = \sqrt{196} = 14 \text{ (分)}.$$

21. 某次考試的平均分數為 30 分，標準差為 10 分，老師有感於學生考後認真訂正，決定將每個人的分數先加 100 分再除以 2，則新的(1)平均分數為\_\_\_\_\_分。(2)標準差為\_\_\_\_\_分。

**解答** (1)65;(2)5

**解析** 設原分數為  $x$ ，調整後的分數為  $y$ ，則  $y = \frac{1}{2}(x + 100) = \frac{1}{2}x + 50$ ，

$$(1) \mu_y = \frac{1}{2}\mu_x + 50 = \frac{1}{2} \times 30 + 50 = 65 \text{ (分)}.$$

$$(2) \sigma_y = \frac{1}{2}\sigma_x = \frac{1}{2} \times 10 = 5 \text{ (分)}.$$

22. 若  $f(x) = (x-1)^2 + (x-2)^2 + (x-3)^2 + \cdots + (x-11)^2$ ，則當  $x = \textcircled{1}$  \_\_\_\_\_ 時， $f(x)$  有最小值為  $\textcircled{2}$  \_\_\_\_\_。

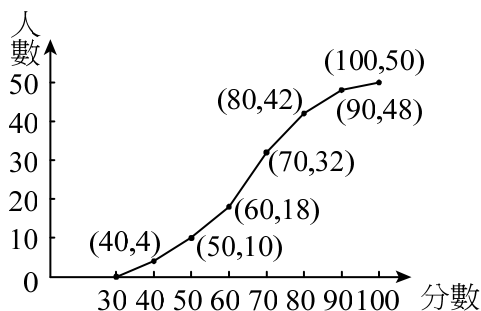
**解答**  $\textcircled{1}6 \textcircled{2}110$

**解析** 算術平均數為  $\frac{1}{11}(1+2+3+\cdots+10+11) = 6$ ，

$$\text{故當 } x = 6 \text{ 時，} f(x) \text{ 有最小值為 } f(6) = 2 \times (5^2 + 4^2 + 3^2 + 2^2 + 1^2) = 110.$$

23. 為了解高二期中考數學成績，高一 6 班 50 位學生其累積次數分配曲線如圖。試求下列各數，

(1)平均分數為\_\_\_\_\_分。(2)中位數：\_\_\_\_\_。(3)標準差：\_\_\_\_\_。



**解答** (1)  $64\frac{1}{5}$ ; (2) 65; (3) 15.6

**解析** 次數分配表

分數	組中點 $x_i$	人數 $f_i$	以下累積	$d_i = \frac{x_i - 65}{10}$	$f_i d_i$	$f_i d_i^2$
30~40	35	4	4	-3	-12	36
40~50	45	6	10	-2	-12	24
50~60	55	8	18	-1	-8	8
60~70	65	14	32	0	0	0
70~80	75	10	42	1	10	10
80~90	85	6	48	2	12	24
90~100	95	2	50	3	6	18
合計	X	50	X	X	-4	120

$$(1) \text{平均數 } \mu = 65 + \frac{-4}{50} \times 10 = 64\frac{1}{5}$$

$$(2) \text{中位數在 } 60 \sim 70 \text{ 組中, } Me = 60 + \left(\frac{25-18}{14}\right) \times (70-60) = 65 .$$

$$(3) S_x = \sqrt{\frac{1}{50} \sum_{i=1}^7 f_i d_i^2 - \left(\frac{\sum_{i=1}^7 f_i d_i}{50}\right)^2} \times 10 = \sqrt{\frac{1}{50} \times 120 - \left(\frac{-4}{50}\right)^2} \times 10 = 8\sqrt{14} .$$