

高雄市明誠中學 高一數學平時測驗					日期：105.06.17	
範圍	4-1 一維數據分析(B)	班級	一年___班	姓名		
		座號				

一、填充題(每題 10 分)

1. 有 10 筆數據：1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10；令 $A = (x-1) + (x-2) + (x-3) + (x-4) + (x-5) + (x-6) + (x-7) + (x-8) + (x-9) + (x-10)$ ，當 $A=0$ 時 x 的值為_____。

解答 $\frac{11}{2}$

解析 $A = 10x - 55 = 0 \Rightarrow x = \frac{55}{10} = \frac{11}{2}$ 。

2. 甲班 54 人，數學平均 42 分，標準差 6 分；乙班 46 人，數學平均 50 分，標準差 5 分。今將每人成績乘以 2 再減 20 分，求兩班新的數學成績的平均_____分。

解答 71.36

解析 $\mu_{甲} = 42 \times 2 - 20 = 64$ ， $\mu_{乙} = 50 \times 2 - 20 = 80$ ， $\therefore \mu = \frac{64 \times 54 + 80 \times 46}{100} = 71.36$ (分)。

3. 下表為某班 40 位同學第二次月考數學成績的次數分配表，求算術平均數為_____分。

分數	40~50	50~60	60~70	70~80	80~90	90~100
人數	2	6	8	12	10	2

解答 72

解析

分數	40~50	50~60	60~70	70~80	80~90	90~100
組中點	45	55	65	75	85	95
人數	2	6	8	12	10	2

算術平均數為 $\frac{45 \times 2 + 55 \times 6 + 65 \times 8 + 75 \times 12 + 85 \times 10 + 95 \times 2}{40} = 72$ (分)。

4. 某數學老師計算學期成績的公式如下：五次平時考中取較好的三次之平均值占 30%，兩次期中考各占 20%，期末考占 30%。某生平時考成績分別為 68, 82, 70, 73, 85，期中考成績分別為 86, 79，期末考成績為 90，則該生學期成績為_____。(計算到整數為止，小數點以後四捨五入)

解答 84

解析 學期成績為 $\frac{82+73+85}{3} \times 30\% + 86 \times 20\% + 79 \times 20\% + 90 \times 30\% = 84$ 。

5. 已知有 45 個數值之平均數為 60，後來發現其中「44」一數登錄錯誤，若其他的數據不變，經更正後新的平均數為 61，則「44」更正後的數值為_____。

解答 89

解析 設更正後的數值為 x ，依題意可得 $\frac{45 \times 60 - 44 + x}{45} = 61 \Rightarrow x = 89$ 。

6. 某公司民國 85 年營業額為 4 億元，民國 86 年營業額為 6 億元，該年的成長率為 50%。87、88、89 三年的成長率皆相同，且民國 89 年的營業額為 48 億元，則該公司 89 年的成長率為_____。

解答 100%

解析 設每年的成長率為 x ，則 $(1+x)^3 = \frac{48}{6} = 8 \Rightarrow 1+x=2 \Rightarrow x=1$ ，故 89 年的成長率為 100%。

7. 10 個正數，其算術平均數為 6，標準差為 $\sqrt{13}$ ；將這 10 個數分成 A、B 兩組，A 組有 6 個數，B 組有 4 個數。若 A 組的平均為 4，標準差為 3，則 B 組的標準差為_____。

解答 2

解析 $\mu = \frac{6\mu_A + 4\mu_B}{10} \Rightarrow 6 = \frac{6 \times 4 + 4\mu_B}{10} \Rightarrow \mu_B = 9$ ，

$$\because S = \sqrt{\frac{1}{n} \sum x_i^2 - \mu^2} \Rightarrow \sum x_i^2 = n(S^2 + \mu^2), \therefore \sum_{i=1}^{10} x_i^2 = 10 \times [(\sqrt{13})^2 + 6^2] = 490,$$

$$\text{又 } \sum_{i=1}^6 x_i^2 = 6 \times (3^2 + 4^2) = 150, \therefore \sum_{i=7}^{10} x_i^2 = 490 - 150 = 340 = 4 \times (S_B^2 + 9^2) \Rightarrow S_B^2 = 4 \Rightarrow S_B = 2.$$

8. 小明班上第一次段考數學成績平均 71 分，標準差 10 分，化學成績平均 76 分，標準差 4 分；已知小明第一次段考數學成績考 61 分，化學考 67 分，請問與班上同學比較，他_____考得較好。

解答 數學

解析 數學成績標準化： $\frac{61-71}{10} = -1$ ，化學成績標準化： $\frac{67-76}{4} = -2.25$ ，故數學科成績較好。

9. 數據 3, 2, 3, 7, 5, 3, 6, 4, 1, 3, 6, 8 的(1)全距 = _____。(2)中位數 = _____。(3)眾數 = _____。

解答 (1)7;(2)3.5;(3)3

解析 排序：1, 2, 3, 3, 3, 3, 4, 5, 6, 6, 7, 8,

$$\text{全距} = 8 - 1 = 7, \text{中位數} = \frac{3+4}{2} = 3.5, \text{眾數} = 3.$$

10. 隨機抽樣某班數學小考成績如表，則

(1)全距 = _____分。(2)算術平均數 = _____分。

(3)標準差 = \sqrt{a} ，則 $a =$ _____。

解答 (1)70;(2)67;(3)344

解析 (1)全距 $R = 100 - 30 = 70$ (分)。

$$(2) \mu = 65 + \frac{40+60}{50} = 67 \text{ (分)}.$$

分數	人數
30~40	5
40~50	7
50~60	6
60~70	7
70~80	10
80~90	10
90~100	5
合計	50

分數	組中點	人數
30~40	35	5
40~50	45	7
50~60	55	6
60~70	65	7
70~80	75	10
80~90	85	10
90~100	95	5
合計		50

$$(3) \sum (x'_i)^2 = 10^2 \times (10+6) + 20^2 \times (10+7) + 30^2 \times (5+5) = 17400,$$

$$\therefore S_x = S_{x-65} = \sqrt{\frac{1}{n} \sum (x'_i)^2 - (\bar{x}')^2} = \sqrt{\frac{1}{50} \times 17400 - 2^2} = \sqrt{\frac{17200}{50}} = \sqrt{344} \Rightarrow a = 344 .$$

11. 某次考試，某班的數學成績不太理想，全班 30 位學生成績的算術平均數為 36 分，標準差為 12 分，全班最高也僅 66 分。該班數學老師決定將每位學生的原始成績 x 調整為成績 y ，作為成績的正式紀錄。

(1) 如果老師採取線型函數 $y = ax + b$ 調整成績，並設定 y 成績的最高分為 100 分， y 成績的算術平均數為 60 分，則 y 成績的標準差為_____分。

(2) 如果老師採取根式函數 $y = 10\sqrt{x}$ 調整成績，且經計算知 y 成績的算術平均數為 59 分，則 y 成績的標準差最接近的正整數為_____分。

解答 (1)16;(2)11

解析 由題意可知 $\mu_x = 36$, $\sigma_x = 12$,

$$(1) y = ax + b \Rightarrow \begin{cases} 60 = a \times 36 + b \cdots \cdots \textcircled{1} \\ 100 = a \times 66 + b \cdots \cdots \textcircled{2} \end{cases}$$

$$\text{由} \textcircled{1} \textcircled{2} \Rightarrow 30a = 40 \Rightarrow a = \frac{4}{3}, b = 12, \text{即調整的公式為 } y = \frac{4}{3}x + 12,$$

$$\therefore \sigma_y = \frac{4}{3} \sigma_x = \frac{4}{3} \times 12 = 16 \text{ (分)} .$$

$$(2) y = 10\sqrt{x} \Rightarrow y_i^2 = 100x_i, \mu_x = 36 \Rightarrow \sum_{i=1}^{30} x_i = 36 \times 30 = 1080,$$

$$\therefore \sigma_y = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^{30} y_i^2 - \mu_y^2} = \sqrt{\frac{1}{30} \times 1080 \times 100 - 59^2} = \sqrt{119} \approx 11 \text{ (分)} .$$

12. 有一組數據：40, 45, 50, 55, 60, 求(1)算術平均數 $\mu =$ _____。(2)標準差 $\sigma =$ _____。

解答 (1)50;(2) $5\sqrt{2}$

解析 (1) $\mu = \frac{40 + 45 + 50 + 55 + 60}{5} = 50 .$

$$(2) \sigma = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^5 (x_i - \mu)^2} = \sqrt{\frac{1}{5} (100 + 25 + 25 + 100)} = \sqrt{50} = 5\sqrt{2} .$$

分數	人數
60~70	2
70~80	3
80~90	2
90~100	1

13. 某次考試有 8 人參加，其成績如表，試求下列各值：

(1) 平均數為_____。(2) 中位數為_____。(3) 標準差為 $k\sqrt{15}$ ，求 $k =$ _____。

解答 (1)77.5;(2) $76\frac{2}{3}$;(3)15;(4) $\frac{5}{2}$

解析 (1) $\frac{65 \times 2 + 75 \times 3 + 85 \times 2 + 95 \times 1}{2 + 3 + 2 + 1} = 75 + \frac{-20 + 0 + 20 + 20}{8} = 77.5 .$

$$(2) \frac{8}{2} = 4 = 2 + 2, \therefore 70 + 10 \times \frac{2}{3} = 76\frac{2}{3} .$$

$$(3) \text{組中點減 } 75 \text{ 標準差不變, 則 } \sigma = \sqrt{\frac{1}{8} [(-10)^2 \times 2 + (10)^2 \times 2 + (20)^2 \times 1] - (2.5)^2} = \frac{5\sqrt{15}}{2}, \therefore k = \frac{5}{2} .$$

14. 隨機抽樣調查班上 10 位同學數學考試的平均分數（算術平均）為 56 分，標準差為 4 分。若此 10 個人的分數分別是 50、52、53、54、56、57、60、61、 x 、 y ($x > y$)，則數對 $(x, y) =$ _____。

解答 (63, 54)

解析 設 $a_1 = 50, a_2 = 52, a_3 = 53, a_4 = 54, a_5 = 56, a_6 = 57, a_7 = 60, a_8 = 61, x = a + 56, y = b + 56,$
 $b_i = a_i - 56 \Rightarrow -6, -4, -1, -2, 0, 1, 4, 5, a, b$

$$\therefore \mu = 56 \Rightarrow \frac{\left(\sum_{i=1}^8 a_i\right) + a + 56 + b + 56}{10} = 56 \Rightarrow x' + y' = 5 \cdots \cdots \textcircled{1}$$

$$\text{又 } S = 4 \Rightarrow \sqrt{\frac{1}{10}(\sum_{i=1}^8 b_i^2 + a^2 + b^2)} = 4 \Rightarrow x'^2 + y'^2 = 53 \cdots \cdots \textcircled{2}$$

由①②知 $x' = 7, y' = -2 \Rightarrow x = 63, y = 54$, 故 $(x, y) = (63, 54)$.

15. 設數據 x_1, x_2, \dots, x_{10} 的平均數 $\mu_x = 5$, 標準差為 σ_x , 令 $y_i = ax_i + b, i = 1, 2, \dots, 10$, 其中 $a > 0$. 已知 y_1, y_2, \dots, y_{10} 的平均數 $\mu_y = 3$, 標準差 $\sigma_y = 2\sigma_x$, 則(1) $a =$ _____, (2) $b =$ _____.

解答 (1)2;(2)-7

解析 由 $\sigma_y = 2\sigma_x$ 知 $a = 2$. 因為 $\mu_y = a\mu_x + b$, 即 $3 = 2 \times 5 + b$, 得 $b = -7$. 故 $a = 2, b = -7$.

16. 某班有 40 人參加考試, 老師計算成績後, 全班之平均分數為 51 分, 標準差為 $\sqrt{3}$ 分; 但教務處通知: 有一考生作弊, 其原分數 40 分應改為 0 分. 則修正後此班同學考試的①平均分數 _____ 分, ②標準差為 _____ 分.

解答 ①50②8

解析 修正後的平均分數為 $\frac{51 \times 40 - 40}{40} = 50$ (分),

$$\text{原標準差 } \sqrt{3} = \sqrt{\frac{1}{40} \sum_{i=1}^{40} x_i^2 - 51^2} \Rightarrow \sum_{i=1}^{40} x_i^2 = 40(3 + 51^2) = 104160,$$

$$\text{修正後標準差 } \sigma = \sqrt{\frac{1}{40}(104160 - 40^2) - 50^2} = \sqrt{\frac{102560}{40} - 2500} = \sqrt{2564 - 2500} = \sqrt{64} = 8 \text{ (分)}.$$

17. 假設數據 x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 的標準差是 $\sqrt{19}$, 則函數 $f(x) = (x - x_1)^2 + (x - x_2)^2 + (x - x_3)^2 + (x - x_4)^2 + (x - x_5)^2$ 的最小值為 _____.

解答 95

解析 $f(x) = (x - x_1)^2 + (x - x_2)^2 + \dots + (x - x_5)^2$ 之最小值發生在 $x = \mu$ 時,

$$\therefore \text{最小值 } f(\mu) = \sum_{i=1}^5 (\mu - x_i)^2 = \sum_{i=1}^5 (x_i - \mu)^2$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{5} \sum_{i=1}^5 (x_i - \mu)^2} = \sqrt{19} \Rightarrow \sum_{i=1}^5 (x_i - \mu)^2 = 95 \quad \therefore \text{最小值為 } 95.$$

18. 某次考試的班平均為 40 分、標準差為 5 分, 今老師調整分數如下: 調整分數 = $\frac{\text{原分數}}{3} + 50$. 若在調整後, 小櫻在標準化數據下的分數為 0.2, 則小櫻在調整前的原始分數為 _____ 分.

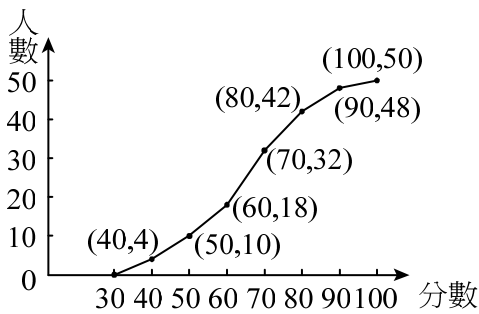
解答 41

解析 原始平均 $\mu = 40$, 標準差 $\sigma = 5$. 調整後平均 $\mu' = \frac{40}{3} + 50 = \frac{190}{3}$, 標準差 $\sigma' = \frac{5}{3}$.

小櫻調整後分數為 x' , 原始分數為 x .

$$\therefore \frac{x' - \frac{190}{3}}{\frac{5}{3}} = 0.2 \Rightarrow x' = \frac{191}{3}, \text{ 又 } x' = \frac{x}{3} + 50 \Rightarrow \frac{191}{3} = \frac{x}{3} + 50 \Rightarrow x = 41.$$

19. 為了解高二期中考數學成績, 高一 6 班 50 位學生其累積次數分配曲線如圖. 試求下列各數, (1)平均分數為 _____ 分. (2)中位數: _____ . (3)標準差: _____ .



解答 (1) $64\frac{1}{5}$; (2) 65; (3) $8\sqrt{14}$

解析 次數分配表

分數	組中點 x_i	人數 f_i	以下累積	$d_i = \frac{x_i - 65}{10}$	$f_i d_i$	$f_i d_i^2$
30~40	35	4	4	-3	-12	36
40~50	45	6	10	-2	-12	24
50~60	55	8	18	-1	-8	8
60~70	65	14	32	0	0	0
70~80	75	10	42	1	10	10
80~90	85	6	48	2	12	24
90~100	95	2	50	3	6	18
合計	X	50	X	X	-4	120

$$(1) \text{平均數 } \mu = 65 + \frac{-4}{50} \times 10 = 64\frac{1}{5}$$

$$(2) \text{中位數在 } 60 \sim 70 \text{ 組中, } Me = 60 + \left(\frac{25-18}{14}\right) \times (70-60) = 65 .$$

$$(3) S_x = \sqrt{\frac{1}{50} \sum_{i=1}^7 f_i d_i^2 - \left(\frac{\sum_{i=1}^7 f_i d_i}{50}\right)^2} \times 10 = \sqrt{\frac{1}{50} \times 120 - \left(\frac{-4}{50}\right)^2} \times 10 = 8\sqrt{14} .$$