高雄市明誠中學 高一數學平時測驗 日期：105.05.27					
範圍	3-3 條件機率	班級	一年____班	姓名	
		座號			

一、填充題(每題 10 分)

1. 設一袋中有 10 個球，其中有 8 個是白球．從袋中逐次取出 4 球，取後不放回．且每次取球時，每一球被取到之機會均等．
(1)第三次取到白球之機率為__________.
(2)第一次和第三次都取到白球之機率為__________.
(3)在取到 3 個白球之條件下，第三次取到白球之機率為__________.
(4)在第三次取到白球之條件下，取到 3 個白球之機率__________.

答案：(1) $\frac{4}{5}$ (2) $\frac{28}{45}$ (3) $\frac{3}{4}$ (4) $\frac{1}{2}$

解析：(1) $P(\text{第三次白球})=P(\text{第一次白球})=\frac{8}{10}=\frac{4}{5}$

(2) $P(\text{第一次和第三次都白球})=P(\text{第一次和第二次都白球})=\frac{8}{10}\times\frac{7}{9}=\frac{28}{45}$

(3)所求 $=\dfrac{C_2^3\cdot\frac{8}{10}\cdot\frac{7}{9}\cdot\frac{6}{8}\cdot\frac{2}{7}}{C_3^4\cdot\frac{8}{10}\cdot\frac{7}{9}\cdot\frac{6}{8}\cdot\frac{2}{7}}=\frac{3}{4}$，$\underbrace{\_\ \_\ \text{白}\ \_}_{\text{第一、二、四次2白}}$

(4)所求 $=\dfrac{C_2^3\cdot\frac{8}{10}\cdot\frac{7}{9}\cdot\frac{6}{8}\cdot\frac{2}{7}}{\frac{8}{10}}=\frac{1}{2}$

2. 有 n 個人玩擲一個骰子的遊戲，請問至少要有__________人參加，才會有「至少一人擲出一點的機率高於 80%」.（ $\log 2=0.3010,\log 3=0.4771$ ）

答案：9

解析：$P=1-(\frac{5}{6})^n>0.8\Rightarrow(\frac{5}{6})^n<0.2\Rightarrow\log(\frac{5}{6})^n<\log\frac{2}{10}$

$\Rightarrow n\log\frac{5}{6}<\log 2-\log 10\Rightarrow n\log\frac{10}{2^2\times 3}<0.3010-1$

$\Rightarrow n(\log 10-2\log 2-\log 3)<-0.6990$

$\Rightarrow n(1-0.6020-0.4771)<-0.6990$

$\Rightarrow n(-0.0791)<-0.6990\Rightarrow n>\frac{0.6990}{0.0791}=8.8$ 　取 $n=9$

3. 擲一顆公正骰子四次，已知前兩次所擲之點數和不大於 3 點的條件下，則擲四次所得的點數和為 10 之機率為__________.

答案：$\frac{17}{108}$

解析：事件 A：前 2 次點數和不大於 3 點

$A=\{(1,1,a,b),(1,2,a,b),(2,1,a,b)\}$ 　　$P(A)=\frac{3\times 6^2}{6^4}=\frac{1}{12}$

事件 B：4 次點數和為 10 點　$(1,1,a,b)\Rightarrow a+b=8$

a	2	3	4	5	6
b	6	5	4	3	2

$\therefore$5 種

$(1,2,a,b)$或$(2,1,a,b)\Rightarrow a+b=7$

a	1	2	3	4	5	6
b	6	5	4	3	2	1

$\therefore$6 種

$$P(B\,|\,A)=\frac{P(A\cap B)}{P(A)}=\frac{\frac{1}{36}\times\frac{5}{36}+\frac{2}{36}\times\frac{6}{36}}{\frac{1}{12}}=\frac{\frac{17}{36\times 36}}{\frac{1}{12}}=\frac{17}{108}$$

4. 拉拉說實話的機率為 $\frac{8}{10}$，丁丁說謊話的機率是 $\frac{7}{10}$.今有一箱內裝有 4 個白球 6 個紅球，若自箱中任取一球，兩人皆說為紅球，則此球確為紅球之機率為__________.

答案：$\frac{18}{25}$

解析：$P=\dfrac{\frac{6}{10}\cdot\frac{8}{10}\cdot\frac{3}{10}}{\frac{6}{10}\cdot\frac{8}{10}\cdot\frac{3}{10}+\frac{4}{10}\cdot\frac{2}{10}\cdot\frac{7}{10}}=\dfrac{6\times 8\times 3}{6\times 8\times 3+4\times 2\times 7}=\dfrac{18}{18+7}=\dfrac{18}{25}$

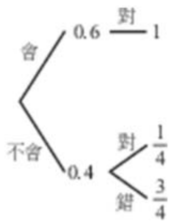
5. 甲說實話之機率為 $\frac{7}{10}$，乙說實話之機率為 $\frac{9}{10}$. 今有一袋內有 3 白球、7 黑球，自袋中任取一球，甲、乙兩人均說是白球，則此球確為白球之機率為__________.

答案：$\frac{9}{10}$

解析：$P=\dfrac{\frac{3}{10}\times\frac{7}{10}\times\frac{9}{10}}{\frac{3}{10}\times\frac{7}{10}\times\frac{9}{10}+\frac{7}{10}\times\frac{3}{10}\times\frac{1}{10}}=\dfrac{9}{10}$

6. 交通規則測驗時，答對有兩種可能，一種是會做而答對，一種是不會做但猜對．已知小彬測驗時，會做的機率是 0.6．現有一題 4 選 1 的單一選擇題，設小彬會做就答對，不會做就隨機猜．若此題小彬答對，則在此條件之下，此題小彬是因會做而答對（不是猜對）的機率為__________.

答案：$\frac{6}{7}$



解析：所求 $=\dfrac{0.6\times 1}{0.6\times 1+0.4\times\frac{1}{4}}=\dfrac{6}{7}$

8. 有 A, B 兩籤筒，若 A 籤筒中有 5 支籤，其中有 2 支籤有做記號，B 籤筒中有 10 支籤，其中有 4 支籤有做記號，今從這 2 個籤筒中，任取 2 支籤；若抽出的 2 支籤都有記號，則：

(1)2 支籤都來自 A 籤筒的機率為__________.

(2)2 支籤都來自 B 籤筒的機率為__________.

答案：(1)$\dfrac{3}{7}$　(2)$\dfrac{4}{7}$

解析：(1)$P=\dfrac{\frac{1}{2}\times\frac{C_2^2}{C_2^5}}{\frac{1}{2}\times\frac{C_2^2}{C_2^5}+\frac{1}{2}\times\frac{C_2^4}{C_2^{10}}}=\dfrac{3}{7}$　(2) $P=\dfrac{\frac{1}{2}\times\frac{C_2^4}{C_2^{10}}}{\frac{1}{2}\times\frac{C_2^2}{C_2^5}+\frac{1}{2}\times\frac{C_2^4}{C_2^{10}}}=\dfrac{4}{7}$

9. 某種 X 光機器對於肺結核檢驗之可靠度為：對於有肺結核病者有90%可發現，10%未發現；對於無肺結核病者有99%之正確性，1%不正確. 某地區人口中已知有0.1%為肺結核病患. 若從該地區任選一人經此種 X 光機器檢驗出有肺結核病，則此人確有肺結核病之機率為__________.

答案：$\dfrac{10}{121}$

解析：$P=\dfrac{\frac{0.1}{100}\times\frac{90}{100}}{\frac{0.1}{100}\times\frac{90}{100}+\frac{99.9}{100}\times\frac{1}{100}}=\dfrac{10}{121}$

10. 一副撲克牌 52 張，不小心遺失 1 張，由剩下的 51 張中任取 2 張，則：
(1)2 張皆為黑桃的機率為__________.
(2)若 2 張皆為黑桃時，則遺失的那張不是黑桃的機率為__________.

答案：(1)$\dfrac{1}{17}$　(2)$\dfrac{39}{50}$

解析：(1) 遺失 1 張是黑桃$\dfrac{1}{4}$，遺失 1 張不是黑桃$\dfrac{3}{4}$

$$P=\frac{1}{4}\times\frac{C_2^{12}}{C_2^{51}}+\frac{3}{4}\times\frac{C_2^{13}}{C_2^{51}}=\frac{1}{4}\times\frac{12\times11}{51\times50}+\frac{3}{4}\times\frac{13\times12}{51\times50}=\frac{33+9\times13}{51\times50}=\frac{11+39}{17\times50}=\frac{1}{17}$$

(2) $P=\dfrac{\frac{3}{4}\times\frac{13\times12}{51\times50}}{\frac{1}{17}}=\dfrac{3\times13\times12}{4\times3\times50}=\dfrac{39}{50}$

11. 袋中有 6 白球 3 黑球，每次從袋中取出一球，取後放回，共取 5 次，已知取到 4 次白球，則最初兩次都是白球的機率__________.

答案：$\dfrac{3}{5}$

解析：白　白 $\underbrace{\_\ \_\ \_}_{2白1黑}$

每次取到白球的機率$=\dfrac{2}{3}$，取到黑球的機率$=\dfrac{1}{3}$　所求$=\dfrac{(\frac{2}{3})^2\times C_2^3(\frac{2}{3})^2(\frac{1}{3})}{C_4^5(\frac{2}{3})^4(\frac{1}{3})}=\dfrac{3}{5}$

12. 有一空箱，擲一骰子，若出現偶數點，則將一紅球投入箱中，若出現奇數點，則將一白球投入箱中. 今擲一骰子兩次，箱中投入 2 球後，再將另外 2 個紅球與 1 個白球放入箱中，則最後自箱中任取 3 球時，取得 2 紅球 1 白球之機率為__________.

答案：$\frac{21}{40}$

解析：(1)2 次皆偶數點⇒4 紅 1 白　　$P_1=\frac{3}{6}\times\frac{3}{6}=\frac{1}{4}$

(2)奇，偶各一次⇒3 紅 2 白　　$P_2=\frac{3}{6}\times\frac{3}{6}\times 2=\frac{1}{2}$

(3)2 次皆奇數點⇒2 紅 3 白　　$P_3=\frac{3}{6}\times\frac{3}{6}=\frac{1}{4}$

$$P=\frac{1}{4}\times\frac{C_2^4\cdot C_1^1}{C_3^5}+\frac{1}{2}\times\frac{C_2^3\cdot C_1^2}{C_3^5}+\frac{1}{4}\times\frac{C_2^2\cdot C_1^3}{C_3^5}=\frac{6+12+3}{40}=\frac{21}{40}$$

13. 某工廠有 A,B,C 三臺機器，分別製造全部產品的 $45\%,35\%,20\%$．已知 A,B,C 製造產品之不良率為 $1\%,2\%,3\%$ ，今任意抽一產品，則抽中不良品之機率為__________.

答案：$\frac{7}{400}$

解析：$P(N)=P(N\cap A)+P(N\cap B)+P(N\cap C)$

$$=\frac{45}{100}\times\frac{1}{100}+\frac{35}{100}\times\frac{2}{100}+\frac{20}{100}\times\frac{3}{100}=\frac{175}{100\times 100}=\frac{7}{400}$$

14. 一袋中有 100 個球，其中有 60 個新球，40 個舊球，而新球中有 40 個是紅色的，20 個是白色的，舊球中有 30 個是紅色的，10 個是白色的，現從袋中任取一球，則：
(1)取到紅球且為新球的機率為__________.
(2)已知取得白球，其為新球的機率為__________.

答案：(1)$\frac{2}{5}$　(2)$\frac{2}{3}$

解析：(1) $P=\frac{40}{100}=\frac{2}{5}$　　(2) $P=\frac{20}{30}=\frac{2}{3}$

15. 黑箱中有 8 枚硬幣，其中 2 枚兩面皆是人頭，1 枚兩面皆是字，其餘 5 枚一面是人頭一面是字．將手伸入箱中握住一枚硬幣，取出後打開手掌，發現一面是人頭，試問另一面也是人頭的機率 =__________.

答案：$\frac{4}{9}$

解析：所求 $=\dfrac{\frac{C_1^2}{C_1^8}\cdot 1}{\underbrace{\frac{C_1^2}{C_1^8}\cdot 1}_{\text{二面皆人頭}}+\underbrace{\frac{C_1^5}{C_1^8}\cdot(\frac{1}{2})}_{\text{一面人頭 一面字}}}=\frac{4}{9}$

16. 一副撲克牌 52 張中任取三張，若 A 事件表三張牌中有黑桃也有紅心的機率，B 事件表三張牌中恰有一張黑桃與一張紅心的機率，則：$P(A)=$__________；$P(B|A)=$__________.

答案：$\frac{247}{850},\frac{13}{19}$

解析：$P(A)=\dfrac{C_2^{13}\cdot C_1^{13}+C_1^{13}\cdot C_2^{13}+C_1^{13}\cdot C_1^{13}\cdot C_1^{26}}{C_3^{52}}=\dfrac{13\times\frac{13\times 12}{2}\times 2+13\times 13\times 26}{\frac{52\times 51\times 50}{1\times 2\times 3}}=\dfrac{13\times 13\times 38}{26\times 17\times 50}=\dfrac{247}{850}$

$$P(B|A)=\frac{\frac{C_1^{13}\cdot C_1^{13}\cdot C_1^{26}}{C_3^{52}}}{\frac{13\times13\times38}{C_3^{52}}}=\frac{26}{38}=\frac{13}{19}$$ （$\because A,C$ 互斥，$\therefore P(A\cap C)=0$ ）

17. 有兩批愛文芒果，第一批 20 箱，其中有 5 箱為特級品；第 2 批有 12 箱，其中有 2 箱是特級品，若將 2 批芒果混在一起，從這 32 箱中任取 2 箱都是特級品的機率為__________；若從第一批中任取 2 箱混入第二批中，則在這 14 箱中任取 2 箱都是特級品之機率為__________.

答案：$\frac{21}{496}$，$\frac{3}{133}$

解析：$P=\frac{C_2^7}{C_2^{32}}=\frac{7\times6}{32\times31}=\frac{21}{496}$

$$P=\frac{C_2^5}{C_2^{20}}\times\frac{C_2^4}{C_2^{14}}+\frac{C_1^5\cdot C_1^{15}}{C_2^{20}}\times\frac{C_2^3}{C_2^{14}}+\frac{C_2^{15}}{C_2^{20}}\times\frac{C_2^2}{C_2^{14}}=\frac{60+225+105}{190\times91}=\frac{390}{17290}=\frac{39}{1729}=\frac{3}{133}$$

18. 好小子林書豪投籃時，第一球投進的機率為 0.7，之後若前一球投進，則下一球的命中率為 0.9；若前一球投不進，則下一球的命中率為 0.6，林書豪連投三球，則在林書豪恰投進二球的條件下，沒投進的那一球是第二球的條件機率為__________.

答案：$\frac{14}{89}$

解析：所求$=\frac{0.7\times0.1\times0.6}{\underbrace{0.7\times0.9\times0.1}_{一、二球進}+\underbrace{0.7\times0.1\times0.6}_{一、三球進}+\underbrace{0.3\times0.6\times0.9}_{二、三球進}}=\frac{14}{89}$

19. 某次考試有一題五選一的選擇題，甲會答的機率是$\frac{3}{10}$，不會答時用猜的，猜對的機率是$\frac{1}{5}$；今已知此題甲答對，試問他是真正會做的機率為__________.

答案：$\frac{15}{22}$

解析：$P=\frac{\frac{3}{10}}{\frac{3}{10}+\frac{7}{10}\times\frac{1}{5}}=\frac{\frac{3}{10}}{\frac{22}{50}}=\frac{15}{22}$

20. 若一袋中有 2 紅球 5 白球，小黃平日說謊的機率為$\frac{1}{4}$，現在他隨機取一球，則他說取得紅球，此球確為紅球之機率為__________.

答案：$\frac{6}{11}$

解析：$P=\frac{\frac{2}{7}\cdot\frac{3}{4}}{\frac{2}{7}\cdot\frac{3}{4}+\frac{5}{7}\cdot\frac{1}{4}}=\frac{6}{6+5}=\frac{6}{11}$

21. 已知一個箱子中有一個紅球一個白球.我們從箱子中隨機抽取一球，若此球為紅色，我們就把它放回箱子中；若此球為白色，我們就從另外一個袋子中取一個白球，連同取出這球，一起放入袋中，也就是說袋中現在有 1 個紅球，2 個白球.依此規則，第 2 次從箱子中取出的球是紅球的機率是__________，第 3 次從箱子中取出的球是白球的機率是__________.

答案：$\frac{5}{12}$，$\frac{47}{72}$

解析：$P=\underset{1R}{\underset{\downarrow}{\frac{1}{2}}}\cdot\underset{2R}{\underset{\downarrow}{\frac{1}{2}}}+\underset{1W}{\underset{\downarrow}{\frac{1}{2}}}\cdot\underset{2R}{\underset{\downarrow}{\frac{1}{3}}}=\frac{1}{4}+\frac{1}{6}=\frac{5}{12}$

$$P=\underset{1R}{\underset{\downarrow}{\frac{1}{2}}}\cdot\underset{2R}{\underset{\downarrow}{\frac{1}{2}}}\cdot\underset{3W}{\underset{\downarrow}{\frac{1}{2}}}+\underset{1R}{\underset{\downarrow}{\frac{1}{2}}}\cdot\underset{2W}{\underset{\downarrow}{\frac{1}{2}}}\cdot\underset{3W}{\underset{\downarrow}{\frac{2}{3}}}+\underset{1W}{\underset{\downarrow}{\frac{1}{2}}}\cdot\underset{2R}{\underset{\downarrow}{\frac{1}{3}}}\cdot\underset{3W}{\underset{\downarrow}{\frac{2}{3}}}+\underset{1W}{\underset{\downarrow}{\frac{1}{2}}}\cdot\underset{2W}{\underset{\downarrow}{\frac{2}{3}}}\cdot\underset{3W}{\underset{\downarrow}{\frac{3}{4}}}=\frac{1}{8}+\frac{1}{6}+\frac{1}{9}+\frac{1}{4}=\frac{9+12+8+18}{72}=\frac{47}{72}$$

22. 某公司共有 6 個工廠，各工廠的產量都一樣，且所生產的產品都放進同一倉庫中. 由過去的經驗知道，第 k 個工廠的產品不良率為 $\frac{k}{50}$，其中 $k=1,2,3,4,5,6$，為了檢驗倉庫中這一批產品的品質，從倉庫中任意抽出一件，若為不良品，則此不良品是來自第五個工廠的機率為________.

答案：$\frac{5}{21}$

解析：$$P(\text{第五}|\text{不良})=\frac{\frac{1}{6}\times\frac{5}{50}}{\frac{1}{6}\times\frac{1}{50}+\frac{1}{6}\times\frac{2}{50}+\frac{1}{6}\times\frac{3}{50}+\frac{1}{6}\times\frac{4}{50}+\frac{1}{6}\times\frac{5}{50}+\frac{1}{6}\times\frac{6}{50}}=\frac{\frac{5}{50}}{\frac{1+2+3+4+5+6}{50}}=\frac{5}{21}$$

23. 某測謊器面對說謊者，90%可測出他們說謊；未說謊者，90%可測出他們未說謊.今有一群人接受此測謊器測試，被認為是說實話者，證實有 $\frac{1}{22}$ 是說謊的，則接受測試的這群人中，真正說謊者所佔的比例為________.

答案：$\frac{3}{10}$

解析：

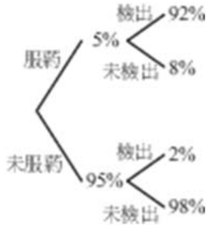
真正 \ 測試	實話 P	謊話
實話	$0.9P$	0.1
謊話	$0.1P$	0.9

$$\frac{1}{22}=\frac{0.1(1-P)}{0.9P+0.1(1-P)}\Rightarrow 2.2(1-P)=0.8P+0.1\Rightarrow 3P=2.1\Rightarrow P=0.7\quad\therefore 1-0.7=0.3$$

24. 所有參加奧林匹克世運會的運動選手都要通過事先的藥物檢定，這種檢定對未服藥者的正確率達到98%，但對服藥者檢定出來的正確率只達到92%.現在有一群田徑選手已知5%有服藥物，今從中任意抽取 1 人，經檢定出此人有服藥，求此人確實有服藥的機率為________.

答案：$\frac{46}{65}$

解析：



$$\text{所求}=\frac{5\%\times92\%}{5\%\times92\%+95\%\times2\%}=\frac{46}{65}$$

25. 某工廠生產 10 個產品中有 4 個不良品，今逐個檢查，每個產品被取中的機率均等，則檢查到第 5 個時出現第 3 個不良品之機率為________.

答案：$\frac{1}{7}$

解析：Sol 一：第 5 個為第 3 個不良品=(前 4 個有 2 個不良品)及(後 5 個還有一個不良品)

$$P=\frac{\frac{4!}{2!2!}\times 1\times\frac{5!}{4!1!}}{\frac{10!}{6!4!}}=\frac{1}{7}$$

Sol 二：前四個含 2 好 2 壞

$$P=C_2^4(\frac{4}{10}\times\frac{3}{9}\times\frac{6}{8}\times\frac{5}{7})\times\frac{2}{6}=\frac{1}{7}$$

26. 連續投擲一顆公正骰子 3 次，已知點數和為 10，則至少出現 1 次么點的機率為________.

答案：$\frac{4}{9}$

解析：B：點數和為 10 有以下 6 種情形：

(6, 3, 1), (6, 2, 2), (5, 3, 2), (4, 4, 2), (5, 4, 1), (4, 3, 3)　$3\times 3!+3\times\frac{3!}{2!}=27$

A：至少一個么點

$A\cap B$: (6, 3, 1), (5, 4, 1)　$2\times 3!=12$

$$P(A|B)=\frac{P(A\cap B)}{P(B)}=\frac{\frac{12}{216}}{\frac{27}{216}}=\frac{12}{27}=\frac{4}{9}$$

27. 籤筒的 20 支籤中，5 支有獎，今有甲、乙、丙、丁 4 人依序各抽出一支籤，抽完後不放回，已知甲乙都沒中獎的情況下，求丁中獎的機率=__________.

答案：$\frac{5}{18}$

解析：所求$=\frac{\frac{15}{20}\cdot\frac{14}{19}\cdot\frac{5}{18}}{\frac{15}{20}\cdot\frac{14}{19}}=\frac{5}{18}$，

甲	乙	丙	丁
○	×	○	○
		×	

28. 甲、乙、丙 3 人在同一個辦公室工作，辦公室內只有一支電話，已知電話鈴響時，找甲、乙、丙 3 人的機率分別為 $\frac{1}{3},\frac{1}{2},\frac{1}{6}$，若在某一段時間內，打進 3 通電話，且每通電話相互獨立，則這三通電話中，恰有 2 通是打給甲的機率為____________.

答案：$\frac{2}{9}$

解析：$P=C_2^3(\frac{1}{3})^2\cdot\frac{2}{3}=\frac{2}{9}$

29. 投擲一顆公正骰子兩次，若 A 代表第 1 次出現奇數的事件，B 代表 2 次點數和為 8 的事件，則 $P(A|B)=$___________，$P(B|A)=$___________.

答案：$\frac{2}{5},\frac{1}{9}$

解析：$P(A)=\frac{3}{6}=\frac{1}{2}$

B: (2, 6), (3, 5), (4, 4), (5, 3), (6, 2) $\Rightarrow P(B)=\frac{5}{36}$

$$A \cap B : (3, 5), (5, 3) \ \Rightarrow P(A \cap B) = \frac{2}{36}$$

$$\therefore P(A \mid B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{\frac{2}{36}}{\frac{5}{36}} = \frac{2}{5}$$

$$P(B \mid A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{\frac{2}{36}}{\frac{1}{2}} = \frac{1}{9}$$

$$\therefore P(B \mid A' \cap C') = P(B) = \frac{1}{3}$$

30. H1N1 大流行時，為即時診斷出這種病，醫界研究出一種檢驗方法，根據這種檢驗方法，患有 H1N1 的病人，被檢查出來有 H1N1 的機率是 99%，而一般感冒沒有得 H1N1 的人，被檢查成有患 H1N1 的機率是 10%，而正常健康的人被誤診患有 H1N1 的機率是 1%，在某城市中，實際患有 H1N1 的患者佔 2%，患有一般感冒非 H1N1 的人佔 6%，健康的人佔 92%，今在此城市中任選一人，則此人被診斷患有 H1N1 的機率為__________.

答案：$\frac{7}{200}$

解析：$P = \frac{2}{100} \times \frac{99}{100} + \frac{6}{100} \times \frac{10}{100} + \frac{92}{100} \times \frac{1}{100} = \frac{198 + 60 + 92}{10000} = \frac{350}{10000} = \frac{35}{1000} = \frac{7}{200}$