高雄市明誠中學 高一數學平時測驗 日期：105.05.20					
範圍	3-2 機率	班級	一年____班	姓名	
		座號			

一、填充題(每題 10 分)

1.擲一枚硬幣四次,(1)恰出現三次正面的機率為____________,(2)至少出現三次正面的機率為____________.

解答 (1) $\frac{1}{4}$;(2) $\frac{5}{16}$

解析 設擲四枚硬幣，樣本空間 S，則 $n(S)=2^4=16$

恰三次正面的事件為 A，則 $n(A)=C^4_3=4$

至少三次正面的事件為 B，則 $n(B)=C^4_3+C^4_4=5$

所以 $P(A)=\frac{4}{16}=\frac{1}{4}$，$P(B)=\frac{5}{16}$.

2.若將四位數 1234 的數字任意重新排列，則

(1)恰有兩個數字位置不變的機率為____________，(2)每個數字都改變位置的機率為____________ .

解答 (1) $\frac{1}{4}$;(2) $\frac{3}{8}$

解析 樣本空間 S：1，2，3，4，重新任意排列，其方法有 4！$=24$ 種

事件 A：恰兩個數字位置不變的排列有 $C^4_2=6$

事件 B：每個數字位置都改變的排列如下，若 1 的位置改為 2，則

1	2	3	4
2	1	4	3
	3	4	1
	4	1	3

因此，共有 $3\times3=9$ 種排列每個數字都改變

$P(A)=\frac{6}{24}=\frac{1}{4}$　　$P(B)=\frac{9}{24}=\frac{3}{8}$.

3.擲一粒骰子三次,(1)第三次出現 1 點的機率為_______,(2)第一次或第三次出現奇數點的機率為_________.

解答 (1) $\frac{1}{6}$;(2) $\frac{3}{4}$

解析 (1)擲一粒骰子三次，第三次出現 1 的機率=$\frac{6\times6\times1}{6^3}=\frac{1}{6}$

(2)第一次或第三次出現奇數點的機率=$\frac{3\times6\times6+6\times6\times3-3\times6\times3}{6^3}=\frac{18+18-9}{6^2}=\frac{3}{4}$.

4.袋中有 3 個紅球，2 個白球，1 個黑球，每球被取的機會相同，

(1)若一次取兩球，則兩球同色的機率為____________ .

(2)若一次取三球，則三球均不同色的機率為____________ .

解答 (1) $\frac{4}{15}$;(2) $\frac{3}{10}$

解析 (1)設一次取兩球的樣本空間 S，$n(S)=C^6_2=15$，取到兩球同色的事件 A，

$n(A)=C^3_2+C^2_2=4$，所以 $P(A)=\frac{4}{15}$.

(2)一次取三球，三球均不同色的機率=$\dfrac{C_1^3C_1^2C_1^1}{C_3^6}=\dfrac{6}{20}=\dfrac{3}{10}$.

5.袋中有 10 張籤條，其中 3 張有獎，今從袋中一次抽取一張籤條，共取 10 次，將籤條取完，則

(1)第二張中獎的機率為＿＿＿＿＿＿，(2)第八張中獎的機率為＿＿＿＿＿＿ .

解答 (1)$\dfrac{3}{10}$;(2)$\dfrac{3}{10}$

解析 (1)第二張中獎的機率 $=\dfrac{3\times 9!}{10!}=\dfrac{3}{10}$. (2)第八張中獎的機率 $=\dfrac{3\times 9!}{10!}=\dfrac{3}{10}$.

6.一不公正骰子，每面出現之機率與其點數成正比，擲此骰子 2 次，求點數和為 10 之機率為＿＿＿＿＿＿ .

解答 $\dfrac{73}{441}$

解析 $P(1):P(2):P(3):P(4):P(5):P(6)=k:2k:3k:4k:5k:6k$

$\Rightarrow\quad k+2k+3k+4k+5k+6k=21k=1\quad\Rightarrow\quad k=\dfrac{1}{21}$

點數和為 10 的情形有(4，6)，(5，5)，(6，4)故所求 $=\dfrac{4}{21}\times\dfrac{6}{21}+\dfrac{5}{21}\times\dfrac{5}{21}+\dfrac{6}{21}\times\dfrac{4}{21}=\dfrac{73}{441}$.

7.自一副撲克（A poker hand）牌 52 張中任取 5 張，求

(1)張牌成為「富而好施」(Full house)，即點數如(x,x,y,y,y)的形式，但 x,y 是不同點數的機率為＿＿＿＿＿＿.

(2)5 張牌成為「兩對」(Two pairs)，即點數如(x,x,y,y,z)的形式，但 x,y,z 是不同點數的機率為＿＿＿＿＿＿.

解答 (1)$\dfrac{6}{4165}$;(2)$\dfrac{198}{4165}$

解析 (1) $p=\dfrac{P_2^{13}C_2^4C_3^4}{C_5^{52}}=\dfrac{13\times 12\times 6\times 4}{\dfrac{52\times 51\times 50\times 49\times 48}{1\times 2\times 3\times 4\times 5}}=\dfrac{6}{4165}$.

(2) $p=\dfrac{C_2^{13}C_1^{11}C_2^4C_2^4C_1^4}{C_5^{52}}=\dfrac{13\times 6\times 11\times 6\times 6\times 4}{\dfrac{52\times 51\times 50\times 49\times 48}{1\times 2\times 3\times 4\times 5}}=\dfrac{198}{4165}$.

8.將 3 個球任意投入 3 個不同的袋中，每次投一個球，連續投 3 次，則

(1)每個袋子均有球的機率為＿＿＿＿＿＿ .

(2)3 個球均投入同一袋中的機率為＿＿＿＿＿＿ .

解答 (1)$\dfrac{2}{9}$;(2)$\dfrac{1}{9}$

解析 令樣本空間為 S，則 $n(S)=3^3=27$

(1)每個袋子均有球的事件 A，則

$n(A)=$ 將 3 個不同球排在 3 個相異袋子的排列數$=3!=6\quad\therefore\quad P(A)=\dfrac{6}{27}=\dfrac{2}{9}$.

(2)3 個球全放在同一袋中的排列數 $=3\quad\therefore$ 機率 $=\dfrac{3}{27}=\dfrac{1}{9}$.

9.若甲、乙兩人各擲一枚公正的骰子一次，則甲的點數大於乙的點數的機率為＿＿＿＿＿＿ .

解答 $\dfrac{5}{12}$

解析　甲的點數 ＝ 乙的點數的機率為 $\frac{6}{36}$　∴　甲的點數大於乙的點數的機率為 $\frac{1}{2}(1-\frac{6}{36})=\frac{5}{12}$.

10.設 a，b，c，d 為 1，2，3，4 四個數的任意排列，則

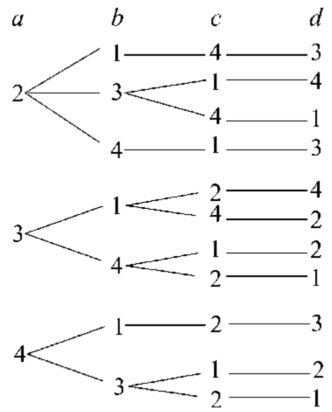
(1)$(a-1)(b-2)(c-3)\neq 0$ 的機率為____________,(2)$(a-1)(b-2)(c-3)(d-4)=0$ 的機率為____________.

解答　(1)$\frac{11}{24}$;(2)$\frac{5}{8}$

解析　a，b，c，d 是 1，2，3，4 的任意排列

(1)〈方法一〉:

欲使 $(a-1)(b-2)(c-3)\neq 0$，則 $a\neq 1$，$b\neq 2$，$c\neq 3$，滿足這條件的排列如下



共有 11 種排列，所以 $(a-1)(b-2)(c-3)\neq 0$ 的機率 $=\frac{11}{4!}=\frac{11}{24}$

〈方法二〉:

所有排法－(a 排 1 或 b 排 2 或 c 排 3)

$=4!-(3!\times 3-2!\times 3+1)\quad =24-(18-6+1)=24-13=11$

∴　所求機率為 $\frac{11}{4!}=\frac{11}{24}$.

(2)欲使 $(a-1)(b-2)(c-3)(d-4)=0$，則 $a=1$ 或 $b=2$ 或 $c=3$ 或 $d=4$

設 $a=1$，$b=2$，$c=3$，$d=4$ 的排列分別形成 A，B，C，D 集合

則 $n(A)=n(B)=n(C)=n(D)=3!$

$n(A\cap B)=n(B\cap C)=n(C\cap D)=n(D\cap A)=n(A\cap C)=n(B\cap D)=2!$

$n(A\cap B\cap C)=n(A\cap B\cap D)=n(A\cap C\cap D)=n(B\cap C\cap D)=1$

$n(A\cap B\cap C\cap D)=1$，所以 $n(A\cup B\cup C\cup D)=4\times 3!-6\times 2!+4\times 1!-1=15$

所以 $(a-1)(b-2)(c-3)(d-4)=0$ 的機率 $=\frac{15}{24}=\frac{5}{8}$.

11.擲一公正骰子 4 次，

(1)求恰有 3 次點數相同之機率____________ .

(2)若出現點數為 a，b，c，d，則滿足 $(a-b)(b-c)(c-d)(d-a)\neq 0$ 之機率為____________ .

解答　(1)$\frac{5}{54}$;(2)$\frac{35}{72}$

解析　(1)$p=\frac{C_3^4P_2^6}{6^4}=\frac{120}{1296}=\frac{5}{54}$.

(2)$(a-b)(b-c)(c-d)(d-a)\neq 0$

$\Rightarrow \quad a \neq b$ 且 $b \neq c$ 且 $c \neq d$ 且 $d \neq a$

a	d
b	c

同左圖之塗色

分兩種情況討論：

① $a=c$，則有 $\underset{a}{6} \times \underset{c}{1} \times \underset{b}{5} \times \underset{d}{5} = 150$

② $a \neq c$，則有 $\underset{a}{6} \times \underset{c}{5} \times \underset{b}{4} \times \underset{d}{4} = 480$

$\therefore \quad p = \dfrac{150+480}{6^4} = \dfrac{630}{6^4} = \dfrac{35}{72}$.

12.六對夫婦參加一家庭舞會，若舞伴是以抽籤的方式來決定的，則至少有一對夫妻共舞的機率為________ .

解答 $\dfrac{91}{144}$

解析 P(至少有一對夫妻共舞) $=1-P$(沒有夫妻共舞)

$=1-\dfrac{C_0^6 \times 6! - C_1^6 \times 5! + C_2^6 \times 4! - C_3^6 \times 3! + C_4^6 \times 2! - C_5^6 \times 1! + C_6^6 \times 0!}{6!}$

$=1-\dfrac{1}{720}(720-720+360-120+30-6+1) = 1-\dfrac{265}{720} = \dfrac{91}{144}$.

13.有六雙大小分別不同的鞋子（共 12 隻），假設每隻鞋被選出的機會均等，今從其中任意挑選出四隻，試求此四隻恰為匹配的兩雙的機率為____________ .

解答 $\dfrac{1}{33}$

解析 全部挑法有 C_4^{12} 種，挑出恰為匹配的兩雙有 C_2^6 種 $\therefore$ 機率為 $\dfrac{C_2^6}{C_4^{12}} = \dfrac{15}{495} = \dfrac{1}{33}$.

14.甲、乙、丙、丁、戊，五人排成一列，甲不排首，乙不排末之機率為____________ .

解答 $\dfrac{13}{20}$

解析 利用排容原理

任意排 $-$(甲排首)$-$(乙排末)$+$(甲排首且乙排末)$=5!-4!-4!+3!=120-48+6=78$

故所求機率為 $\dfrac{78}{120} = \dfrac{13}{20}$.

15.袋中有 5 紅球，3 白球；今任取 3 球，每球被取到的機會相等，則 3 球中至少 2 紅球之機率為____________ .

解答 $\dfrac{5}{7}$

解析 3 球中，至少 2 紅球 $\Rightarrow$ 2 紅 1 白及 3 紅球，所求機率 $=\dfrac{C_2^5 \times C_1^3 + C_3^5}{C_3^8} = \dfrac{30+10}{56} = \dfrac{5}{7}$.

16.從 5 雙不同花色的襪子中，任取 4 隻，每隻被取到的機會相等，則此 4 隻，恰成一雙機率為____________ .

解答 $\dfrac{4}{7}$

解析 4 隻恰成一雙 $\Rightarrow$ 一雙及來自不同的二雙之一，所求機率 $=\dfrac{C_1^5\times C_2^4\times 2^2}{C_4^{10}}=\dfrac{5\times 6\times 4}{210}=\dfrac{4}{7}$.

17.投 3 粒公正的骰子，出現最大點數為 5，最小點數為 2 的機率為____________ .

解答 $\dfrac{1}{12}$

解析 最大點數 5，最小點數 2，可作以下分類

(5，5，2) → 3；(5，2，2) → 3；(5，2， x) → $2\times 3!=12$（x 可為 3，4）

所求機率 $=\dfrac{18}{216}=\dfrac{1}{12}$.

18.重複投擲一公正骰子，令 x_i 表第 i 次所擲出的點數，則

(1) $x_1\le x_2\le x_3$ 的機率為____________ . (2) $x_1<x_2<x_3$ 的機率為____________ .

(3)合於 $x_1+x_2+x_3+x_4=7$ 的機率為____________ .

解答 (1) $\dfrac{7}{27}$;(2) $\dfrac{5}{54}$;(3) $\dfrac{5}{324}$

解析 (1) $x_1\le x_2\le x_3$ 表投擲 3 次所出現點數可相同，但須依大小順序排列

其個數相當於從 6 類點數中任取 3 個的重複組合數，故機率為 $\dfrac{H_3^6}{6^3}=\dfrac{C_3^8}{6^3}=\dfrac{7}{27}$.

(2) $x_1<x_2<x_3$，此事件元素個數為從 6 個點數中任取 3 個相異點的組合數 故機率為 $\dfrac{C_3^6}{6^3}=\dfrac{5}{54}$.

(3) $x_1+x_2+x_3+x_4=7$ 表投擲 4 次所出現點數和 $=7$， 此事件相當於 $x_1+x_2+x_3+x_4=7$

且 $1\le x_1$， x_2， x_3， $x_4\le 6$ 的正整數解的組數，故機率為 $\dfrac{H_3^4}{6^4}=\dfrac{C_3^6}{6^4}=\dfrac{5}{324}$.

19.假設每個人在十二個生肖年份出生的機會均等，若想找到生肖屬「鼠」的人，則至少需要找____________個人，才能使找到的機率大於 $\dfrac{3}{5}$.（已知 $\log 1.1=0.0414$， $\log 1.2=0.0792$， $\log 2=0.3010$）

解答 11

解析 設至少需要找 n 人，

又生肖不屬於「鼠」的機率為 $\dfrac{11}{12}$

$\Rightarrow\ 1-(\dfrac{11}{12})^n>\dfrac{3}{5}$， $\therefore (\dfrac{11}{12})^n<\dfrac{2}{5}$

$\Rightarrow\ n\log\dfrac{11}{12}<\log\dfrac{2}{5}$

$\Rightarrow n(\log 11-\log 12)<\log 2-\log 5$

$\Rightarrow n[(1+\log 1.1)-(1+\log 1.2)]<\log 2-(1-\log 2)$

$\Rightarrow n(0.0414-0.0792)<2\times 0.3010-1$

$\Rightarrow n(-0.0378)<-0.3980$

$\Rightarrow n>10.5\cdots$ $\therefore n$ 至少為 11 .

20.某一水果商批發了 10 箱水果，從中任選 2 箱做農藥檢驗，若驗出任一箱水果的農藥過量，則整批水果退貨．若 10 箱中恰有 2 箱水果所含的農藥過量，則這批水果被退貨的機率為____________ .

解答 $\dfrac{17}{45}$

解析 所求 $p=\dfrac{C_2^2+C_1^2C_1^8}{C_2^{10}}=\dfrac{1+16}{45}=\dfrac{17}{45}$　或 $p=1-P(\text{通過})=1-\dfrac{C_2^8}{C_2^{10}}=1-\dfrac{28}{45}=\dfrac{17}{45}$.

21.美美申辦提款卡時，依銀行規定須自訂六個阿拉伯數字排成一組密碼，某天美美欲提款時發現她忘了正確密碼，只記得是由 1，3，5，7，9，0 六個數字排成的，提款機設定當輸入的密碼錯誤達三次時，會沒收該提款卡，美美嘗試輸入不同密碼，則她的提款卡會被沒收的機率是多少？__________ .

解答 $\dfrac{239}{240}$

解析 Sol 一 $6!=720$

所求=$\dfrac{C_3^{719}}{C_3^{720}}=\dfrac{239}{240}$

Sol 二所求 $=\dfrac{6!-1}{6!}\times\dfrac{6!-2}{6!-1}\times\dfrac{6!-3}{6!-2}=\dfrac{717}{720}=\dfrac{239}{240}$.

22.袋中有三個一樣大小的球，分別標示 1 分、2 分、3 分．自袋中取出一球後放回，記錄得分並累加，若取出各球之機率皆相等，則抽三次後總分為 6 分的機率為__________ .

解答 $\dfrac{7}{27}$

解析 (1, 2, 3)：$\dfrac{1}{3}\times\dfrac{1}{3}\times\dfrac{1}{3}\times3!=\dfrac{2}{9}$，(2, 2, 2)：$\dfrac{1}{3}\times\dfrac{1}{3}\times\dfrac{1}{3}=\dfrac{1}{27}$，$\therefore$所求為 $\dfrac{2}{9}+\dfrac{1}{27}=\dfrac{7}{27}$.

23.「庭院深深深幾許」七個字任意排成一列，恰有兩個深相鄰的機率為__________ .

解答 $\dfrac{4}{7}$

解析 $\dfrac{4!\times P_2^5}{\frac{7!}{3!}}=\dfrac{4}{7}$.

24.從 1, 2, 3, ⋯, 9 等 9 個數字中，不可重複的取 4 個數字作出一個四位整數，則作出的四位數中任意兩個數字都不是連續整數的機率為__________ .

解答 $\dfrac{5}{42}$

解析 $\dfrac{4!\times C_4^6}{P_4^9}=\dfrac{24\times15}{9\times8\times7\times6}=\dfrac{5}{42}$.

25.同時擲 3 粒公正的骰子，求點數和為 9 的機率為________種．

解答 $\dfrac{25}{216}$

解析 (1，2，6) → 3! = 6，(1，3，5) → 3! = 6，(1，4，4) → $\dfrac{3!}{2!}=3$，

(2，2，5) → $\dfrac{3!}{2!}=3$，(2，3，4) → 3! = 6，(3，3，3) = 1

$p=\dfrac{6+6+3+3+6+1}{6^3}=\dfrac{25}{216}$.

26.投擲三粒公正骰子一次，當點數和為 k 點時機率最大，令此時機率為 r，問數對(k, r)＝______ .（有兩解）

解答 $(10, \dfrac{1}{8})$，$(11, \dfrac{1}{8})$

解析

和	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	⋯
個	1	3	6	10	15	21	25	27	27	25	⋯

$\therefore (10,\frac{27}{216})=(10,\frac{1}{8})$，$(11,\frac{27}{216})=(11,\frac{1}{8})$．

27.四人玩剪刀、石頭、布之猜拳遊戲，只有一人獲勝之機率＝____________．

解答 $\frac{4}{27}$

解析 $P(\text{只有 1 人贏})=\dfrac{\overset{\text{4人選1人}}{C_1^4}\cdot\overset{\substack{(\text{刀、布、布、布})\\(\text{石、刀、刀、刀})\\(\text{布、石、石、石})}}{3}}{3^4}=\dfrac{4}{27}$．

28.每次段考後，導師必公開公平地依序從籤筒中抽籤重排座位，問該班 40 人中第 13 支籤抽中 13 號之機率＝____________．

解答 $\frac{1}{40}$

解析 $p=\dfrac{39!}{40!}=\dfrac{1}{40}$．

29.甲、乙、丙，⋯等 6 人平分成 3 組，則甲、乙、丙 3 人中任 2 人必不在同一組的機率為____________．

解答 $\frac{2}{5}$

解析 $p=\dfrac{(C_1^3\times C_1^2\times C_1^1\times\frac{1}{3!})\times 3!}{C_2^6C_2^4C_2^2\times\frac{1}{3!}}=\dfrac{2}{5}$．

30.袋中有大小不同的鞋子 5 雙，今自袋中任取 4 隻鞋子，試問恰含 1 雙鞋子之機率為____________．

解答 $\frac{4}{7}$

解析 $p=\dfrac{\overset{\text{成雙}}{C_1^5}\times\overset{\text{不成雙}}{(C_2^4\times 2^2)}}{C_4^{10}}=\dfrac{4}{7}$．

31.有 4 個人同時玩猜拳（剪刀、石頭、布）遊戲 1 次，則恰有 3 人獲勝的機率為____________．

解答 $\frac{4}{27}$

解析 $p=\dfrac{C_3^4\times 3}{3^4}=\dfrac{4}{27}$．