

高雄市明誠中學 高一數學平時測驗					日期：105.04.22	
範圍	2-2.3 排列，組合	班級	一年__班	姓名		
		座號				

一、填充題(每題 10 分)

1. 5 個男孩，5 個女孩排成一列，求：

(1) 若任意兩個女孩都不相鄰，則有_____種排法。

(2) 若男孩全不相鄰，女孩也全不相鄰，則有_____種排法。

解答 (1)86400;(2)28800

解析 (1)先排 5 個男孩，有 $5!$ 種方法，



然後將 5 個女孩排在 6 個間隔（含首末）中的 5 個位置，有 P_5^6 種方法，

所以 9 個人排列法有 $5! \times P_5^6 = 86400$ 。

(2)先排 5 個男孩，有 $5!$ 種方法，



男孩、女孩同性均不相鄰，如圖所示，女孩只能排左起連續五個間隔，或右起連續五個間隔，所以有 $5! \times 2$ 種排法。因此 9 個人的排列共有 $5! \times 5! \times 2 = 28800$ 種方法。

2. 從 1, 2, ..., 20 中，任取相異三數，求：

(1) 乘積是偶數者有_____種取法。 (2) 和是 3 的倍數者有_____種取法。

解答 (1)1020;(2)384

解析 (1)全 - (三數皆為奇數) = $C_3^{20} - C_3^{10} = 1140 - 120 = 1020$ 。

(2)分成 $A_1 = \{3, 6, 9, 12, 15, 18\}$,

$$A_2 = \{1, 4, 7, 10, 13, 16, 19\},$$

$$A_3 = \{2, 5, 8, 11, 14, 17, 20\},$$

和是 3 的倍數有 ① A_1 取 3 個；② A_2 取 3 個；③ A_3 取 3 個；④ A_1, A_2, A_3 各取一個，

有 $C_3^6 + C_3^7 + C_3^7 + C_1^6 \cdot C_1^7 \cdot C_1^7 = 20 + 35 + 35 + 294 = 384$ 種取法。

3. 5 粒不同的糖果分給 3 個人，求：

(1) 如果每個人分得的個數不限，有_____種方法。 (2) 如果每個人至少一粒，有_____種方法。

解答 (1)243;(2)150

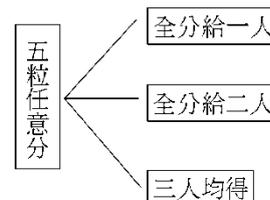
解析 (1)5 粒不同的糖果，任意分給 3 人，有 $3^5 = 243$ 種分法。

(2)SOL 一:如樹狀圖，

①全分給一人的分法，有 $C_1^3 \times 1^6 = 3$ 種，

②全分給二人的分法 $C_2^3 \times (2^5 - 2) = 90$,

每人均得到糖果的分法有 $3^5 - (3 + 90) = 150$ 種。



SOL 二: $C_0^3 \times 3^5 - C_1^3 \times 2^5 + C_2^3 \times 1^5 - C_3^3 \times 0^5 = 150$

4. 「tennessee」一字中，求：

- (1)各字母重排，有_____種排法。
 (2)若同字母須相鄰，有_____種排法。

解答 (1)3780;(2)24

解析 (1) $\frac{9!}{4!2!2!} = 3780$ (種) (9個字母中，有4個e，2個n，2個s，1個t)。

(2)如t, e, n, s四個字母全取排列數 $4! = 24$ (種)。

A•		B•

5.如圖中至少包含A或B兩點之一的長方形共有_____個。

解答 15

解析 包含A點的長方形有 $C_1^1 C_1^3 \times C_1^3 C_1^1 = 9$ ，包含B點的長方形有 $C_1^3 C_1^1 \times C_1^3 C_1^1 = 9$ ，

包含A, B的長方形有 $C_1^1 C_1^1 \times C_1^3 C_1^1 = 3$ ， \therefore 包含A或B者有 $9+9-3=15$ 個。

6.將8件不同的物品，全部分給甲、乙、丙三人，

- (1)每人至少得一件，分法有_____種。
 (2)甲至少得一件、乙至少得二件、丙至少得三件，分法有_____種。

解答 (1)5796;(2)2268

解析 (1) $3^8 - 3 \times 2^8 + 3 \times 1^8 = 5796$ 。

	甲	乙	丙	方法
(2)	3	2	3	$C_3^8 C_2^5 = 560$
	2	3	3	$C_2^8 C_3^6 = 560$
	2	2	4	$C_2^8 C_2^6 = 420$
	1	4	3	$C_1^8 C_4^7 = 280$
	1	3	4	$C_1^8 C_3^7 = 280$
	1	2	5	$C_1^8 C_2^7 = 168$

共 $560 + 560 + 420 + 280 + 280 + 168 = 2268$ 。

7.有6件不同的玩具，分給甲、乙、丙三位兒童，則：

- (1)任意分，每人可兼得的分法有_____種。
 (2)甲分得4件，乙、丙各分得1件的分法有_____種。
 (3)乙、丙二人至少各分得1件的分法有_____種。

解答 (1)729;(2)30;(3)602

解析 (1)任意分，每一件玩具可分給甲、乙、丙任一人，分法有3種， \therefore 所有分法有 $3^6 = 729$ 種。

(2)SOL:先將6件玩具，任意排列後，再將甲甲甲甲乙丙排在其位置上，分法有 $\frac{6!}{4!1!1!} = 30$ 種。

SOL二:分成4.1.1的三堆再分給甲、乙、丙三位兒童 $\frac{C_4^6 \times C_1^2 \times C_1^1}{2!} \times 1 \times 2! = 30$

(3)乙、丙至少各得1件的分法 = 所有分法 - (乙沒有或丙沒有)
 $= 3^6 - (2^6 + 2^6 - 1^6) = 729 - 127 = 602$ 。

8. 試求下式之值： $C_2^3 + C_2^4 + C_2^5 + C_2^6 + \cdots + C_2^{20} = \underline{\hspace{2cm}}$.

解答 1329

解析 原式 = $C_2^3 + C_3^3 + C_2^4 + C_2^5 + C_2^6 + \cdots + C_2^{20} - 1 = C_3^4 + C_2^4 + \cdots + C_2^{20} - 1$
 $= \cdots = C_3^{21} - 1 = 1329$.

9. 啦啦隊競賽規定每隊 8 人，且每隊男、女生均至少要有 2 人。某班共有 4 名男生及 7 名女生想參加啦啦隊競賽，若由此 11 人中依規定選出 8 人組隊，則共有 種不同的組隊方法。

解答 161

解析 男生、女生人數的組合如下：

男生	2	3	4
女生	6	5	4

其組隊方法共有 $C_2^4 \times C_6^7 + C_3^4 \times C_5^7 + C_4^4 \times C_4^7 = 42 + 84 + 35 = 161$ 種。

10. 「attention」一字中的字母，每次取出 5 個字母，則：

(1) 組合數 = .

(2) 排列數 = .

解答 (1)41;(2)2250

解析 「attention」一字的字母中，有 3 個 t，2 個 n，1 個 a，1 個 e，1 個 i，1 個 o，取出 5 個字母分成五類：

	取法	排法
① 三同二同	$C_1^1 \times C_1^1 = 1$	$1 \times \frac{5!}{3!2!}$
② 三同二異	$C_1^1 \times C_2^5 = 10$	$10 \times \frac{5!}{3!}$
③ 二同二同一異	$C_2^2 \times C_1^4 = 4$	$4 \times \frac{5!}{2!2!}$
④ 二同三異	$C_1^2 \times C_3^5 = 20$	$20 \times \frac{5!}{2!}$
⑤ 五異	$C_5^6 = 6$	$6 \times 5!$

故(1)組合數 = $1 + 10 + 4 + 20 + 6 = 41$.

$$(2) \text{排列數} = 1 \times \frac{5!}{3!2!} + 10 \times \frac{5!}{3!} + 4 \times \frac{5!}{2!2!} + 20 \times \frac{5!}{2!} + 6 \times 5!$$

$$= 10 + 200 + 120 + 1200 + 720 = 2250 .$$

11. 某動物園的遊園列車共有 7 節車廂，依序編號 1 到 7，今想將每節車廂畫上一種動物。如果其中的兩節車廂畫企鵝，另兩節車廂畫無尾熊，剩下的三節車廂畫上貓熊，並且要求最中間的三節車廂必須有企鵝、無尾熊及貓熊，則 7 節車廂一共有 種畫法。

解答 72

解析 中間三節車廂的畫法有 $3! = 6$ (種)，

剩下的左右共四節車廂，要畫一節企鵝、一節無尾熊、二節貓熊，

畫法有 $\frac{4!}{2!} = 12$ (種)，得共有 $6 \times 12 = 72$ (種)。

12.有 12 個人, A, B, C 是其中 3 人, 自此 12 人中, 選出 5 人,

(1) A 必選, 有_____種選法 .

(2) A, B 恰一人入選, 有_____種選法 .

(3) A, B, C 中, 至少有一人入選, 有_____種選法 .

解答 (1)330;(2)420;(3)666

解析 (1) $C_{5-1}^{12-1} = C_4^{11} = 330$ (種) .

(2) A, B 中選 1 人, 再由其餘 10 人選 4 人 $\Rightarrow C_1^2 \cdot C_4^{10} = 2 \times 210 = 420$.

(3)(A, B, C 至少一人入選) = 全 - (A, B, C 均不選) $\Rightarrow C_5^{12} - C_5^{12-3} = 792 - 126 = 666$ (種) .

13.有 9 個兒童,

(1)分成三組, 每組 3 人, 有_____種分組 .

(2)分成 A, B, C 三組, 每組三人, 有_____種分法 .

解答 (1)280;(2)1680

解析 (1) $\frac{C_3^9 \times C_3^6 \times C_3^3}{3!} = 280$ (種) .

(2) $\frac{C_3^9 \times C_3^6 \times C_3^3}{3!} \times 3! = 1680$ (種) .

14.小明與小美玩猜數字遊戲, 小明寫一個六位數, 由小美來猜; 小美第一次猜 751682, 小明說六個數字都對, 但恰只有二個數字的所在位數正確, 其他數字所在的位數全不對, 則小美最多再猜_____次才能猜對 .

解答 134

解析 六個位置挑 2 個擺正確數字, 其餘四個位置錯排

共有 $C_2^6(4! - C_1^4 \cdot 3! + C_2^4 \cdot 2! - C_3^4 \cdot 1! + C_4^4 \cdot 0!) = 15 \times 9 = 135$ 個錯誤, 故最多再猜 134 次 .

15.設 $n, m \in \mathbb{N}$, 若 $C_m^{n-1} : C_m^n : C_m^{n+1} = 6 : 9 : 13$, 則 $n =$ _____ .

解答 12

解析 $C_m^{n-1} : C_m^n : C_m^{n+1} = 6 : 9 : 13$

$$\Rightarrow \frac{(n-1)!}{m!(n-1-m)!} : \frac{n!}{m!(n-m)!} : \frac{(n+1)!}{m!(n+1-m)!} = 6 : 9 : 13$$

$$\text{約分} \Rightarrow \frac{1}{1} : \frac{n}{n-m} : \frac{(n+1)n}{(n-m+1)(n-m)} = 6 : 9 : 13$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 1 : \frac{n}{n-m} = 6 : 9 \\ \frac{n}{n-m} : \frac{(n+1)n}{(n-m+1)(n-m)} = 9 : 13 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} n-3m=0 \\ 4n-13m+4=0 \end{cases} \Rightarrow n=12, m=4 .$$

16.在下週一至週日的 7 天中選擇不相連的 2 天來進行跑步氧訓, 共有_____種選法 .

解答 15

解析 SOL 一: 所求 = (7 天中任取二天的方法數) - (選擇相鄰二天的方法數) = $C_2^7 - 6 = 15$.

SOL 二: 如 2 個 \bigcirc 與 5 個 \times 的排列, 且 2 個 \bigcirc 不相鄰 $\frac{5!}{5!} \times \frac{P_2^6}{2!} = 15$