

高雄市明誠中學 高一數學平時測驗					日期：105.02.25	
範圍	1-1.2 數列級數	班級	一年__班	姓名		
		座號				

一、填充題(每題 10 分)

1.若等差數列 $\langle a_n \rangle$ 中, $a_3 = 8$, $a_7 = 20$, 則

(1) $a_1 =$ _____ . (2) 公差 $d =$ _____ . (3) 一般項 $a_n =$ _____ .

解答 (1)2;(2)3;(3) $3n - 1$

解析 $a_3 = a_1 + 2d = 8 \cdots \cdots \textcircled{1}$

$$a_7 = a_1 + 6d = 20 \cdots \cdots \textcircled{2}$$

$$\textcircled{2} - \textcircled{1}: 4d = 12 \Rightarrow d = 3 \text{ 代入 } \textcircled{1} \text{ 得 } a_1 = 2,$$

$$a_n = a_1 + (n - 1)d = 2 + (n - 1) \times 3 = 3n - 1 .$$

2.已知等差數列 $\langle a_k \rangle$ 中, $a_7 = 41$, $a_{11} = 65$, 則 $a_{21} =$ _____ .

解答 125

解析 設公差為 d , 首項為 a , 則

$$a + 6d = 41 \cdots \cdots \textcircled{1}$$

$$a + 10d = 65 \cdots \cdots \textcircled{2}$$

$$\textcircled{2} - \textcircled{1} \text{ 得 } 4d = 24, d = 6, \text{ 代入 } \textcircled{1} \text{ 得 } a = 5,$$

$$\therefore a_{21} = a + 20d = 5 + 20 \times 6 = 125 .$$

3.有一等比數列, 第 2 項是 6, 第 5 項是 48, 則第 10 項為 _____ .

解答 1536

解析 $a_n = a_1 r^{n-1}$,

$$a_2 = a_1 r = 6 \cdots \cdots \textcircled{1}$$

$$a_5 = a_1 r^4 = 48 \cdots \cdots \textcircled{2}$$

$$\frac{\textcircled{2}}{\textcircled{1}}: r^3 = 8 \Rightarrow r = 2,$$

$$a_{10} = a_1 r^9 = (a_1 r^4) r^5 = 48 \times 2^5 = 1536 .$$

4.等比數列 $\langle a_n \rangle$ 中, 依序為 $\sqrt{2} - 1, 1, \sqrt{2} + 1, \dots$, 則此數列第 n 項 $a_n =$ _____ .

解答 $(\sqrt{2} + 1)^{n-2}$

解析 $r = \frac{1}{\sqrt{2} - 1} = \sqrt{2} + 1, \therefore a_n = a_1 r^{n-1} = (\sqrt{2} - 1)(\sqrt{2} + 1)^{n-1} = (\sqrt{2} + 1)^{n-2}.$

5.有一等比數列 1, 3, 9, ..., 前 n 項之和為 1093, 則項數 $n =$ _____ .

解答 7

解析 此數列首項 $a_1 = 1$, 公比 $r = 3$, $S_n = 1093$,

$$S_n = \frac{a_1(r^n - 1)}{r - 1},$$

$$1093 = \frac{1 \cdot (3^n - 1)}{3 - 1} \Rightarrow 3^n = 2187 \Rightarrow n = 7.$$

6. 已知一個等比數列 $\langle a_k \rangle$, $a_4 = 16$, $a_6 = 64$, 則 $a_1 + a_2 + \dots + a_{10} =$ _____ .

解答 2046 或 682

解析 設首項為 a , 公比為 r , 則

$$a_4 = 16 \Rightarrow ar^3 = 16 \dots\dots ①$$

$$a_6 = 64 \Rightarrow ar^5 = 64 \dots\dots ②$$

$$\frac{②}{①} \Rightarrow r^2 = 4, \therefore r = \pm 2 .$$

$$(1) r = 2 \text{ 時, 代入 } ① \Rightarrow a = 2, \quad a_1 + a_2 + \dots + a_{10} = \frac{2(2^{10} - 1)}{2 - 1} = 2046 .$$

$$(2) r = -2 \text{ 時, 代入 } ① \Rightarrow a = -2, \quad a_1 + a_2 + \dots + a_{10} = \frac{(-2)[1 - (-2)^{10}]}{1 - (-2)} = 682 .$$

7. 有一等差數列共有 6 項, 其和為 -87 , 首項比末項小 25, 求此數列的末項為 _____ .

解答 -2

解析 設首項為 a_1 , 末項為 a_n , $S_n = \frac{n(a_1 + a_n)}{2}$, $S_6 = \frac{6(a_1 - 25 + a_n)}{2} = -87 \Rightarrow a_n = -2$.

8. 求等差級數 $20 + 18\frac{4}{5} + 17\frac{3}{5} + \dots$ 至第 10 項的和為 _____ .

解答 146

解析 公差 $d = 18\frac{4}{5} - 20 = -1\frac{1}{5}$, \therefore 總和 $S_{10} = \frac{10[2 \times 20 + (10 - 1)(-1\frac{1}{5})]}{2} = 146$.

9. 有一等差級數 $1.5 + 1.8 + 2.1 + \dots$ 到第 n 項的和為 60, 求 n 之值為 _____ .

解答 16

解析 $a_1 = 1.5$, $d = 1.8 - 1.5 = 0.3$, $S_n = 60$,

$$S_n = \frac{n[2a_1 + (n-1)d]}{2} = \frac{n[3 + (n-1) \cdot 0.3]}{2} = 60$$

$$\Rightarrow n^2 + 9n - 400 = 0 \Rightarrow (n + 25)(n - 16) = 0$$

$$\Rightarrow \therefore n = -25 \text{ (不合)}, \therefore n = 16 .$$

10. 若等比級數 $1 - 3 + 3^2 - 3^3 + \dots + 3^{16}$ 之和為 $\frac{1+b^c}{a}$ (a, b, c 為整數且 $c > b$), 則 $a + b + c =$ _____ .

解答 24

解析 依等比級數和之公式 $= \frac{1 \cdot [1 - (-3)^{17}]}{1 - (-3)} = \frac{1 + 3^{17}}{4}$, $\therefore (a, b, c) = (4, 3, 17) \Rightarrow a + b + c = 24$.