高雄市明誠中學 高一數學平時測驗 日期：104.12.31.					
範圍	3-3.4 對數函數(B)	班級	一年____班	姓名	
		座號			

一、填充題(每題 10 分)

1. 化簡：$(\log_3 25+\log_9 5)(\log_5 9+\log_{25} 3)=$______.

答案：$\dfrac{25}{4}$

解析：原式$=(\log_9 5^4+\log_9 5)(\log_{25} 9^2+\log_{25} 3)$

$=(\log_9 5^5)\cdot(\log_{25} 3^5)$

$=(5\log_9 5)(5\log_{25} 3)$

$=25(\log_9 5\cdot\log_{25} 3)$

$=25(\log_{81} 25\cdot\log_{25} 3)$

$=25\log_{81} 3$

$=\dfrac{25}{4}$

2. 若$\log_6 2=a, \log_6 7=b$，試以 a, b 表示$\log_{112} 42=$______.

答案：$\dfrac{1+b}{4a+b}$

解析：$\log_{112} 42=\dfrac{\log_6 42}{\log_6 112}=\dfrac{\log_6 (6\times 7)}{\log_6 (16\times 7)}=\dfrac{\log_6 6+\log_6 7}{\log_6 2^4+\log_6 7}=\dfrac{1+b}{4a+b}$

3. 若$a=\log_5 2,\ b=\log_{50} 4$，則$\dfrac{a-b}{ab}=$________.

答案：$\dfrac{1}{2}$

解析：$\dfrac{a-b}{ab}=\dfrac{1}{b}-\dfrac{1}{a}=\log_4 50-\log_2 5=\log_4 50-\log_4 25=\log_4 \dfrac{50}{25}=\log_4 2=\dfrac{1}{2}$

4. 解：$5^{2\log_5 3}=3x+4$，則$x=$______.

答案：$\dfrac{5}{3}$

解析：$5^{\log_5 9}=9=3x+4 \Rightarrow 3x=5 \Rightarrow x=\dfrac{5}{3}$

5. 設 a,b,c 為正整數，若$a\log_{520} 2+b\log_{520} 5+c\log_{520} 13=3$，則$a+b+c=$__________。

答案：15

解析：$a\log_{520} 2+b\log_{520} 5+c\log_{520} 13=3$

$\Rightarrow \log_{520} 2^a+\log_{520} 5^b+\log_{520} 13^c=3$

$\Rightarrow \log_{520} 2^a\cdot 5^b\cdot 13^c=3 \Rightarrow 520^3=2^a\cdot 5^b\cdot 13^c$

$\Rightarrow (2^3\cdot 5\cdot 13)^3=2^9\cdot 5^3\cdot 13^3=2^a\cdot 5^b\cdot 13^c$ 得$a=9$, $b=3$, $c=3$，故$a+b+c$=9＋3＋3=15

6. 化簡：$25^{\log_5 3}+\sqrt{6}^{\frac{1}{2}\log_6 4}=$________.

答案：$9+\sqrt{2}$

解析：原式$=25^{\log_{25} 9}+\sqrt{6}^{\log_6 4^{\frac{1}{2}}}=9+\sqrt{6}^{\log_6 2}=9+\sqrt{6}^{\log_{\sqrt{6}} \sqrt{2}}=9+\sqrt{2}$

7. 化簡：$\log_3\sqrt{3\sqrt{7}+6}+\log_3\sqrt{3\sqrt{7}-6}=$______.

答案：$\frac{3}{2}$

解析：原式$=\log_3\sqrt{(3\sqrt{7}+6)(3\sqrt{7}-6)}=\log_3\sqrt{63-36}=\log_3 27^{\frac{1}{2}}=\frac{1}{2}\log_3 27=\frac{3}{2}$

8. 若$\log_2 3=a$，試以 a 表示

(1)$\frac{1}{2}\log_3 5-\log_3\frac{\sqrt{5}}{2}=$__________ (2)$3^x=8^5, x=$__________.

答案：(1)$\frac{1}{a}$ (2)$\frac{15}{a}$

解析：

$$(1)\frac{1}{2}\log_3 5-\log_3\frac{\sqrt{5}}{2}=\log_3\sqrt{5}-\log_3\frac{\sqrt{5}}{2}=\log_3\frac{\sqrt{5}}{\frac{\sqrt{5}}{2}}=\log_3 2=\frac{1}{\log_2 3}=\frac{1}{a}$$

$$(2)\ x=\log_3 8^5=5\log_3 8=5\log_3 2^3=15\log_3 2=15\times\frac{1}{\log_2 3}=\frac{15}{a}$$

8.解不等式：(1) $\log_2(x-1)<1+\log_4(x+2)$之解為__________． (2) $\log_3(\log_{\frac{1}{2}} x)<1$ 之解為__________．

解答 (1) $1<x<7$;(2) $\frac{1}{8}<x<1$

解析 (1)∵ 原式有意義 $\Rightarrow \begin{cases} x-1>0 \\ x+2>0 \end{cases} \Rightarrow x>1$……①

原式化為 $\log_2(x-1)<\log_2 2+\frac{1}{2}\log_2(x+2)\Rightarrow x-1<2(x+2)^{\frac{1}{2}} \Rightarrow (x-1)^2<4(x+2)$

$\Rightarrow x^2-6x-7<0\Rightarrow(x+1)(x-7)<0\Rightarrow -1<x<7$……②

由①②得 $1<x<7$

(2) $\log_3(\log_{\frac{1}{2}} x)<1\Rightarrow\log_3(\log_{\frac{1}{2}} x)<\log_3 3\Rightarrow 0<\log_{\frac{1}{2}} x<3\Rightarrow\log_{\frac{1}{2}} 1<\log_{\frac{1}{2}} x<\log_{\frac{1}{2}}(\frac{1}{2})^3$

$\Rightarrow 1>x>\frac{1}{8}$

9.若 $\log_{x-1}(2x-x^2+3)$有意義，則 x 之範圍為__________．

解答 $1<x<3$，但 $x\neq 2$

解析 $0<x-1\neq 1\Rightarrow 1<x\neq 2$……①

$2x-x^2+3>0\Rightarrow x^2-2x-3<0\Rightarrow -1<x<3$……②

由①②得 $1<x<3$，但 $x\neq 2$

10.滿足 $0>\log_{\frac{1}{2}}\log_2 x>-2$ 的整數 x 共有__________個．

解答 13

解析 $0>\log_{\frac{1}{2}}(\log_2 x)>-2\Rightarrow \log_{\frac{1}{2}} 1>\log_{\frac{1}{2}}(\log_2 x)>\log_{\frac{1}{2}}(\frac{1}{2})^{-2}\Rightarrow 1<\log_2 x<4$

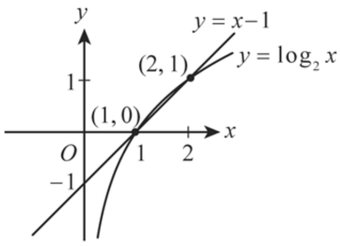
$\Rightarrow\log_2 2<\log_2 x<\log_2 2^4\Rightarrow 2<x<16$

∴ $x=3$，4，5，6，……，15 共有 13 個整數值

11.方程式 $x-1=\log_2 x$ 有__________組解．

解答 2

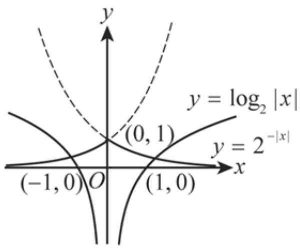
解析 $\begin{cases} y = x-1 \\ y = \log_2 x \end{cases}$，∵ 有二個交點，∴ 原式有 2 組解．



12.方程式 $\log_2|x| = 2^{-|x|}$的實數解有＿＿＿＿＿＿個．

解答 2

解析 $\begin{cases} y = \log_2|x| \\ y = 2^{-|x|} \end{cases}$，∵ 有二個交點，∴ 原式有 2 個實數解．



13. 解：$1+\log_{\frac{1}{2}}(x-3) = \log_{\frac{1}{4}} x$，則 $x =$＿＿＿＿.

答案：9

解析：$\because x-3>0$ 且 $x>0$ $\quad \therefore x>3$

$$\log_{\frac{1}{4}}\frac{1}{4} + \log_{\frac{1}{4}}(x-3)^2 = \log_{\frac{1}{4}} x$$

$$\Rightarrow \log_{\frac{1}{4}}\frac{(x-3)^2}{4} = \log_{\frac{1}{4}} x$$

$$\Rightarrow \frac{(x-3)^2}{4} = x \Rightarrow x^2-6x+9=4x \Rightarrow x^2-10x+9=0 \Rightarrow (x-1)(x-9)=0$$

$\therefore x = 9$ (1 不合)

14. $5^{\log 20}\cdot(\frac{1}{2})^{\log 0.5} =$＿＿＿＿.

答案：10

解析：原式$= 5^{\log 2+\log 10}\times 2^{-\log\frac{1}{2}}$

$$\begin{aligned}
&= 5^{\log 2+1}\times 2^{\log 2} \\
&= 5^{\log 2}\times 5\times 2^{\log 2} \\
&= 5\times(2^{\log 5}\times 2^{\log 2}) \\
&= 5\times 2^{\log 5+\log 2} \\
&= 5\times 2^{\log 10} \\
&= 5\times 2 \\
&= 10
\end{aligned}$$