高雄市明誠中學 高一數學平時測驗 日期：105.01.07.					
範圍	3-3.4.5 對數函數(C)	班級	一年____班	姓名	
		座號			

一、填充題(每題 10 分)

1. 試解：$\log_3(x-2)+\log_3(2x-1)=2$，則 $x=$______.

答案：$\dfrac{7}{2}$

解析：$\because x-2>0, 2x-1>0$，$\therefore x>2$

$\log_3(x-2)(2x-1)=\log_3 9$

$\Rightarrow 2x^2-5x+2=9$

$\Rightarrow 2x^2-5x-7=0$

$\Rightarrow (2x-7)(x+1)=0$ 得 $x=\dfrac{7}{2}$ $(-1$不合$)$ 故 $x=\dfrac{7}{2}$

2. 不等式 $\log_2 x+\log_2(x-1)\le 1$ 之解為________.

答案：$1\le x\le 2$

解析：$\because x>0$

$x-1>0\Rightarrow x>1$

$\therefore x>1$

$\log_2 x(x-1)\le \log_2 2$

$\Rightarrow x^2-x\le 2$

$\Rightarrow x^2-x-2\le 0$

$\Rightarrow (x-2)(x+1)\le 0$

$\Rightarrow -1\le x\le 2$

$\therefore 1<x\le 2$

3. 方程式 $2^{2x}-2^{x+1}\cdot 3^x-3^{2x+1}=0$ 之解為________.

答案：$\log_{\frac{2}{3}} 3$

解析：$(2^x-3\cdot 3^x)(2^x+3^x)=0$

$\because 2^x+3^x$ 恆大於 0，$\therefore 2^x=3\cdot 3^x\Rightarrow (\dfrac{2}{3})^x=3\Rightarrow x\log\dfrac{2}{3}=\log 3\Rightarrow x=\log_{\frac{2}{3}} 3$

4. 不等式 $\log_9(x^2-2x-3)<\log_3(x+3)$ 的解為______.

答案：$-\dfrac{3}{2}<x<-1$ 或 $x>3$

解析：$\because \begin{cases} x^2-2x-3>0 \\ x+3>0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x<-1 \text{或} x>3 \\ x>-3 \end{cases}$

$\therefore -3<x<-1$ 或 $x>3$

又 $\log_9(x^2-2x-3)<\log_9(x+3)^2$

得 $x^2-2x-3<x^2+6x+9\Rightarrow 8x>-12\Rightarrow x>-\dfrac{3}{2}$ 故 $-\dfrac{3}{2}<x<-1$ 或 $x>3$

5. 不等式 $\log_{\frac{1}{2}}(3x-1)+\log_{\frac{1}{2}}(2-x)\ge -1$ 的解為______.

答案：$\dfrac{1}{3}<x\le 1$ 或 $\dfrac{4}{3}\le x<2$

解析：$\because \begin{cases}3x-1>0\\2-x>0\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}x>\frac{1}{3}\\x<2\end{cases} \quad \therefore \frac{1}{3}<x<2$

又 $\log_{\frac{1}{2}}(3x-1)(2-x)\geq\log_{\frac{1}{2}}2$

$\Rightarrow -3x^2+7x-2\leq 2$

$\Rightarrow 3x^2-7x+4\geq 0 \Rightarrow (3x-4)(x-1)\geq 0 \quad \Rightarrow x\leq 1$ 或 $x\geq\frac{4}{3}$　故 $\frac{1}{3}<x\leq 1$ 或 $\frac{4}{3}\leq x<2$

6.　不等式 $\log_2(\frac{1}{3})^x+\frac{1}{\log_3 2}\geq 0$ 的解為______.

答案：$x\leq 1$

解析：$\because \log_2 3^{-x}+\log_2 3\geq 0 \quad \Rightarrow 3^{-x+1}\geq 1=3^0 \Rightarrow -x+1\geq 0 \Rightarrow x\leq 1$

7.　$x^{\log_3 x}=27x^2$，則 $x=$________.

答案：27, $\frac{1}{3}$

解析：$x>0$

$\log_3 x^{\log_3 x}=\log_3(27x^2)$

$\Rightarrow \log_3 x\cdot\log_3 x=\log_3 27+\log_3 x^2$

$\Rightarrow (\log_3 x)^2-2\log_3 x-3=0$

$\Rightarrow (\log_3 x-3)(\log_3 x+1)=0$

$\Rightarrow \log_3 x=3,\ -1 \quad \therefore x=27,\frac{1}{3}$

7.　方程式 $\log(4^x+2)=\log 2^x+\log 3$ 之解為________.

答案：0, 1

解析：$\log(4^x+2)=\log(3\cdot 2^x)$

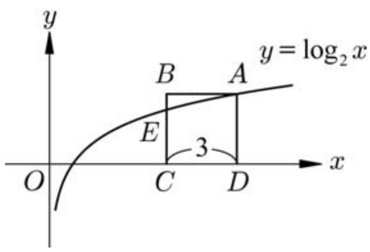
$\Rightarrow 4^x+2=3\cdot 2^x$

$\Rightarrow (2^x)^2-3\cdot 2^x+2=0$

$\Rightarrow (2^x-1)(2^x-2)=0$

$\Rightarrow 2^x=1$ 或 $2\Rightarrow x=0,1$

8.　如圖，邊長為 3 的正方形 $ABCD$，頂點 A 在 $y=\log_2 x$ 的圖形上，且 C、D 在 x 軸上，若 $\overline{BC}$ 與 $y=\log_2 x$ 交於 E，則線段 CE 之長為____.



答案：$\log_2 5$

解析：設 $C(a,0)$

則 $D(a+3,0),\ B(a,3),\ A(a+3,3)$ A 點代入 $y=\log_2 x$ 得

$3=\log_2(a+3)\Rightarrow a+3=2^3=8\Rightarrow a=5$

$\therefore \overline{CE}$ 長即 E 之 y 坐標為 $\log_2 5$

9.　(1)若 $\log_{x+3}(5-x)$ 有意義，則 x 的範圍為_______.

(2)若 $\log_{2x-1}(-3x^2+11x-6)$ 有意義，則 x 的範圍為_______.

(3)若 $\log_{x-1}(\frac{x^2-2x-3}{x-2})$ 有意義，則 x 的範圍為_______.

答案：(1) $-3<x<-2$ 或 $-2<x<5$

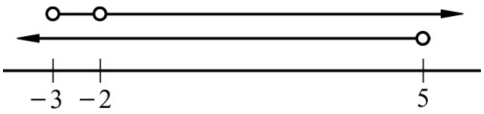
(2)$\frac{2}{3}<x<1$或$1<x<3$

(3)$1<x<2$或$x>3$

解析：(1)$5-x>0\Rightarrow x<5$

$x+3>0, x+3\neq 1$

$\Rightarrow x>-3, x\neq -2$



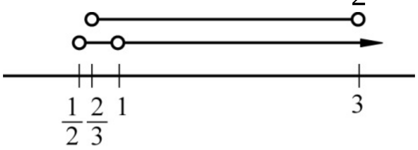
$\therefore -3<x<-2$或$-2<x<5$

(2)$-3x^2+11x-6>0$

$\Rightarrow 3x^2-11x+6<0$

$\Rightarrow (3x-2)(x-3)<0\Rightarrow \frac{2}{3}<x<3$

$2x-1>0, 2x-1\neq 1\Rightarrow x>\frac{1}{2}, x\neq 1$

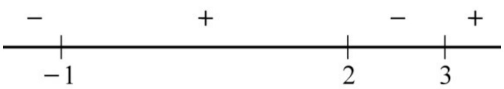


$\therefore \frac{2}{3}<x<1$或$1<x<3$

(3)$\frac{x^2-2x-3}{x-2}>0$

$\Rightarrow (x^2-2x-3)(x-2)>0$

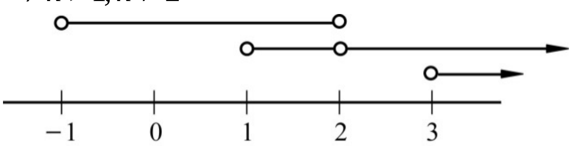
$\Rightarrow (x+1)(x-3)(x-2)>0$



$\Rightarrow -1<x<2$或$x>3$

$x-1>0, x-1\neq 1$

$\Rightarrow x>1, x\neq 2$



$\therefore 1<x<2$或$x>3$

10. 試解：$\begin{cases}3^{x+y}=81\\ \log_2(x-y)=3\end{cases}$，則$x=$______, $y=$______.

答案：$6,-2$

解析：$\because 3^{x+y}=81=3^4\Rightarrow x+y=4$

$\log_2(x-y)=3\Rightarrow x-y=8$

$\Rightarrow \begin{cases}x+y=4\\ x-y=8\end{cases} \Rightarrow x=6, y=-2$

11. 若方程式$\log_5(1-4\cdot 5^x)=2x+1$，則$x=$______.

答案：-1

解析：$\because 1-4\cdot 5^x>0\Rightarrow 4\cdot 5^x<1\Rightarrow 0<5^x<\frac{1}{4}$

又 $\log_5(1-4\cdot 5^x)=2x+1$

$\Rightarrow 1-4\cdot 5^x=5^{2x+1}$

$\Rightarrow 5\cdot(5^x)^2+4\cdot 5^x-1=0$

$\Rightarrow (5^x+1)(5\cdot 5^x-1)=0$

得 $5^x=\dfrac{1}{5}$ $(-1$不合$)$ $\therefore x=-1$

12. 方程式 $(\log 3x)(\log 7x)=1$ 之兩根為 α,β，則 $\alpha\beta$ 之值為______.

答案：$\dfrac{1}{21}$

解析：$(\log 3+\log x)(\log 7+\log x)=1$

$\Rightarrow (\log x)^2+(\log 3+\log 7)\log x+(\log 3)(\log 7)-1=0$

$\Rightarrow (\log x)^2+\log 21\cdot\log x+(\log 3)(\log 7)-1=0$ 其兩根為 α,β

設 $y=\log x\Rightarrow y^2+\log 21\cdot y+(\log 3)(\log 7)-1=0$ 之根為 $\log\alpha,\log\beta$

$\therefore \log\alpha+\log\beta=-\log 21\Rightarrow \log\alpha\beta=\log 21^{-1}\Rightarrow \alpha\beta=\dfrac{1}{21}$

13. 不等式 $\log_9(\log_2 x-1)\le\dfrac{1}{2}$ 的解為______.

答案：$2<x\le 16$

解析：$\because x>0$

又 $\log_2 x-1>0\Rightarrow \log_2 x>1\Rightarrow x>2$

$\log_9(\log_2 x-1)\le\log_9 9^{\frac{1}{2}}$

$\Rightarrow \log_9(\log_2 x-1)\le\log_9 3$

$\Rightarrow \log_2 x-1\le 3$

$\Rightarrow \log_2 x\le 4$

$\therefore x\le 2^4\Rightarrow x\le 16$

故 $2<x\le 16$

14. 試依下表求下列各值：

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
30	4771	4786	4800	4814	4829	4843	4857	4871	4886	4900
31	4914	4928	4942	4955	4969	4983	4997	5011	5024	5038
32	5051	5065	5079	5092	5105	5119	5132	5145	5159	5172
33	5185	5198	5211	5224	5237	5250	5263	5276	5289	5302
34	5315	5328	5340	5353	5366	5378	5391	5403	5416	5428
35	5441	5453	5465	5478	5490	5502	5514	5527	5539	5551
36	5563	5575	5587	5599	5611	5623	5635	5647	5658	5670
37	5682	5694	5705	5717	5729	5740	5752	5763	5775	5786
38	5798	5809	5821	5832	5843	5855	5866	5877	5888	5899
39	5911	5922	5933	5944	5955	5966	5977	5988	5999	6010

(1) $\log 3.6=$________.

(2) $\log 384=$________.

(3) $\log 35.9=$________.

(4) $\log 0.00386 =$ ________.

答案：(1)0.5563　(2)2.5843　(3)1.5551　(4) -2.4134

解析：(1)由查表可知

$\log 3.6 = \log 3.60 = 0.5563$

(2) $\log 384 = \log(3.84\times 10^2) = 2 + \log 3.84 = 2 + 0.5843 = 2.5843$

(3) $\log 35.9 = \log(3.59\times 10) = 1 + \log 3.59 = 1 + 0.5551 = 1.5551$

(4) $\log 0.00386 = \log(3.86\times 10^{-3}) = -3 + \log 3.86 = -3 + 0.5866 = -2.4134$

15. 試依下列對數表，回答下列問題：

(1) $\log x = 0.1461$， $x =$ ________.

(2) $\log y = 2.1038$， $y =$ ________.

(3) $\log z = -2.8570$， $z =$ ________.

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
10	0000	0043	0086	0128	0170	0212	0253	0294	0334	0374
11	0414	0453	0429	0531	0569	0607	0645	0682	0719	0755
12	0792	0828	0864	0899	0934	0969	1004	1038	1072	1106
13	1139	1173	1206	1239	1271	1303	1335	1367	1399	1430
14	1461	1492	1523	1553	1584	1614	1644	1673	1703	1732

答案：(1)1.4　(2)127　(3)0.00139

解析：(1)由查表可知， $\log x = 0.1461$ ，則 $x = 1.4$

(2) $\log y = 2 + 0.1038 = \log(1.27\times 10^2) = \log 127 \therefore y = 127$

(3) $\log z = -2.8570 = -3 + 0.1430 = \log(1.39\times 10^{-3}) = \log 0.00139 \therefore z = 0.00139$

16. 7^{20} 為________位數，又其最高位數字為________. ($\log 2 = 0.3010, \log 3 = 0.4771, \log 7 = 0.8451$)

答案：17, 7

解析： $\log 7^{20} = 20\log 7 = 20\times 0.8451 = 16.902$

首數 16，表示 7^{20} 為 17 位數

尾數 0.902　$\because \log 7 = 0.8451 \le 0.902 < 0.9030 = \log 8$　故最高位數字為 7

17. 若以小數表示 $(\frac{1}{12})^{100}$ ，則小數點後第________位起始出現不為 0 之數，又此數字為________.

($\log 2 = 0.3010, \log 3 = 0.4771$)

答案：108, 1

解析： $\log(\frac{1}{12})^{100} = -100\log 12$

$= -100\log(2^2\times 3)$

$= -100(2\log 2 + \log 3)$

$= -100(0.6020 + 0.4771) = -107.91 = -108 + 0.09$

首數 -108 ，表示小數點後第 108 位起始出現不為 0 之數字

尾數 0.09 $\because \log 1 = 0 \le 0.09 < 0.3010 = \log 2$

故第一個不為 0 之數字為 1

18. 若 $\log 2 = 0.3010, \log 3 = 0.4771$ ，且 $12^n > 10^{101}$ ，求正整數 n 之最小值為________.

答案：94

解析： $12^n > 10^{101}$

$\Rightarrow \log 12^n > \log 10^{101}$

$\Rightarrow n\log 12 > 101$

$\Rightarrow n\log(2^2\times 3) > 101$

$\Rightarrow n(\log 2^2 + \log 3) > 101$

$\Rightarrow n(2\log 2 + \log 3) > 101$

$\Rightarrow n(0.6020 + 0.4771) > 101$

$\Rightarrow n > \dfrac{101}{1.0791} \doteqdot 93.6$

取 $n = 94$

19. 滿足 $0.64^n < 0.005$ 的最小整數 $n =$________. ($\log 2 = 0.3010$)

答案：12

解析：$\log 0.64^n < \log 0.005$

$\Rightarrow n\log\dfrac{64}{100} < \log\dfrac{5}{1000}$

$\Rightarrow n(\log 64 - \log 100) < \log 5 - \log 1000$

$\Rightarrow n(\log 2^6 - 2) < (1 - \log 2) - 3$

$\Rightarrow n(6\log 2 - 2) < -2 - 0.3010$

$\Rightarrow n(6\times 0.3010 - 2) < -2.3010$

$\Rightarrow n > 11.86 \therefore n = 12$

20. 試利用下列對數表，求 $\sqrt[10]{4.378} =$______.

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	1	2	3	4	5	6	7	8	9
11	0414	0453	0492	0531	0569	0607	0645	0682	0719	0755	4	8	11	15	19	23	26	30	34
43	6335	6345	6355	6365	6375	6385	6395	6405	6415	6425	1	2	3	4	5	6	7	8	9

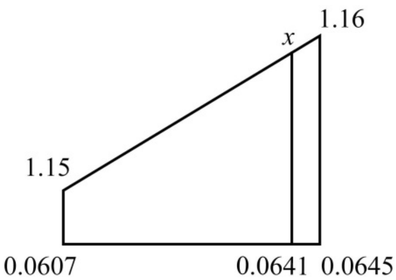
答案：1.1589

解析：$\log x = \log\sqrt[10]{4.378}$

$= \log 4.378^{\frac{1}{10}}$

$= \dfrac{1}{10}\log 4.378$

$= \dfrac{1}{10}\times 0.6413 \approx 0.0641$



又 $\log 1.15 = 0.0607, \log 1.16 = 0.0645$

$\dfrac{x - 1.15}{1.16 - 1.15} = \dfrac{0.0641 - 0.0607}{0.0645 - 0.0607}$

$x = 1.15 + 0.01\times\dfrac{34}{38} = 1.15 + 0.0089 = 1.1589$

$\therefore \sqrt[10]{4.378} = 1.1589$