

範圍	1-2 絕對值	班級	一年__班	姓
		座號		名

一、填充題(每題 10 分)

1. 若 x 為實數，則 $|x-7|+|x-4|$ 的最小值為_____.

答案：3

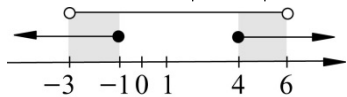
解析： $|x-7|+|x-4| = |x-7|+|4-x| \geq |(x-7)+(4-x)| = 3$

2. 滿足 $5 \leq |2x-3| < 9$ 的 x 之範圍為_____.

答案： $-3 < x \leq -1$ 或 $4 \leq x < 6$

解析：① $|2x-3| \geq 5 \Rightarrow \left|x-\frac{3}{2}\right| \geq \frac{5}{2} \Rightarrow x \leq -1$ 或 $x \geq 4$

② $|2x-3| < 9 \Rightarrow \left|x-\frac{3}{2}\right| < \frac{9}{2} \Rightarrow -3 < x < 6$

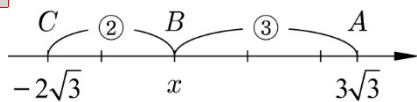


由①②知 $-3 < x \leq -1$ 或 $4 \leq x < 6$

3. 數線上, B 點介在 A 與 C 之間, 且 $2\overline{AB} = 3\overline{BC}$, 若 A, C 之坐標分別為 $\sqrt{27}$ 與 $-\sqrt{12}$, 則 B 點坐標為_____, \overline{AB} 的距離為_____, \overline{AB} 的中點坐標為_____.

答案： $0, 3\sqrt{3}, \frac{3\sqrt{3}}{2}$

解析：



$\because \overline{CB} : \overline{BA} = 2 : 3$, 設 B 點坐標為 x , 則

$$x = \frac{2(3\sqrt{3}) + 3(-2\sqrt{3})}{5} = 0 \Rightarrow B \text{ 點坐標為 } 0$$

$$\overline{AB} = |3\sqrt{3} - 0| = 3\sqrt{3}$$

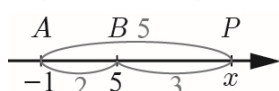
$$\overline{AB} \text{ 之中點 } M\left(\frac{0+3\sqrt{3}}{2}\right), \text{ 即 } M\left(\frac{3\sqrt{3}}{2}\right)$$

4. 數線上, $A(-1), B(5)$, 點 $P(x)$ 滿足 $\overline{AP} : \overline{BP} = 5 : 3$, 但在線段 \overline{AB} 外, 則 $x =$ _____.

答案：14

解析：如圖, $\overline{AB} : \overline{BP} = 2 : 3$

由內分點公式



$$\text{得 } 5 = \frac{2 \cdot x + 3 \cdot (-1)}{2+3} \Rightarrow 2x-3=25 \Rightarrow 2x=28 \quad \therefore x=14$$

5. 若 a, b 為實數，且 $|a+b-4|+|a-b+8|=0$ ，則數對 (a, b) 為_____。

答案： $(-2, 6)$

解析： $\because |a+b-4| \geq 0, |a-b+8| \geq 0$

$$\text{又 } |a+b-4|+|a-b+8|=0 \therefore \begin{cases} a+b-4=0 \\ a-b+8=0 \end{cases} \quad \text{解得 } a=-2, b=6, \text{ 故 } (a, b) = (-2, 6)$$

6. 滿足不等式 $4 \leq |3x-2| < 11$ 的 x 值之範圍為_____。

答案： $2 \leq x < \frac{13}{3}, -3 < x < \frac{-2}{3}$

解析： $4 \leq |3x-2| < 11$

$$\therefore 4 \leq 3x-2 < 11 \text{ 或 } -11 < 3x-2 \leq -4$$

$$\therefore 2 \leq x < \frac{13}{3} \text{ 或 } -3 < x \leq \frac{-2}{3}$$

7. 若 x, y 為實數，且 $|x-3|+(x-y+1)^2=0$ ，則 $\sqrt{x^2y+xy^2+\frac{y^3}{4}} =$ _____。

答案： 10

解析： $\because |x-3| \geq 0, (x-y+1)^2 \geq 0$

$$\text{又 } |x-3|+(x-y+1)^2=0$$

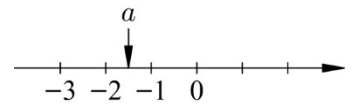
$$\therefore x-3=0, x-y+1=0 \Rightarrow x=3, y=4$$

$$\text{所求} = \sqrt{9 \times 4 + 3 \times 16 + 16} = \sqrt{36 + 48 + 16} = \sqrt{100} = 10$$

8. 實數 a 在數線上的位置如右圖所示。化簡： $|a+1|+|a+3| =$ _____。

答案： 2

解析： 原式 $= -(a+1) + (a+3) = 2$



9. 設 a, b 均為有理數且 $a < b$ ，若 $p = \frac{a+2b}{3}, q = \frac{a+3b}{4}, r = \frac{2a+5b}{7}$ ，則

p, q, r 三數的大小關係為_____。

答案： $p < r < q$

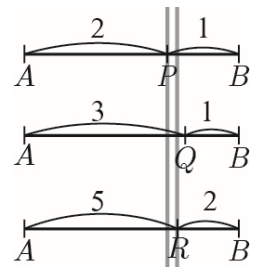
解析： 設 $A(a), B(b), P(\frac{a+2b}{3}), Q(\frac{a+3b}{4}), R(\frac{2a+5b}{7})$

$$\frac{a+2b}{3} = \frac{1 \cdot a + 2 \cdot b}{1+2}, \therefore \overline{AP} : \overline{BP} = 2:1$$

$$\frac{a+3b}{4} = \frac{1 \cdot a + 3 \cdot b}{1+3}, \therefore \overline{AQ} : \overline{BQ} = 3:1$$

$$\frac{2a+5b}{7} = \frac{2 \cdot a + 5 \cdot b}{2+5}, \therefore \overline{AR} : \overline{BR} = 5:2$$

$$\therefore p < r < q$$



10. a, b, c 皆為實數，其中 $a > 0, b < 0, c < 0$ ，則 $\frac{a}{|a|} + \frac{b}{|b|} + \frac{c}{|c|} + \frac{2ab}{|ab|} + \frac{2bc}{|bc|} + \frac{2ac}{|ac|} + \frac{3abc}{|abc|} =$ _____。

答案： 0

解析： 所求 = $\frac{a}{a} + \frac{b}{-b} + \frac{c}{-c} + \frac{2ab}{-ab} + \frac{2bc}{bc} + \frac{2ac}{-ac} + \frac{3abc}{abc} = 1 - 1 - 1 - 2 + 2 - 2 + 3 = 0$

11. 方程式 $|x+4| + |2x-3| = 10$ 的所有實數 x 解為_____。

答案： -3 或 3

解析： ① 當 $x \leq -4$ 時，原式即 $-(x+4) - (2x-3) = 10 \Rightarrow x = -\frac{11}{3}$ (矛盾)

② 當 $-4 \leq x \leq \frac{3}{2}$ 時，原式即 $(x+4) - (2x-3) = 10 \Rightarrow x = -3$

③ 當 $x > \frac{3}{2}$ 時，原式即 $(x+4) + (2x-3) = 10 \Rightarrow x = 3$

由①, ②, ③可知 $x = -3$ 或 3

12. 設 x 為實數，且 $|x-1| : |x+5| = 3 : 7$ ，則 $x =$ _____。

答案： $-\frac{4}{5}$ 或 $\frac{11}{2}$

解析： $|x-1| : |x+5| = 3 : 7 \Rightarrow 3|x+5| = 7|x-1|$

① 當 $x \leq -5$ 時，原式即 $-3(x+5) = -7(x-1) \Rightarrow x = \frac{11}{2}$ (矛盾)

② 當 $-5 < x \leq 1$ 時，原式即 $3(x+5) = -7(x-1) \Rightarrow x = -\frac{4}{5}$

③ 當 $x > 1$ 時，原式即 $3(x+5) = 7(x-1) \Rightarrow x = \frac{11}{2}$

由①②③可知 $x = -\frac{4}{5}$ 或 $\frac{11}{2}$

13. 滿足不等式 $|3x+1| < 5$ 的整數 x 值共有_____個。

答案： 3

解析： $|3x+1| < 5 \Rightarrow -5 < 3x+1 < 5 \Rightarrow -6 < 3x < 4 \Rightarrow -2 < x < \frac{4}{3}$

又 x 為整數 $\therefore x = -1$ 或 0 或 1，共 3 個

14. 若 $x, y \in \mathbb{R}$ ， $\left|x - \frac{1}{2}\right| \leq \frac{3}{2}$ ， $|y-3| \leq 2$ ，則(1) $x-y$ 的範圍為_____；(2) $xy-3x$ 的範圍為_____。

答案： (1) $-6 \leq x-y \leq 4$ ；(2) $-10 \leq x(y-3) \leq 10$

解析： $\left|x - \frac{1}{2}\right| \leq \frac{3}{2} \Rightarrow -\frac{3}{2} \leq x - \frac{1}{2} \leq \frac{3}{2} \Rightarrow -1 \leq x \leq 2$

$|y-3| \leq 2 \Rightarrow -2 \leq y-3 \leq 2 \Rightarrow 1 \leq y \leq 5$

(1) $\therefore -1 \leq x \leq 2, -5 \leq -y \leq -1$

$$\therefore -6 \leq x - y \leq 4$$

$$(2) \therefore -1 \leq x \leq 5, -2 \leq y - 3 \leq 2$$

$$\therefore -10 \leq x(y - 3) \leq 10$$

15. 設 a, b 皆為實數，若 $|ax + 6| \geq b$ 之解為 $x \geq 5$ 或 $x \leq -1$ ，則數對 $(a, b) =$ _____ .

答案： $(-3, 9)$

解析： $\frac{5 + (-1)}{2} = 2$

$$x \geq 5 \text{ 或 } x \leq -1 \Rightarrow x - 2 \geq 5 - 2 \text{ 或 } x - 2 \leq -1 - 2 \\ \Rightarrow x - 2 \geq 3 \text{ 或 } x - 2 \leq -3$$

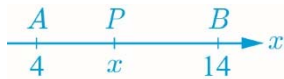
$$\therefore |x - 2| \geq 3 \Rightarrow (-3) \times (x - 2) \geq 3 \times 3 \Rightarrow |-3x + 6| \geq 9$$

$$\therefore a = -3, b = 9, \text{ 則數對 } (a, b) = (-3, 9)$$

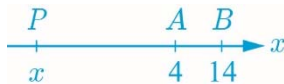
16. 數線上三點 $A(4)$ ， $B(14)$ ， $P(x)$ ，已知 $\overline{AP} : \overline{BP} = 3 : 4$ ，則 $x =$ _____ .

答案： $\frac{58}{7}$ 或 -26

解析： ① $P \in \overline{AB}, x = \frac{3 \cdot 14 + 4 \cdot 4}{3 + 4} = \frac{58}{7}$



② $P \notin \overline{AB}, 4 = \frac{3 \cdot 14 + 1 \cdot x}{4} \Rightarrow x = -26$



17. 若 $0 < x < 1$ ，則 $\sqrt{(x + \frac{1}{x})^2} - \sqrt{(x - \frac{1}{x})^2} =$ _____ .

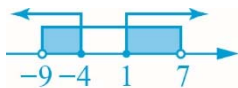
答案： $2x$

解析： $\because 0 < x < 1, \therefore 0 < x < 1 < \frac{1}{x}$ 原式 $= \left| x + \frac{1}{x} \right| - \left| x - \frac{1}{x} \right| = (x + \frac{1}{x}) - (\frac{1}{x} - x) = 2x$

18. 若 $|x + 1| < 8$ 且 $|2x + 3| \geq 5$ ，則 x 的範圍為 _____ .

答案： $1 \leq x < 7$ 或 $-9 < x \leq -4$

解析：



$$|x + 1| < 8 \Rightarrow -8 < x + 1 < 8 \Rightarrow -9 < x < 7$$

$$|2x + 3| \geq 5 \Rightarrow 2x + 3 \geq 5 \text{ 或 } 2x + 3 \leq -5 \Rightarrow x \geq 1 \text{ 或 } x \leq -4$$

$$\text{故 } 1 \leq x < 7 \text{ 或 } -9 < x \leq -4$$

19. 設 a, b, c 為整數，且 $3|a + 1| + 2|b - 3| + |c + 4| = 2$ ，則序對 $(a, b, c) =$ _____ .

答案： $(-1, 2, -4), (-1, 4, -4), (-1, 3, -2), (-1, 3, -6)$

解析： ① $|a+1|=0, |b-3|=1, |c+4|=0 \Rightarrow a=-1, b=4$ 或 $2, c=-4$

② $|a+1|=0, |b-3|=0, |c+4|=2 \Rightarrow a=-1, b=3, c=-2$ 或 -6

$\therefore (a, b, c) = (-1, 2, -4), (-1, 4, -4), (-1, 3, -2), (-1, 3, -6)$

20. 不等式 $|x-1|+2|x-3|\leq 4$ 之解為_____。

答案： $1\leq x\leq \frac{11}{3}$

解析： ① $x\geq 3$ 時， $(x-1)+2(x-3)\leq 4 \Rightarrow 3x\leq 11 \Rightarrow x\leq \frac{11}{3}$

$$\therefore 3\leq x\leq \frac{11}{3}$$

② $1\leq x<3$ 時， $(x-1)-2(x-3)\leq 4 \Rightarrow -x+5\leq 4 \Rightarrow x\geq 1$

$$\therefore 1\leq x<3$$

③ $x<1$ 時， $-(x-1)-2(x-3)\leq 4 \Rightarrow -3x+7\leq 4 \Rightarrow 3x\geq 3 \Rightarrow x>1$

\therefore 無解

$$\text{故 } 1\leq x\leq \frac{11}{3}$$

21. 若 $f(x)=|x+1|+|x-2|+|x+3|$ ，則當 $x=$ _____時， $f(x)$ 有最小值為_____。

答案： $-1, 5$

解析： ① 若 $x\geq 2$ 時 $f(x)=(x+1)+(x-2)+(x+3)=3x+2$

② 若 $-1\leq x<2$ 時 $f(x)=(x+1)-(x-2)+(x+3)=x+6$

③ 若 $-3\leq x<-1$ 時 $f(x)=-(x+1)-(x-2)+(x+3)=-x+4$

④ 若 $x<-3$ 時 $f(x)=-(x+1)-(x-2)-(x+3)=-3x-2$

如圖所示，當 $x=-1$ 時， $f(x)$ 有最小值為 5

