高雄市明誠中學 高一數學平時測驗 日期：104.09.24					
範圍	數與數線、絕對值	班級	一年____班	姓名	
		座號			

一、填充題(每題 10 分)

1. 設 $\sqrt{11+6\sqrt{2}}=a+b$，其中 $a\in\boldsymbol{Z}$，$0<b<1$，則 $\dfrac{1}{a+b}+\dfrac{1}{2-b}=$ ____________ .

解答 $\dfrac{6}{7}$

解析 $\sqrt{11+6\sqrt{2}}=\sqrt{(3+\sqrt{2})^2}=3+\sqrt{2}=4.\sim$ $\Rightarrow$ $a=4$，$b=(3+\sqrt{2})-4=\sqrt{2}-1$

$$\frac{1}{a+b}+\frac{1}{2-b}=\frac{1}{3+\sqrt{2}}+\frac{1}{2-(\sqrt{2}-1)}=\frac{1}{3+\sqrt{2}}+\frac{1}{3-\sqrt{2}}=\frac{(3-\sqrt{2})+(3+\sqrt{2})}{(3+\sqrt{2})(3-\sqrt{2})}=\frac{6}{7}$$

2. x，$y\in\boldsymbol{R}$，且 $x^2+4xy+5y^2-4x-10y+5=0$，則數對$(x，y)=$ ____________ .

解答 $(0，1)$

解析 先對 x 作配方

原式 $\Rightarrow$ $[x^2+2(2y-2)x+(2y-2)^2]+(5y^2-10y+5)-(2y-2)^2=0$

$\Rightarrow$ $[x+(2y-2)]^2+(y^2-2y+1)=0$ $\Rightarrow$ $(x+2y-2)^2+(y-1)^2=0$

$\begin{cases}x+2y-2=0\\ y-1=0\end{cases}$ $\Rightarrow$ $\begin{cases}x=0\\ y=1\end{cases}$，即數對$(x，y)=(0，1)$

3. x，$y\in\boldsymbol{R}$，$-2\le x\le 5$，$1\le y\le 3$，求(1) $\dfrac{x}{y}$ 之範圍 ____________ . (2) x^2+y^2 之範圍 ____________ .

解答 (1) $-2\le\dfrac{x}{y}\le 5$ (2) $1\le x^2+y^2\le 34$

解析 (1) $-2\le x\le 5$，$1\le y\le 3$ $\therefore$ $\dfrac{-2}{1}\le\dfrac{x}{y}\le\dfrac{5}{1}\Rightarrow -2\le\dfrac{x}{y}\le 5$

(2) $0\le x^2\le 25$, $1\le y^2\le 9\Rightarrow 1\le x^2+y^2\le 34$

4. 求介於 $\dfrac{1}{8}$ 與 $\dfrac{1}{7}$ 之間的有理數形如 $\dfrac{k}{280}$（$k\in\boldsymbol{N}$）者共有____________個 .

解答 4

解析 $\dfrac{1}{8}<\dfrac{k}{280}<\dfrac{1}{7}$ $\Rightarrow$ $\dfrac{35}{280}<\dfrac{k}{280}<\dfrac{40}{280}$，$k\in\boldsymbol{N}$ $\therefore$ $k=36，37，38，39$ 共 4 個

5. 設 $\dfrac{-2}{7}<x<\dfrac{6}{7}$，化簡 $\sqrt{(7x+2)^2}+\sqrt{(7x-6)^2}=$ ____________ .

解答 8

解析 由 $\dfrac{-2}{7}<x<\dfrac{6}{7}\Rightarrow -2<7x<6$ $\Rightarrow$ $7x+2>0$，$7x-6<0$

$\therefore$ 原式 $=|7x+2|+|7x-6|=7x+2+6-7x=8$

6. 設 $a=\sqrt[3]{\sqrt{5}-2}$， $b=\sqrt[3]{\sqrt{5}+2}$，則

(1) $a\cdot b=$____________ ． (2) $x=a+b$，則 $x^3-3x=$____________ ．

解答 (1)1;(2) $2\sqrt{5}$

解析 (1) $ab=\sqrt[3]{(\sqrt{5}-2)(\sqrt{5}+2)}=\sqrt[3]{1}=1$

(2) $x^3-3x=(a+b)^3-3(a+b)=(a+b)^3-3ab(a+b)=a^3+b^3$

$$=(\sqrt[3]{\sqrt{5}-2})^3+(\sqrt[3]{\sqrt{5}+2})^3$$

$$=(\sqrt{5}-2)+(\sqrt{5}+2)=2\sqrt{5}$$

7. 設 x，y，z 均為整數，且滿足$|x+7|+2|y-4|+3|z+2|=6$，則數對(x,y,z)共有________組解．

解答 26

解析 (1)若$|z+2|=0$時 $\Rightarrow$ $|x+7|+2|y-4|=6$

$\therefore$ $\begin{cases}|y-4|=0,\ 1,\ 2,\ 3\\ |x+7|=6,\ 4,\ 2,\ 0\end{cases}$ $\Rightarrow$ 有 $1\times(1\times2+2\times2+2\times2+2\times1)=12$（組）

(2)若$|z+2|=1$時 $\Rightarrow$ $|x+7|+2|y-4|=3$

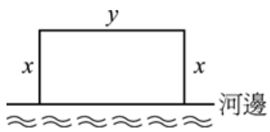
$\therefore$ $\begin{cases}|y-4|=0,\ 1,\\ |x+7|=3,\ 1,\end{cases}$ $\Rightarrow$ 有 $2\times(1\times2+2\times2)=12$（組）

(3)若$|z+2|=2$時 $\Rightarrow$ $|x+7|+2|y-4|=0$ $\therefore$ $\begin{cases}|y-4|=0\\ |x+7|=0\end{cases}$ $\Rightarrow$ 有 $2\times(1\times1)=2$(組)

故所求有 $12+12+2=26$ 組解

8. 用一條長度 60 公尺的繩子在河邊圍成一矩形菜圃，且河邊不圍繩，則其可圍成的面積之最大值為_____平方公尺．

解答 450



解析 如圖 $\Rightarrow$ $2x+y=60$，又矩形面積 $=xy$

由算幾不等式：$\dfrac{2x+y}{2}\geq\sqrt{2x\times y}$

$\therefore$ $\dfrac{60}{2}\geq\sqrt{2xy}$ $\Rightarrow$ $900\geq 2xy$ $\therefore$ $xy\leq450$ 即所求之最大值為 450 平方公尺

9. 若｜$ax+2$｜$\leq b$ 的解為$-3\leq x\leq 11$，則數對$(a,b)=$____________ ．

解答 $(-\dfrac{1}{2},\ \dfrac{7}{2})$

解析 $-3\leq x\leq 11$，$\because \dfrac{-3+11}{2}=4\Rightarrow -3-4\leq x-4\leq 11-4\Rightarrow -7\leq x-4\leq 7$

$\Rightarrow|x-4|\leq7\Rightarrow|(-2)\times(-\dfrac{1}{2}x+2)|\leq7\Rightarrow|(-\dfrac{1}{2}x+2)|\leq\dfrac{7}{2}$與$|ax+2|\leq b$同義，

$\therefore a=-\dfrac{1}{2}$， $b=\dfrac{7}{2}$ ．

10. 將分數$\frac{1234}{4995}$化成小數，則小數點後第 99 位數字為____________．

解答 7

解析 $\frac{1234}{4995}=\frac{2468}{9990}=\frac{2470-2}{9990}=0.2\overline{470}=0.2470470\cdots$，小數點後第二位開始每三位循環，

又 $99=1+3\times32+2$，所以循環 32 次後，再數二位，即小數點後第 99 位數字為 7．

11.方程式｜$x+1$｜＋｜$2x-3$｜＝4 的解為____________．

解答 0 或 2

解析 若 $x\geq\frac{3}{2}$，則 $x+1+2x-3=4$，$x=2$，

若 $-1\leq x<\frac{3}{2}$，則 $x+1-2x+3=4$，$x=0$，

若 $x<-1$，則$-x-1-2x+3=4$，$x=-\frac{2}{3}$（不合），

$\therefore x=2$ 或 0．

12. 設 $a=\frac{\sqrt{3}+1}{\sqrt{3}-1},b=\frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{3}+1}$，試求$\frac{b^2}{a}+\frac{a^2}{b}$的值為_________．

答案 52

解析 $a=\frac{\sqrt{3}+1}{\sqrt{3}-1},b=\frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{3}+1},ab=1$；$a+b=\frac{(\sqrt{3}+1)^2+(\sqrt{3}-1)^2}{(\sqrt{3}-1)(\sqrt{3}+1)}=\frac{8}{2}=4$

$\therefore\frac{b^2}{a}+\frac{a^2}{b}=\frac{b^3+a^3}{ab}=a^3+b^3=(a+b)^3-3ab(a+b)=64-12=52$

13. 設 x 為實數，則$|x-1|+|x+7|$的最小值為____________，此時 x 之解為_______________。

答案：8；$-7\leqq x\leqq1$

解析：由三角不等式得知$|x-1|+|x+7|\geqq|(1-x)+(x+7)|=8$　$\therefore$最小值 8，

此時$-7\leqq x\leqq1$

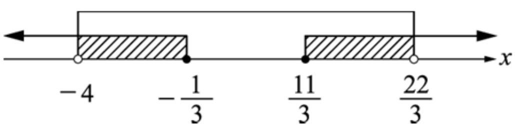
14. 在數線上滿足 $6\leqq|3x-5|<17$ 的整數 x 共有____________個。

答案：7

解析：$|3x-5|\geqq6\Rightarrow3x-5\geqq6$ 或 $3x-5\leqq-6\Rightarrow x\geqq\frac{11}{3}$ 或 $x\leqq-\frac{1}{3}$ ......①

又$|3x-5|<17\Rightarrow-17<3x-5<17\Rightarrow-12<3x<22\Rightarrow-4<x<\frac{22}{3}$ ...②

由①、②得



$\therefore x=-3$，-2，-1，4，5，6，7，共 7 個

15. x 為實數，$|3x+1|>5$，則 x 之範圍為＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿。

答案：$x>\frac{4}{3}$ 或 $x<-2$

解析：$|3x+1|>5 \Rightarrow 3x+1>5$ 或 $3x+1<-5 \Rightarrow \begin{cases} x>\frac{4}{3} \\ x<-2 \end{cases}$

16. 設 x，y，z 均為整數，若 $|x-5|+3|y+2|+2(z-1)^2=1$，則序組（x，y，z）＝＿＿＿＿＿＿或 ＿＿＿＿＿＿。

答案：（6，－2，1）；（4，－2，1）

解析：$|x-5|=1$ 且 $|y+2|=0$ 且 $(z-1)^2=0 \Rightarrow x=6$ 或 4，$y=-2$，$z=1$

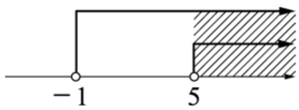
所以序組（x，y，z）＝（6，－2，1）或（4，－2，1）

17. 已知 $x>5$，試解不等式 $|x-5|<|2x-4|$ 答：＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿。

答案：$x>5$

解析：$\because x>5 \quad \therefore |x-5|<|2x-4|=2|x-2|$

$\Rightarrow x-5<2(x-2) \Rightarrow x-5<2x-4 \Rightarrow x>-1 \Rightarrow \quad x>5$



18. 不等式 $|x+1|+|x-3| \geq 6$ 的解為＿＿＿＿＿＿ .

解答 $x \geq 4$ 或 $x \leq -2$

解析 ①若 $x \geq 3$，則 $x+1+x-3 \geq 6$，$x \geq 4$，

②若 $-1 \leq x < 3$，則 $x+1-x+3 \geq 6$，$0 \geq 2$，無解

③若 $x<-1$，則 $-x-1-x+3 \geq 6$，$x \leq -2$，

由①②③知 $x \geq 4$ 或 $x \leq -2$