<table>
<tr><td colspan="6">高雄市明誠中學 高二數學平時測驗 日期：103.04.14</td></tr>
<tr><td rowspan="2">範圍</td><td rowspan="2">2-2 空間直線方程式</td><td>班級</td><td>二年____班</td><td rowspan="2">姓名</td><td rowspan="2"></td></tr>
<tr><td>座號</td><td></td></tr>
</table>

1.求直線 L：$\dfrac{x-1}{3}=\dfrac{y-2}{3}=\dfrac{z-3}{1}$ 與平面 $2x-y+3z=3$ 之交點坐標為____________．

解答 $(-2,-1,2)$

解析 令 $P(3t+1,3t+2,t+3)$為 L 與平面之交點，代入平面：$2(3t+1)-(3t+2)+3(t+3)=3$

$\Rightarrow t=-1$，$\therefore$交點為$(-2,-1,2)$．

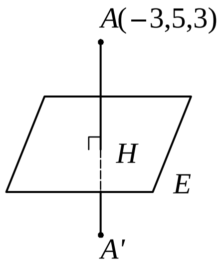
2.空間中點$(-3,5,3)$對平面 $8x-14y-4z+37=0$ 的對稱點為____________．

解答 $(1,-2,1)$

解析 $\overleftrightarrow{AH}:\begin{cases}x=-3+8t\\ y=5-14t\\ z=3-4t\end{cases}$，$t$ 為實數，代入 E

$\Rightarrow -24+64t-70+196t-12+16t+37=0 \Rightarrow 276t-69=0 \Rightarrow t=\dfrac{1}{4}$，

$\therefore H(-1,\dfrac{3}{2},2)$又 H 為 $\overline{AA'}$ 之中點，$\therefore A'(1,-2,1)$．



3.設點 $P(1,1,-2)$，直線 L：$\dfrac{x-5}{2}=\dfrac{y-6}{-3}=\dfrac{z-3}{-2}$，

(1)自 P 點作直線 L 的垂線與直線 L 交於 H，求 H 點坐標為____________．

(2)求點 P 到直線 L 的距離為____________．

解答 (1)$(7,3,1)$;(2)7

解析 (1)令 H 的坐標為$(2t+5,6-3t,3-2t)$，$\because \overrightarrow{PH}\perp\overrightarrow{v}=(2,-3,-2)$，

$\therefore(2t+4,5-3t,5-2t)\cdot(2,-3,-2)=0\Rightarrow t=1\Rightarrow H(7,3,1)$．

(2)$d(P,L)=\overline{PH}=\sqrt{6^2+2^2+3^2}=7$．

4.已知點 $A(4,1,2)$，$B(-2,3,4)$，平面 $E: x-2y+2z-4=0$

(1)過點 A 且與平面 E 垂直之直線方程式為____________；

(2)點 B 在平面 E 之正射影（投影）坐標為____________；

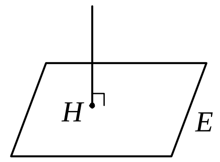
(3)在平面 E 上找一點 P，使得 $\overline{PA}+\overline{PB}$ 為最小，則 P 點坐標為____________；

(4)過 A，B 兩點，且與平面 E 的銳夾角為 $45°$ 之平面方程式為____________．

解答 (1) $\frac{x-4}{1}=\frac{y-1}{-2}=\frac{z-2}{2}$;(2)$(\frac{-14}{9},\frac{19}{9},\frac{44}{9})$;(3)$(2,\frac{5}{3},\frac{8}{3})$;(4)$7x+y+20z=69$ 或 $x+4y-z=6$

解析 (1) $\overrightarrow{V}=\overrightarrow{N}=(1,-2,2)$，$\therefore L:\frac{x-4}{1}=\frac{y-1}{-2}=\frac{z-2}{2}$.

(2)



$\overleftrightarrow{BH}:\begin{cases}x=-2+t\\y=3-2t\\z=4+2t\end{cases}$，$t$ 為實數，代入 E

$\Rightarrow -2+t-6+4t+8+4t-4=0\Rightarrow t=\frac{4}{9}$，　$\therefore H(\frac{-14}{9},\frac{19}{9},\frac{44}{9})$.

(3)①A 代入 $E\Rightarrow 4-2+4-4>0$，
B 代入 $E\Rightarrow -2-6+8-4<0$，
$\therefore A$，B 在 E 的異側 .

② $\overleftrightarrow{AB}$ 與 E 之交點即為 P，

又 $\overrightarrow{AB}=(-6,2,2)=2(-3,1,1)$，$\therefore \overleftrightarrow{AB}:\begin{cases}x=4-3t\\y=1+t\\z=2+t\end{cases}$，$t$ 為實數，代入 E

$\Rightarrow 4-3t-2-2t+4+2t-4=0\Rightarrow t=\frac{2}{3}$，　$\therefore P(2,\frac{5}{3},\frac{8}{3})$.

(4)① $\overleftrightarrow{AB}:\begin{cases}x=4-3t\\y=1+t\\z=2+t\end{cases}$，$t$ 為實數　$\Rightarrow \overleftrightarrow{AB}:\begin{cases}x+3y-7=0\\y-z+1=0\end{cases}$

$\therefore$過 $\overleftrightarrow{AB}$ 之平面 E'設為$(x+3y-7)+k(y-z+1)=0\Rightarrow E':x+(3+k)y-kz-7+k=0$.

②$\because E$ 與 E'夾 $45°$，

$\therefore \cos 45°=\frac{|(1,3+k,-k)\cdot(1,-2,2)|}{(\sqrt{2k^2+6k+10})\cdot 3}$　$\Rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}}=\frac{|-4k-5|}{(\sqrt{2k^2+6k+10})\cdot 3}$

平方：$9(k^2+3k+5)=(-4k-5)^2\Rightarrow 7k^2+13k-20=0\Rightarrow (7k+20)(k-1)=0$

$\therefore k=\frac{-20}{7}$ 或 1，代回，

$\therefore E':x+\frac{1}{7}y+\frac{20}{7}z-\frac{69}{7}=0$ 或 $x+4y-z-6=0$，即 $7x+y+20z=69$ 或 $x+4y-z=6$.

5.求兩直線 L_1：$\frac{x+2}{8}=\frac{y}{-2}=\frac{z-1}{4}$ 與 L_2：$\frac{x-4}{2}=\frac{y+2}{-1}=\frac{z-4}{1}$ 的交點坐標為__________ .

解答 $(2,-1,3)$

解析　令 $P(8t-2,-2t,4t+1)$為 L_1與 L_2交點，代入 L_2：$\dfrac{8t-6}{2}=\dfrac{-2t+2}{-1}=\dfrac{4t-3}{1}\Rightarrow t=\dfrac{1}{2}$，

$\therefore$交點為$(2,-1,3)$．

6.設 L_1：$\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+2}{3}=z-2$ 與 L_2：$\dfrac{x-2}{2}=\dfrac{y+1}{3}=z-5$ 均落在平面 E 上，則平面 E 的方程式為_______．

解答　$8x-5y-z-16=0$

解析　L_1：$\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+2}{3}=\dfrac{z-2}{1}\Rightarrow\begin{cases}3x-2y-7=0\\ y-3z+8=0\end{cases}$，

設 E 的方程式為$(3x-2y-7)+k(y-3z+8)=0$，

取 $P(2,-1,5)\in L_2$　代入：$1-8k=0\Rightarrow k=\dfrac{1}{8}$，$\therefore E$：$8x-5y-z-16=0$．

7.已知直線 $L_1:\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y-1}{-3}=\dfrac{z-2}{1}$，$L_2:\dfrac{x-4}{2}=\dfrac{y+1}{-3}=\dfrac{z}{1}$，$L_3:\dfrac{x+1}{3}=\dfrac{y+10}{1}=\dfrac{z-1}{2}$

(1)L_1，L_2的距離為____________；

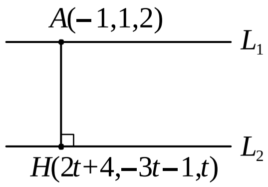
(2)L_1，L_3的交點坐標為____________；

(3)包含直線 L_2且與直線 L_3平行的平面方程式為____________；

(4)L_2，L_3的距離為____________．

解答　(1)$\sqrt{19}$;(2)$(5,-8,5)$;(3)$7x+y-11z=27$;(4)$\dfrac{55\sqrt{19}}{57}$

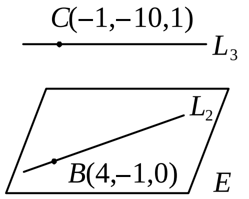
解析　(1)如圖，令垂足 $H(2t+4,-3t-1,t)$



$\overline{AH}=\sqrt{(2t+5)^2+(-3t-2)^2+(t-2)^2}=\sqrt{14t^2+28t+33}=\sqrt{14(t+1)^2+19}$，$d(L_1,L_2)=\sqrt{19}$．

(2) $L_1:\begin{cases}x=2t-1\\ y=-3t+1\\ z=t+2\end{cases}$，$t$ 為實數，代入 L_3　$\Rightarrow\dfrac{2t}{3}=\dfrac{-3t+11}{1}=\dfrac{t+1}{2}\Rightarrow t=3$，　$\therefore$交點$(5,-8,5)$．

(3)



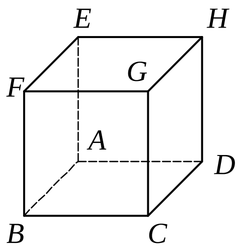
$\overrightarrow{N}=\overrightarrow{V_2}\times\overrightarrow{V_3}=(-7,-1,11)=-(7,1,-11)$，　$\therefore E:7x+y-11z=27$．

(4)$d(L_2,L_3)=d(C,E)=\dfrac{|-7-10-11-27|}{\sqrt{49+1+121}}=\dfrac{55}{\sqrt{171}}=\dfrac{55\sqrt{171}}{171}=\dfrac{55\sqrt{19}}{57}$．

8.如圖正立方體 $ABCD-EFGH$，若 $ABCD$ 所在的平面方程式為 $2x-y+2z+6=0$，且 $E(-7,5,-7)$

(1)$EFGH$ 所在的平面方程式為____________；(2)正立方體的邊長 $=$____________；

(3)A 點坐標為____________；(4)$\angle HAF=$____________ .



解答 (1)$2x-y+2z=-33$;(2)9;(3)$(-1,2,-1)$;(4) $60°$

解析 (1)$2x-y+2z=-33$.

(2)邊長$=d(E,$平面 $ABCD)=\dfrac{|-14-5-14+6|}{3}=9$.

(3) $\overleftrightarrow{EA}:\begin{cases}x=-7+2t\\y=5-t\\z=-7+2t\end{cases}$，$t$ 為實數，代入 $2x-y+2z+6=0$

$\Rightarrow -14+4t-5+t-14+4t+6=0\Rightarrow t=3$，　$\therefore A(-1,2,-1)$.

(4)$\because \overline{FA}=\overline{AH}=\overline{HF}=9\sqrt{2}$，　$\therefore \angle HAF=60°$.

9.空間中,若兩直線 L_1：$\dfrac{x-1}{3}=\dfrac{y-4}{4}=z-6$ 和 L_2：$\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y-4}{3}=z+k$ 在同一平面上,則 $k=$________.

解答 -8

解析 設包含 L_1 與 L_2 之平面為 E，其法向量為 $\vec{n}\Rightarrow\begin{cases}\vec{n}\perp(3,4,1)\\\vec{n}\perp(2,3,1)\end{cases}\Rightarrow$ 可取 $\vec{n}=(1,-1,1)$

$\Rightarrow E$ 的方程式：$(x-1)-(y-4)+(z-6)=0\Rightarrow x-y+z=3$

$\because(-1,4,-k)\in L_2\subset E$，$\therefore$代入可求 k：$-1-4-k=3\Rightarrow k=-8$.

10.空間中有三點 $A(1,2,3)$，$B(-1,0,1)$，$C(2,-1,0)$，

(1)求$\triangle ABC$ 之面積為____________；

(2)求 A，B，C 三點所決定之平面方程式為____________；

(3)$\triangle ABC$ 之外心坐標為____________；

(4)求過點 C 且與直線 AB 互相垂直之直線方程式為____________ .（以對稱比例式表示）

解答 (1) $4\sqrt{2}$;(2)$y-z=-1$;(3)$(\dfrac{9}{8},\dfrac{7}{16},\dfrac{23}{16})$;(4)$\dfrac{x-2}{2}=\dfrac{y+1}{-1}=\dfrac{z}{-1}$

解析 (1) $\overrightarrow{AB}=(-2,-2,-2)$，$\overrightarrow{AC}=(1,-3,-3)\Rightarrow\overrightarrow{AB}\times\overrightarrow{AC}=(0,-8,8)$

$\therefore\triangle ABC=\dfrac{1}{2}|(0,-8,8)|=\dfrac{1}{2}\sqrt{0^2+(-8)^2+8^2}=4\sqrt{2}$.

(2) $\overrightarrow{N}=\overrightarrow{AB}\times\overrightarrow{AC}\,//\,(0,1,-1)$，$\therefore E: y-z=-1$.

(3) $\overrightarrow{N_1}=\overrightarrow{AB}=-2(1,1,1)$，又 $\overline{AB}$ 之中點$(0,1,2)$，　$\therefore E_1: x+y+z=3$，

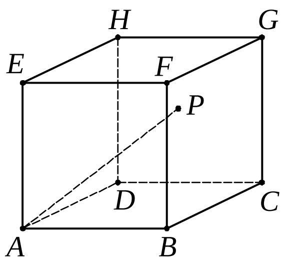
$\overrightarrow{N_2}=\overrightarrow{AC}=(1,-3,-3)$，又 $\overline{AC}$ 的中點$(\dfrac{3}{2},\dfrac{1}{2},\dfrac{3}{2})$，　$\therefore E_2: x-3y-3z=\dfrac{-9}{2}$，

$$\therefore P:\begin{cases} x+y+z=3 \\ x-3y-3z=\dfrac{-9}{2} \\ y-z=-1 \end{cases} \Rightarrow P(\frac{9}{8},\frac{7}{16},\frac{23}{16})\ .$$

(4)垂足 H 為$(-1+t,0+t,1+t)$，$\overrightarrow{CH}\cdot\overrightarrow{AB}=0\quad\Rightarrow(t-3,t+1,t+1)\cdot(1,1,1)=0\Rightarrow t=\frac{1}{3}$，

$\overrightarrow{CH}=(\frac{-8}{3},\frac{4}{3},\frac{4}{3})=\frac{-4}{3}(2,-1,-1)$，　∴所求：$\frac{x-2}{2}=\frac{y+1}{-1}=\frac{z}{-1}$

11.如圖，$ABCD-EFGH$ 為邊長等於 1 之正立方體．若 P 點在立方體之內部且滿足 $\overrightarrow{AP}=\frac{3}{4}\overrightarrow{AB}+\frac{1}{2}\overrightarrow{AD}+\frac{2}{3}\overrightarrow{AE}$，則 P 點至直線 AB 之距離為____________．（化成最簡分數）

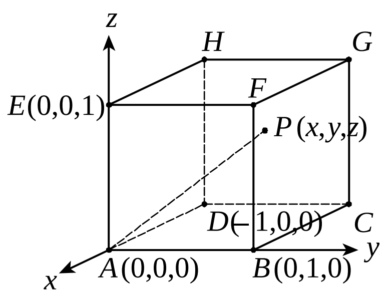


解答 $\frac{5}{6}$

解析 令 $A(0,0,0)$，$B(0,1,0)$，$E(0,0,1)$，$D(-1,0,0)$，$P(x,y,z)$，

則 $\overrightarrow{AP}=\frac{3}{4}\overrightarrow{AB}+\frac{1}{2}\overrightarrow{AD}+\frac{2}{3}\overrightarrow{AE}\Rightarrow(x,y,z)=\frac{3}{4}(0,1,0)+\frac{1}{2}(-1,0,0)+\frac{2}{3}(0,0,1)=(-\frac{1}{2},\frac{3}{4},\frac{2}{3})$，

$P(-\frac{1}{2},\frac{3}{4},\frac{2}{3})$ 到 y 軸之投影點為 $Q(0,\frac{3}{4},0)$，故 $\overline{PQ}=\sqrt{(-\frac{1}{2})^2+0^2+(\frac{2}{3})^2}=\sqrt{\frac{25}{36}}=\frac{5}{6}$ ．



12.(1)求通過 A (3 , 1 , 5)且與 $\overrightarrow{N}=(2,3,4)$ 平行之直線參數式為____________．

(2)求通過 A (4 , 2 , 1)，B (5 , 4 , 3)兩點之直線參數式為____________．

解答 (1)$\begin{cases} x=3+2t \\ y=1+3t \\ z=5+4t \end{cases}$（$t$ 為實數）;(2)$\begin{cases} x=4+t \\ y=2+2t \\ z=1+2t \end{cases}$（$t$ 為實數）

解析 (1)$\begin{cases} x=3+2t \\ y=1+3t \\ z=5+4t \end{cases}$（$t$ 為實數）．

(2) $\overrightarrow{AB}=(1,2,2)$，直線 AB 之參數式為 $\begin{cases}x=4+t\\y=2+2t\\z=1+2t\end{cases}$（$t$ 為實數）．

13.若直線 L：$\begin{cases}x+3y-z=-2\\3x+4y+z=3\end{cases}$ 的對稱比例式為 $\dfrac{x+c}{a}=\dfrac{y+1}{b}=\dfrac{z+d}{5}$，試求 $a+b+c+d=$____________．

解答　-6

解析　$(1,3,-1)\times(3,4,1)=(7,-4,-5)$，取方向向量為$(-7,4,5)$，

又直線 L 上一點$(-c,-1,-d)$代入 $\Rightarrow\begin{cases}-c-3+d=-2\\-3c-4-d=3\end{cases}\Rightarrow c=-2$，$d=-1$，

$\therefore a+b+c+d=-7+4-2-1=-6$．

14.已知平面 E：$ax+by+2z=3$ 包含直線 L：$\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{1}=\dfrac{z-3}{3}$，則數對$(a,b)$為____________．

解答　$(-9,3)$

解析　將$(1,2,3)$代入 $\Rightarrow a+2b+6=3$，又$(a,b,2)\cdot(1,1,3)=0\Rightarrow a+b+6=0$，

$\begin{cases}a+2b+3=0\\a+b+6=0\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}a=-9\\b=3\end{cases}$，故$(a,b)=(-9,3)$．

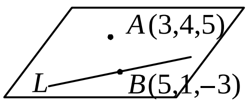
15.求過點 $A(3,4,5)$，且包含直線 L：$\dfrac{x-5}{1}=\dfrac{y-1}{2}=\dfrac{z+3}{3}$ 之平面方程式為____________．

解答　$x-2y+z=0$

解析　在 L 上取一點 $B(5,1,-3)$，$\overrightarrow{AB}=(2,-3,-8)$，$\overrightarrow{N_L}=(1,2,3)$，

$\overrightarrow{AB}\times\overrightarrow{N_L}=(7,-14,7)=7(1,-2,1)$，取 $\overrightarrow{N}=(1,-2,1)$，

所求平面為 $x-2y+z+d=0$，$A(3,4,5)$代入得 $d=0$，$\therefore$所求為 $x-2y+z=0$．



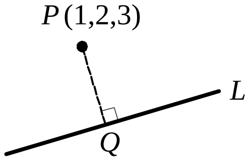
16.設 L 為 $x-y+z=1$，$x+y-z=1$ 兩平面的交線，則 L 上與點 $P(1,2,3)$距離最近的點 Q 為__________．

解答　$(1,\dfrac{5}{2},\dfrac{5}{2})$

解析　L：$\begin{cases}x-y+z=1\\x+y-z=1\end{cases}\Rightarrow L$：$\begin{cases}x=1\\y=t\\z=t\end{cases}$，$t\in\mathbb{R}$，

$\because L$ 上與點 P 距離最近點為 Q，$\therefore\overrightarrow{PQ}\perp L$ 之方向向量$(0,1,1)$，

令 $Q(1,t,t)$，則 $\overrightarrow{PQ}=(0,t-2,t-3)\Rightarrow(0,t-2,t-3)\cdot(0,1,1)=0\Rightarrow t=\dfrac{5}{2}$，$\therefore Q(1,\dfrac{5}{2},\dfrac{5}{2})$．



17.空間中四點 $ABCD$，$A(-1,1,2)$，$B(0,-1,4)$，$C(-3,5,6)$，$D(1,2,0)$，若 $\overleftrightarrow{AE}$ 為 $\angle BAC$ 的角平分線，$\overleftrightarrow{AF}$ 為 $\angle CAD$ 的角平分線，則 $\overleftrightarrow{AE}$ 與 $\overleftrightarrow{AF}$ 兩直線之交角為____________．（兩解）

解答 90°、90°

解析 $\overrightarrow{AB}=(1,-2,2)$， $\overrightarrow{AC}=(-2,4,4)$，則 $\overrightarrow{AE}=(\frac{-2+2}{3},\frac{4-4}{3},\frac{4+4}{3})=(0,0,\frac{8}{3})$，

$\overrightarrow{AD}=(2,1,-2)$，則 $\overrightarrow{AF}=(\frac{-2+4}{3},\frac{4+2}{3},\frac{4-4}{3})=(\frac{2}{3},2,0)$，

得 $\cos\angle EAF=\dfrac{0}{\frac{8}{3}\times\frac{\sqrt{40}}{3}}=0\Rightarrow\angle EAF=90°$，故 $\overleftrightarrow{AE}$ 與 $\overleftrightarrow{AF}$ 的交角為 90°、90°．

18.設直線 L：$\dfrac{x}{1}=\dfrac{y-6}{-2}=\dfrac{z-2}{2}$，點 $P\,(-1,2,3)$，求

(1)P 點到直線 L 的距離為____________．

(2)P 點對直線 L 的對稱點坐標為____________．

解答 (1)3;(2)(3 , 6 , 5)

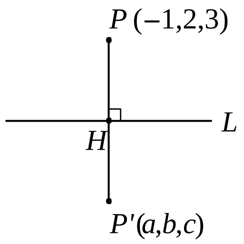
解析 (1)設垂足點 $H\,(t,6-2t,2+2t)$，$\overrightarrow{PH}=(t+1,4-2t,-1+2t)$，$\overrightarrow{N_L}=(1,-2,2)$，

$\overrightarrow{PH}\cdot\overrightarrow{N_L}=0 \quad\Rightarrow\quad t+1-8+4t-2+4t=0 \quad\Rightarrow\quad t=1$．

$\therefore\quad H\,(1,4,4)$，又 $\overrightarrow{PH}=(2,2,1) \quad\Rightarrow\quad |\overrightarrow{PH}|=\sqrt{4+4+1}=3$．

(2)設對稱點 $P'\,(a,b,c)$，$\overline{PP'}$ 之中點即為 H 點，

即 $\dfrac{a-1}{2}=1 \quad\Rightarrow\quad a=3$，$\dfrac{b+2}{2}=4 \quad\Rightarrow\quad b=6$，$\dfrac{c+3}{2}=4 \quad\Rightarrow\quad c=5$，$\therefore P'\,(3,6,5)$．



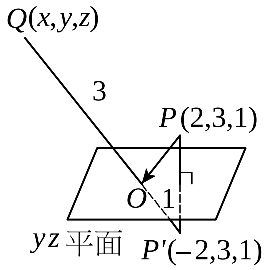
19.在空間坐標系中，設 YZ 平面為一鏡面，有一光線通過點 $P\,(2,3,1)$射向鏡面上的點 $O\,(0,0,0)$，經鏡面反射後通過點 Q，若 $\overline{OQ}=3\overline{OP}$，則 Q 點的坐標為____________．

解答 (6 , − 9 , − 3)

解析 P 點對於 YZ 平面之對稱點為 $P'\,(-2,3,1)$，

設 Q 點坐標(x,y,z)，由分點公式：

$0=\dfrac{x-6}{4} \quad\Rightarrow\quad x=6$，$0=\dfrac{y+9}{4} \quad\Rightarrow\quad y=-9$，$0=\dfrac{z+3}{4} \quad\Rightarrow\quad z=-3$，$\therefore Q\,(6,-9,-3)$．



20.有一道光線由點 $A(0,3,0)$射向平面 E：$x-2y+z+3=0$，經平面反射後通過點 $B(7,1,-14)$，若反射光所在的直線方程式為$\begin{cases}\dfrac{x-3}{2}=\dfrac{z-a}{b}\\ y=c\end{cases}$，試求數對$(a,b,c)=$ ____________ .

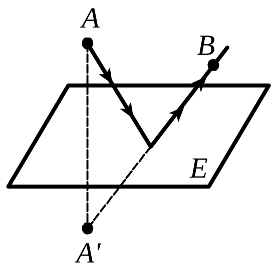
解答 $(-4,-5,1)$

解析 找出 A 點對稱平面 E 的對稱點 $A'(0+t,3-2t,0+t)$，

$\overline{AA'}$ 的中點在平面 E 上，則 $\dfrac{t}{2}-2\cdot(\dfrac{6-2t}{2})+\dfrac{t}{2}+3=0$，求得 $t=1$.

$A'(1,1,1)$，$B(7,1,-14)$在直線 $\overleftrightarrow{A'B}$：$\begin{cases}\dfrac{x-3}{2}=\dfrac{z-a}{b}\\ y=c\end{cases}$ 上

$\Rightarrow\begin{cases}\dfrac{1-3}{2}=\dfrac{1-a}{b}\\ 1=c\end{cases}$，$\begin{cases}\dfrac{7-3}{2}=\dfrac{-14-a}{b}\\ 1=c\end{cases}$，求得$(a,b,c)=(-4,-5,1)$.



21.已知兩直線 L_1：$\begin{cases}x=7+2t\\ y=4+t\\ z=-1-2t\end{cases}$（$t$ 為實數），L_2：$\begin{cases}x=7+s\\ y=-1-2s\\ z=5+2s\end{cases}$（$s$ 為實數），交於 A 點，求 A 之坐標為_________________ .

解答 $(5,3,1)$

解析 $\begin{cases}x=7+2t=7+s\\ y=4+t=-1-2s\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}2t-s=0\\ t+2s=-5\end{cases}$，$\therefore t=-1$，$s=-2$，即交點 $A(5,3,1)$.

22.已知直線 $L:\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y-6}{3}=\dfrac{z+1}{-5}$,$E:x-3y+2z+4=0$,則包含直線 L 且與平面 E 垂直的平面為____.

解答 $x+y+z-4=0$

解析 $\overrightarrow{V_L}=(2,3,-5)$，$\overrightarrow{N_E}=(1,-3,2)$，設所求平面法向量 $\overrightarrow{N}$，$\overrightarrow{N}=\overrightarrow{V_L}\times\overrightarrow{N_E}=-9(1,1,1)$，

又平面過$(-1,6,-1)\Rightarrow x+y+z=-1+6-1=4$，$\therefore x+y+z-4=0$.

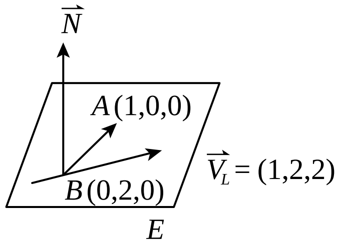
23.已知 $A(1,0,0)$，及一直線 $L:\dfrac{x}{1}=\dfrac{y-2}{2}=\dfrac{z}{2}$，

(1)求過 A 點且包含直線 L 的平面方程式為＿＿＿＿＿＿；

(2)求過 A 點且垂直直線 L 的直線方程式為＿＿＿＿＿＿．

解答 (1)$2x+y-2z=2$;(2)$\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y}{-2}=\dfrac{z}{1}$

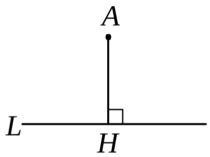
解析 (1) $\overrightarrow{N}=\overrightarrow{BA}\times\overrightarrow{V_L}=(1,-2,0)\times(1,2,2)=(-4,-2,4)=-2(2,1,-2)$ $\quad\therefore E: 2x+y-2z=2$．



(2)垂足 $H(t,2+2t,2t)$，$\overrightarrow{AH}=(t-1,2t+2,2t)$，$\overrightarrow{V_L}=(1,2,2)$

$\because \overrightarrow{AH}\perp\overrightarrow{V_L}$，$\therefore \overrightarrow{AH}\cdot\overrightarrow{V_L}=0 \quad \Rightarrow 1\cdot(t-1)+2\cdot(2t+2)+2\cdot 2t=0\Rightarrow t=-\dfrac{1}{3}$

$\Rightarrow \overrightarrow{AH}=(-\dfrac{4}{3},\dfrac{4}{3},-\dfrac{2}{3})=-\dfrac{2}{3}(2,-2,1)$， $\quad\therefore$所求 $\overleftrightarrow{AH}:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y}{-2}=\dfrac{z}{1}$．



24.設 $A(1,0,1)$，$B(2,2,3)$，則 $\overrightarrow{AB}$ 在直線 $L:\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y-1}{3}=\dfrac{z+5}{6}$ 上投影的長度為＿＿＿＿＿＿．

解答 $\dfrac{20}{7}$

解析 $\overrightarrow{AB}=(1,2,2)$，$\overrightarrow{V_L}=(2,3,6)$，$\therefore$所求$=\dfrac{|\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{V_L}|}{|\overrightarrow{V_L}|}=\dfrac{|2+6+12|}{7}=\dfrac{20}{7}$．

25.直線 $\dfrac{x}{1}=\dfrac{y-1}{2}=\dfrac{z-2}{-2}$ 及 $\dfrac{x}{2}=\dfrac{y-1}{-3}=\dfrac{z-2}{6}$ 所夾的銳角平分線方程式為＿＿＿＿＿＿．

解答 $\dfrac{x}{1}=\dfrac{y-1}{23}=\dfrac{z-2}{-32}$

解析 $(1,2,-2)\cdot(2,-3,6)=2-6-12<0$……夾鈍角

$\therefore$銳角之平分線的方向向量 $=\dfrac{(1,2,-2)}{3}+\dfrac{(-2,3,-6)}{7}=\dfrac{1}{21}(1,23,-32)$

又兩線之交點為$(0,1,2)$，$\therefore$所求：$\dfrac{x}{1}=\dfrac{y-1}{23}=\dfrac{z-2}{-32}$．

26. $L_1:\begin{cases}x=1+2t\\y=-2+3t\\z=2-t\end{cases}$，$t$ 為實數； $L_2:\begin{cases}x=3+t\\y=3+2t\\z=-5-2t\end{cases}$，$t$ 為實數，過 L_1，L_2 之交點且與 L_1，L_2 均垂直的直線方程式為 $\dfrac{x+1}{4}=\dfrac{y-a}{c}=\dfrac{z-b}{d}$，則序組$(a,b,c,d)=$____________．

解答 $(-5,3,-3,-1)$

解析 (1)點$(-1,a,b)$代入 $L_1:\begin{cases}-1=1+2t\\a=-2+3t\\b=2-t\end{cases}$ $\therefore t=-1$，$\therefore a=-5$，$b=3$．

(2) $\overrightarrow{V}=\overrightarrow{V_1}\times\overrightarrow{V_2}=(2,3,-1)\times(1,2,-2)=(-4,3,1)=-(4,-3,-1)$

$\therefore c=-3$，$d=-1$， 故$(a,b,c,d)=(-5,3,-3,-1)$．

27.二歪斜線 $L_1:\dfrac{x-4}{2}=\dfrac{y-1}{4}=\dfrac{z-1}{3}$ 與 $L_2:\dfrac{x-3}{2}=\dfrac{y+3}{5}=\dfrac{z-2}{4}$，則

(1)包含 L_2 且平行 L_1 的平面方程式為____________；

(2)兩歪斜線 L_1 與 L_2 的公垂距離為____________．

解答 (1)$x-2y+2z=13$;(2)3

解析 (1) $\overrightarrow{N}=\overrightarrow{V_1}\times\overrightarrow{V_2}=(2,4,3)\times(2,5,4)=(1,-2,2)$， $\therefore E: x-2y+2z=13$．

(2)$d(L_1,L_2)=d(A,E)=\dfrac{|4-2+2-13|}{3}=3$．