高雄市明誠中學 高二數學平時測驗 日期：103.04.21					
範圍	2-2空間直線方程式(A)	班級	二年____班	姓名	
		座號			

1.設點 $P(1, 1, -2)$，直線 L：$\dfrac{x-5}{2}=\dfrac{y-6}{-3}=\dfrac{z-3}{-2}$，

(1)自 P 點作直線 L 的垂線與直線 L 交於 H，求 H 點坐標為____________．

(2)求點 P 到直線 L 的距離為____________．

(3)P 點對直線 L 的對稱點坐標為____________．

解答 (1)$(7, 3, 1)$;(2)7;(3) $(13, 5, 4)$

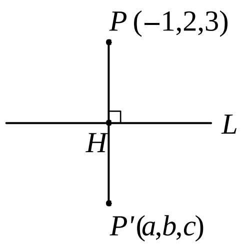
解析 (1)令 H 的坐標為 $(2t+5, 6-3t, 3-2t)$，$\because \overrightarrow{PH}\perp\overrightarrow{v}=(2,-3,-2)$，

$\therefore (2t+4, 5-3t, 5-2t)\cdot(2, -3, -2)=0 \Rightarrow t=1 \Rightarrow H(7, 3, 1)$．

(2)$d(P, L)=\overline{PH}=\sqrt{6^2+2^2+3^2}=7$．

(3)設對稱點 $P'(a, b, c)$，$\overline{PP'}$ 之中點即為 H 點，

即 $\dfrac{a+1}{2}=7 \Rightarrow a=13$，$\dfrac{b+1}{2}=3 \Rightarrow b=5$，$\dfrac{c-2}{2}=1 \Rightarrow c=4$，$\therefore P'(13, 5, 4)$．



2.已知直線 $L_1:\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y-1}{-3}=\dfrac{z-2}{1}$，$L_2:\dfrac{x-4}{2}=\dfrac{y+1}{-3}=\dfrac{z}{1}$，$L_3:\dfrac{x+1}{3}=\dfrac{y+10}{1}=\dfrac{z-1}{2}$

(1)L_1，L_2 的距離為____________；

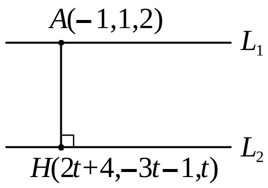
(2)L_1，L_3 的交點坐標為____________；

(3)包含直線 L_2 且與直線 L_3 平行的平面方程式為____________；

(4)L_2，L_3 的距離為____________．

解答 (1)$\sqrt{19}$;(2)$(5,-8,5)$;(3)$7x+y-11z=27$;(4)$\dfrac{55\sqrt{19}}{57}$

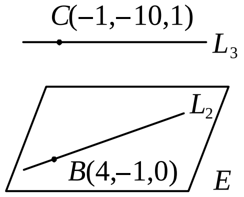
解析 (1)如圖，令垂足 $H(2t+4, -3t-1, t)$



$\overline{AH}=\sqrt{(2t+5)^2+(-3t-2)^2+(t-2)^2}=\sqrt{14t^2+28t+33}=\sqrt{14(t+1)^2+19}$，$d(L_1,L_2)=\sqrt{19}$．

(2) $L_1:\begin{cases}x=2t-1\\ y=-3t+1\\ z=t+2\end{cases}$，$t$ 為實數，代入 L_3 $\Rightarrow \dfrac{2t}{3}=\dfrac{-3t+11}{1}=\dfrac{t+1}{2}\Rightarrow t=3$， $\therefore$交點$(5,-8,5)$.

(3)



$\overrightarrow{N}=\overrightarrow{V_2}\times\overrightarrow{V_3}=(-7,-1,11)=-(7,1,-11)$， $\therefore E:7x+y-11z=27$.

(4)$d(L_2,L_3)=d(C,E)=\dfrac{|-7-10-11-27|}{\sqrt{49+1+121}}=\dfrac{55}{\sqrt{171}}=\dfrac{55\sqrt{171}}{171}=\dfrac{55\sqrt{19}}{57}$.

3.空間中有三點 $A(1,2,3)$，$B(-1,0,1)$，$C(2,-1,0)$，

(1)求△ABC 之面積為____________；

(2)求 A，B，C 三點所決定之平面方程式為____________；

(3)△ABC 之外心坐標為____________；

(4)求過點 C 且與直線 AB 互相垂直之直線方程式為____________ .（以對稱比例式表示）

解答 (1) $4\sqrt{2}$;(2)$y-z=-1$;(3)$(\dfrac{9}{8},\dfrac{7}{16},\dfrac{23}{16})$;(4) $\dfrac{x-2}{2}=\dfrac{y+1}{-1}=\dfrac{z}{-1}$

解析 (1) $\overrightarrow{AB}=(-2,-2,-2)$， $\overrightarrow{AC}=(1,-3,-3)\Rightarrow$ $\overrightarrow{AB}\times\overrightarrow{AC}=(0,-8,8)$

$\therefore \triangle ABC=\dfrac{1}{2}|(0,-8,8)|=\dfrac{1}{2}\sqrt{0^2+(-8)^2+8^2}=4\sqrt{2}$.

(2) $\overrightarrow{N}=\overrightarrow{AB}\times\overrightarrow{AC}\,//\,(0,1,-1)$，$\therefore E:y-z=-1$.

(3) $\overrightarrow{N_1}=\overrightarrow{AB}=-2(1,1,1)$，又 $\overline{AB}$ 之中點$(0,1,2)$， $\therefore E_1:x+y+z=3$，

$\overrightarrow{N_2}=\overrightarrow{AC}=(1,-3,-3)$，又 $\overline{AC}$ 的中點$(\dfrac{3}{2},\dfrac{1}{2},\dfrac{3}{2})$， $\therefore E_2:x-3y-3z=\dfrac{-9}{2}$，

$\therefore P:\begin{cases}x+y+z=3\\ x-3y-3z=\dfrac{-9}{2}\\ y-z=-1\end{cases}\Rightarrow P(\dfrac{9}{8},\dfrac{7}{16},\dfrac{23}{16})$.

(4)垂足 H 為$(-1+t,0+t,1+t)$， $\overrightarrow{CH}\cdot\overrightarrow{AB}=0$ $\Rightarrow(t-3,t+1,t+1)\cdot(1,1,1)=0\Rightarrow t=\dfrac{1}{3}$，

$\overrightarrow{CH}=(\dfrac{-8}{3},\dfrac{4}{3},\dfrac{4}{3})=\dfrac{-4}{3}(2,-1,-1)$， $\therefore$所求： $\dfrac{x-2}{2}=\dfrac{y+1}{-1}=\dfrac{z}{-1}$

4.若直線 L： $\begin{cases}x+3y-z=-2\\ 3x+4y+z=3\end{cases}$ 的對稱比例式為 $\dfrac{x+c}{a}=\dfrac{y+1}{b}=\dfrac{z+d}{5}$，試求 $a+b+c+d=$____________ .

解答 -6

解析 $(1,3,-1)\times(3,4,1)=(7,-4,-5)$，取方向向量為$(-7,4,5)$，

又直線 L 上一點$(-c,-1,-d)$代入 $\Rightarrow\begin{cases}-c-3+d=-2\\-3c-4-d=3\end{cases}\Rightarrow c=-2$，$d=-1$，

$\therefore a+b+c+d=-7+4-2-1=-6$．

5.已知平面 E：$ax+by+2z=3$ 包含直線 L：$\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{1}=\dfrac{z-3}{3}$，則數對$(a,b)$為____________．

解答 $(-9,3)$

解析 將$(1,2,3)$代入 $\Rightarrow a+2b+6=3$，又$(a,b,2)\cdot(1,1,3)=0\Rightarrow a+b+6=0$，

$\begin{cases}a+2b+3=0\\a+b+6=0\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}a=-9\\b=3\end{cases}$，故$(a,b)=(-9,3)$．

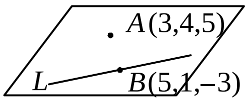
6.求過點 $A(3,4,5)$，且包含直線 L：$\dfrac{x-5}{1}=\dfrac{y-1}{2}=\dfrac{z+3}{3}$ 之平面方程式為____________．

解答 $x-2y+z=0$

解析 在 L 上取一點 $B(5,1,-3)$，$\overrightarrow{AB}=(2,-3,-8)$，$\overrightarrow{N_L}=(1,2,3)$，

$\overrightarrow{AB}\times\overrightarrow{N_L}=(7,-14,7)=7(1,-2,1)$，取 $\overrightarrow{N}=(1,-2,1)$，

所求平面為 $x-2y+z+d=0$，$A(3,4,5)$代入得 $d=0$，$\therefore$所求為 $x-2y+z=0$．



7.有一道光線由點 $A(0,3,0)$射向平面 E：$x-2y+z+3=0$，經平面反射後通過點 $B(7,1,-14)$，若反射光所在的直線方程式為$\begin{cases}\dfrac{x-3}{2}=\dfrac{z-a}{b}\\y=c\end{cases}$，試求數對$(a,b,c)=$____________．

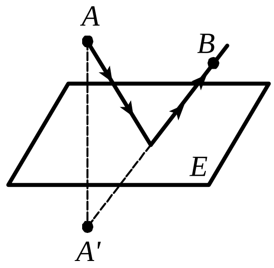
解答 $(-4,-5,1)$

解析 找出 A 點對稱平面 E 的對稱點 $A'(0+t,3-2t,0+t)$，

$\overline{AA'}$ 的中點在平面 E 上，則 $\dfrac{t}{2}-2\cdot(\dfrac{6-2t}{2})+\dfrac{t}{2}+3=0$，求得 $t=1$．

$A'(1,1,1)$，$B(7,1,-14)$在直線 $\overleftrightarrow{A'B}$：$\begin{cases}\dfrac{x-3}{2}=\dfrac{z-a}{b}\\y=c\end{cases}$ 上

$\Rightarrow\begin{cases}\dfrac{1-3}{2}=\dfrac{1-a}{b}\\1=c\end{cases}$，$\begin{cases}\dfrac{7-3}{2}=\dfrac{-14-a}{b}\\1=c\end{cases}$，求得$(a,b,c)=(-4,-5,1)$．



8.已知直線 $L:\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y-6}{3}=\dfrac{z+1}{-5}$,$E: x-3y+2z+4=0$,則包含直線 L 且與平面 E 垂直的平面為____.

解答 $x+y+z-4=0$

解析 $\overrightarrow{V_L}=(2,3,-5)$,$\overrightarrow{N_E}=(1,-3,2)$,設所求平面法向量 $\overrightarrow{N}$,$\overrightarrow{N}=\overrightarrow{V_L}\times\overrightarrow{N_E}=-9(1,1,1)$,

又平面過$(-1,6,-1)\Rightarrow x+y+z=-1+6-1=4$,$\therefore x+y+z-4=0$.

9.設 $A(1,0,1)$,$B(2,2,3)$,則 $\overrightarrow{AB}$ 在直線 $L:\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y-1}{3}=\dfrac{z+5}{6}$ 上投影的長度為____________.

解答 $\dfrac{20}{7}$

解析 $\overrightarrow{AB}=(1,2,2)$,$\overrightarrow{V_L}=(2,3,6)$,$\therefore$所求$=\dfrac{|\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{V_L}|}{|\overrightarrow{V_L}|}=\dfrac{|2+6+12|}{7}=\dfrac{20}{7}$.

10.直線 $\dfrac{x}{1}=\dfrac{y-1}{2}=\dfrac{z-2}{-2}$ 及 $\dfrac{x}{2}=\dfrac{y-1}{-3}=\dfrac{z-2}{6}$ 所夾的銳角平分線方程式為____________.

解答 $\dfrac{x}{1}=\dfrac{y-1}{23}=\dfrac{z-2}{-32}$

解析 $(1,2,-2)\cdot(2,-3,6)=2-6-12<0$……夾鈍角

$\therefore$銳角之平分線的方向向量 $=\dfrac{(1,2,-2)}{3}+\dfrac{(-2,3,-6)}{7}=\dfrac{1}{21}(1,23,-32)$

又兩線之交點為$(0,1,2)$,$\therefore$所求:$\dfrac{x}{1}=\dfrac{y-1}{23}=\dfrac{z-2}{-32}$.

11.二歪斜線 $L_1:\dfrac{x-4}{2}=\dfrac{y-1}{4}=\dfrac{z-1}{3}$ 與 $L_2:\dfrac{x-3}{2}=\dfrac{y+3}{5}=\dfrac{z-2}{4}$,則

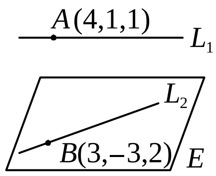
(1)包含 L_2 且平行 L_1 的平面方程式為____________;

(2)兩歪斜線 L_1 與 L_2 的公垂距離為____________.

解答 (1)$x-2y+2z=13$;(2)3

解析 (1) $\overrightarrow{N}=\overrightarrow{V_1}\times\overrightarrow{V_2}=(2,4,3)\times(2,5,4)=(1,-2,2)$, $\therefore E: x-2y+2z=13$.

(2)$d(L_1,L_2)=d(A,E)=\dfrac{|4-2+2-13|}{3}=3$.



A (4,1,1)
L1
L2
B(3,−3,2)
E