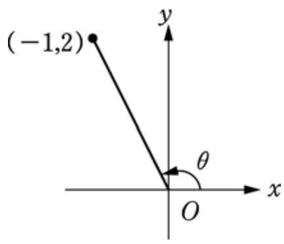
高雄市明誠中學 高二數學平時測驗					日期：102.10.28
範圍	1-4 和角、倍角、半角公式	班級	二年____班	姓名	
		座號			

一、填充題 （每題 10 分 ）

1. 知 $90° < \theta < 180°$，$\cos\theta = -\dfrac{1}{\sqrt{5}}$，求 $\tan 2\theta =$______。

答案：$\dfrac{4}{3}$

解析：$90° < \theta < 180°$，$\cos\theta = -\dfrac{1}{\sqrt{5}}$ 故 $\tan\theta = -\dfrac{2}{1} = -2$



$$\tan 2\theta = \frac{2\tan\theta}{1-\tan^2\theta} = \frac{2\times(-2)}{1-(-2)^2} = \frac{4}{3}$$

2. 已知 θ 為第二象限角且 $\sin\theta = \dfrac{12}{13}$，試求：

(1) $\cos\theta =$________。 (2) $\sin(\theta + 30°)$ 之值為________。

答案：(1) $\dfrac{-5}{13}$；(2) $\dfrac{12\sqrt{3}-5}{26}$

解析：(1) $\cos\theta = \dfrac{-5}{13}$

(2) $\sin(\theta+30°) = \sin\theta \cdot \cos 30° + \cos\theta \cdot \sin 30° = \dfrac{12}{13}\times\dfrac{\sqrt{3}}{2} + \dfrac{-5}{13}\times\dfrac{1}{2} = \dfrac{12\sqrt{3}-5}{26}$

3. 化簡 $\sin(\alpha+30°)\cos(60°-\alpha) + \cos(\alpha+30°)\sin(60°-\alpha) =$______。

答案：1

解析：所求式 $= \sin[(\alpha+30°)+(60°-\alpha)] = \sin 90° = 1$

4. 以 $x + \cos 20°$ 除多項式 $f(x) = 8x^3 - 6x + 5$ 之餘式為______。

答案：4

解析：餘式為 $f(-\cos 20°) = 8(-\cos 20°)^3 - 6(-\cos 20°) + 5$

$= -2(4\cos^3 20° - 3\cos 20°) + 5$

$= -2\cos 3(20°) + 5 = -1 + 5 = 4$

5. 求 $\dfrac{\sin 75°}{\sin 25°} - \dfrac{\cos 75°}{\cos 25°} =$______。

答案：2

解析：原式 $= \dfrac{3\sin 25° - 4\sin^3 25°}{\sin 25°} - \dfrac{4\cos^3 25° - 3\cos 25°}{\cos 25°} = (3 - 4\sin^2 25°) - (4\cos^2 25° - 3)$

$= 6 - 4(\sin^2 25° + \cos^2 25°) = 6 - 4 = 2$

6. 求 $\sin^2 22.5° + \sin^2 67.5° =$__________。

答案：1

解析：$\sin^2 22.5° + \sin^2 67.5° = \sin^2 22.5° + \cos^2 22.5° = 1$

7. 求下列之值：$\cos 200° \cos 280° - \sin 100° \sin 160° =$______。

答案：$-\frac{1}{2}$

解析：$\cos200°=\cos(90°×2+20°)=-\cos20°$，$\cos280°=\cos(90°×4-80°)=\cos80°$

$\sin100°=\sin(90°×2-80°)=\sin80°$，$\sin160°=\sin(90°×2-20°)=\sin20°$

原式$=-\cos20°\cos80°-\sin80°\sin20°=-\cos60°=-\frac{1}{2}$

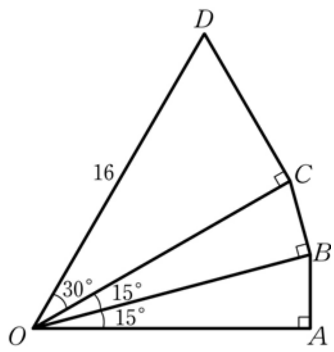
8. 求下列之值：$\sin 23°\cos 382°+\sin 67°\cos 292°=$______。

答案：$\frac{\sqrt{2}}{2}$

解析：$\cos382°=\cos22°$，$\cos292°=\sin22°$，$\sin67°=\cos23°$

原式$=\sin23°\cos22°+\cos23°\sin22°=\sin45°=\frac{\sqrt{2}}{2}$

9. 附圖是由三個直角三角形堆疊而成的圖形，且 $\overline{OD}=16$，則直角△OAB 的高 $\overline{AB}=$_____。



答案：$2\sqrt{3}$

解析：$\overline{AB}=\overline{OB}\cdot\sin 15°=(\overline{OC}\cdot\cos 15°)\cdot\sin 15°$

$=(\overline{OD}\cdot\cos 30°)\cdot\cos 15°\cdot\sin 15°$

$=16×\sin 15°\cdot\cos 15°\cdot\cos 30°=8×\sin 30°×\cos 30°=4×\sin 60°=4×\frac{\sqrt{3}}{2}=2\sqrt{3}$

10. 若 $180°<\theta<270°$，且 $\cos\theta=\frac{-4}{5}$，求 $\sin\frac{\theta}{2}+2\cos\frac{\theta}{2}=$______。

答案：$\frac{1}{\sqrt{10}}$

解析：$180°<\theta<270°\Rightarrow 90°<\frac{\theta}{2}<135°$

$\sin\frac{\theta}{2}=+\sqrt{\frac{1-\cos\theta}{2}}=\sqrt{\frac{1+\frac{4}{5}}{2}}=\frac{3}{\sqrt{10}}$；$\cos\frac{\theta}{2}=-\sqrt{\frac{1+\cos\theta}{2}}=-\sqrt{\frac{1-\frac{4}{5}}{2}}=-\frac{1}{\sqrt{10}}$

$\sin\frac{\theta}{2}+2\cos\frac{\theta}{2}=\frac{3}{\sqrt{10}}+2\cdot(-\frac{1}{\sqrt{10}})=\frac{1}{\sqrt{10}}$

11. 若 $\sin x=3\cos x$，則：(1) $\cos 2x=$________；(2) $\sin 2x=$________。

答案：(1)$\frac{-4}{5}$；(2)$\frac{3}{5}$

解析：$\sin x = 3\cos x \Rightarrow \dfrac{\sin x}{\cos x} = 3 \Rightarrow \tan x = 3$

(1) $\cos 2x = \dfrac{1 - \tan^2 x}{1 + \tan^2 x} = \dfrac{1-9}{1+9} = \dfrac{-4}{5}$ (2) $\sin 2x = \dfrac{2\tan x}{1+\tan^2 x} = \dfrac{2\times 3}{1+9} = \dfrac{3}{5}$

12. 若 $\tan\alpha$、$\tan\beta$ 為方程式 $2x^2-3x-\frac{1}{2}=0$ 的兩根，求 $\dfrac{\sin(\alpha+\beta)}{\cos(\alpha-\beta)}$ 的值＝_________。

答案：2

解析：$\tan\alpha+\tan\beta=\dfrac{3}{2}$，$\tan\alpha\tan\beta=-\dfrac{1}{4}$，

$$原式=\frac{\sin\alpha\cos\beta+\cos\alpha\sin\beta}{\cos\alpha\cos\beta+\sin\alpha\sin\beta}=\frac{\tan\alpha+\tan\beta}{1+\tan\alpha\tan\beta}=\frac{\frac{3}{2}}{1+(-\frac{1}{4})}=2$$

(分子分母同除以 $\cos\alpha\cos\beta$，且 $\dfrac{\sin\theta}{\cos\theta}=\tan\theta$)

13. 若 $\alpha*\beta=\sin\alpha\sin\beta-\cos\alpha\cos\beta$，則 $27°*33°=$______。

答案：$-\dfrac{1}{2}$

解析：$27°*33°=\sin 27°\sin 33°-\cos 27°\cos 33°=-[\cos(27°+33°)]=-\cos 60°=-\dfrac{1}{2}$

14. 設 $f(x)=\sin^2 2x-2\cos^2 x$，求 $f(x)$ 的最大值為______。

答案：$\dfrac{1}{4}$

解析：$f(x)=\sin^2 2x-2\cos^2 x=(1-\cos^2 2x)-(\cos 2x+1)=-\cos^2 2x-\cos 2x$

$=-(\cos^2 2x+\cos 2x)=-(\cos 2x+\frac{1}{2})^2+\frac{1}{4}$ 故 $\cos 2x=-\frac{1}{2}$ 時，$f(x)$ 有最大值 $\frac{1}{4}$

15. 設 $\tan(45°+\theta)=-2$，則 $\tan 2\theta=$________。

答案：$-\dfrac{3}{4}$

解析：$\tan(45°+\theta)=-2 \Rightarrow \dfrac{\tan 45°+\tan\theta}{1-\tan 45°\tan\theta}=-2 \Rightarrow \dfrac{1+\tan\theta}{1-\tan\theta}=-2 \Rightarrow \tan\theta=3$

$\therefore \tan 2\theta=\dfrac{2\tan\theta}{1-\tan^2\theta}=\dfrac{2\cdot 3}{1-3^2}=-\dfrac{3}{4}$

16. $0°\le\theta\le 180°$，$\cos 3\theta+\cos 2\theta+\cos\theta+1=0$，則 $\theta=$______。

答案：60°，90°，180°

解析：$\cos 3\theta=4\cos^3\theta-3\cos\theta$

$\cos 2\theta=2\cos^2\theta-1$

$\cos 3\theta+\cos 2\theta+\cos\theta+1=0$

$\Rightarrow 4\cos^3\theta - 3\cos\theta + 2\cos^2\theta - 1 + \cos\theta + 1 = 0$

$\Rightarrow 4\cos^3\theta + 2\cos^2\theta - 2\cos\theta = 0$

$\Rightarrow \cos\theta\,(2\cos^2\theta + \cos\theta - 1) = 0$

$\Rightarrow \cos\theta\,(2\cos\theta - 1)(\cos\theta + 1) = 0 \Rightarrow \cos\theta = 0，\frac{1}{2}，-1 \quad \therefore \theta = 90°，60°，180°$

17. $\cos^2 52.5° - \sin^2 7.5°$之值為______。

答案：$\frac{\sqrt{2}}{2}$

解析：$\cos^2 52.5° - \sin^2 7.5° = \frac{1+\cos 105°}{2} - \frac{1-\cos 15°}{2} = \cos 105° + \cos 15°$

$= \cos(60°+45°) + \cos(60°-45°) = 2\cos 60°\cos 45° = 2\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{\sqrt{2}}{2}$

18. $f(t) = \sin^2 2t - 3\cos^2 t$ 在 $0° \le t \le 360°$範圍內之最大值______。

答案：$\frac{1}{16}$

解析：$f(t) = \sin^2 2t - 3\left(\frac{1+\cos 2t}{2}\right) = 1 - \cos^2 2t - \frac{3}{2} - \frac{3}{2}\cos 2t = -(\cos 2t + \frac{3}{4})^2 + \frac{9}{16} - \frac{1}{2}$

$\therefore$當 $\cos 2t = \frac{-3}{4}$，最大值 $M = \frac{1}{16}$

19. $\sin\theta = \frac{8}{5}\cos\frac{\theta}{2}$，則 $\cos\theta =$______，$\sin\theta =$______。

答案：$\frac{-7}{25}$，$\pm\frac{24}{25}$ 或 $-1, 0$

解析：(1) $\cos\frac{\theta}{2} \neq 0$

$\sin\theta = 2\sin\frac{\theta}{2}\cos\frac{\theta}{2} = \frac{8}{5}\cos\frac{\theta}{2} \quad \therefore \sin\frac{\theta}{2} = \frac{4}{5}$

$\cos\theta = 1 - 2\sin^2\frac{\theta}{2} = 1 - 2\times\frac{16}{25} = \frac{-7}{25}$；$\sin\theta = \pm\sqrt{1-\frac{49}{625}} = \pm\frac{24}{25}$

(2) $\cos\frac{\theta}{2} = 0 \Rightarrow \frac{\theta}{2} = 360°\times n \pm 90° \Rightarrow \theta = 720°\times n \pm 180° \Rightarrow \sin\theta = 0; \cos\theta = -1$

20. 已知 $540° < \alpha < 630°$，$\tan\alpha = \frac{24}{7}$，則 $\sin\frac{\alpha}{2} =$______。

答案：$-\frac{4}{5}$

解析：$\because 540° < \alpha < 630° \quad \therefore 270° < \frac{\alpha}{2} < 315° \qquad \tan\alpha = \frac{24}{7}\ \therefore \cos\alpha = -\frac{7}{25}$，

$\frac{\alpha}{2}$在第 4 象限，$\therefore \sin\frac{\alpha}{2} = -\sqrt{\frac{1-\cos\alpha}{2}} = -\sqrt{\frac{1+\frac{7}{25}}{2}} = \sqrt{\frac{32}{50}} = \frac{-4}{5}$

21. 已知 $\sin\alpha+\sin\beta+\sin\gamma=0$，$\cos\alpha+\cos\beta+\cos\gamma=0$，則 $\cos(\beta-\gamma)$ 之值為______。

答案：$-\dfrac{1}{2}$

解析：$\sin\beta+\sin\gamma=-\sin\alpha$，$\cos\beta+\cos\gamma=-\cos\alpha$

平方得 $\sin^2\beta+2\sin\beta\sin\gamma+\sin^2\gamma=\sin^2\alpha$

$\cos^2\beta+2\cos\beta\cos\gamma+\cos^2\gamma=\cos^2\alpha$

相加得 $1+2\cos(\beta-\gamma)+1=1\Rightarrow\cos(\beta-\gamma)=-\dfrac{1}{2}$

22. 已知 $\sin\alpha+\sin\beta=\dfrac{1}{2}$，$\cos\alpha-\cos\beta=\dfrac{1}{3}$，則 $\cos(\alpha+\beta)$之值為______。

答案：$\dfrac{59}{72}$

解析：$(\sin\alpha+\sin\beta)^2+(\cos\alpha-\cos\beta)^2=(\dfrac{1}{2})^2+(\dfrac{1}{3})^2$

$\Rightarrow(\sin^2\alpha+2\sin\alpha\sin\beta+\sin^2\beta)+(\cos^2\alpha-2\cos\alpha\cos\beta+\cos^2\beta)=\dfrac{13}{36}$

$\Rightarrow 2+2(\sin\alpha\sin\beta-\cos\alpha\cos\beta)=\dfrac{13}{36}$

$\therefore\cos(\alpha+\beta)=\dfrac{59}{72}$

23. 已知 $\sin\alpha=-\dfrac{3}{5}$，$\sin\beta=\dfrac{5}{13}$且 $180°<\alpha<270°$，$90°<\beta<180°$，則

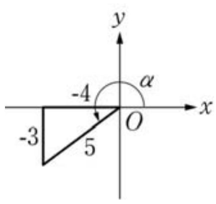
$\cos(\alpha-\beta)=$______，$\sin(\alpha+\beta)=$______。

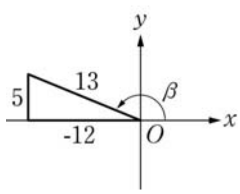
答案：$\dfrac{33}{65}$，$\dfrac{16}{65}$

解析：如附圖

$\cos(\alpha-\beta)=\cos\alpha\cos\beta+\sin\alpha\sin\beta=\dfrac{-4}{5}\cdot\dfrac{-12}{13}+\dfrac{-3}{5}\cdot\dfrac{5}{13}=\dfrac{33}{65}$

$\sin(\alpha+\beta)=\sin\alpha\cos\beta+\cos\alpha\sin\beta=\dfrac{-3}{5}\cdot\dfrac{-12}{13}+\dfrac{-4}{5}\cdot\dfrac{5}{13}=\dfrac{16}{65}$





24. 在△ABC 中，$\tan C=\dfrac{1}{8}$，則 $\tan(A+B-C)=$______。

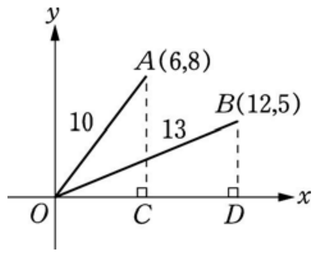
答案：$\dfrac{-16}{63}$

解析：$\tan(A+B-C)=\tan(A+B+C-2C)=\tan(180°-2C)=-\tan 2C$

$$=-\frac{2\tan C}{1-\tan^2 C}=-\frac{2\times\frac{1}{8}}{1-(\frac{1}{8})^2}=-\frac{16}{63}$$

25. 在坐標平面上，O 為原點，$A(6,8)$，$B(12,5)$，求：
(1) $\cos\angle AOB=$______。(2) $\sin\angle AOB=$______。

答案：(1) $\frac{56}{65}$；(2) $\frac{33}{65}$



解析：如圖，設$\angle AOC=\alpha$，$\angle BOD=\beta$

則 $\sin\alpha=\frac{8}{10}=\frac{4}{5}$，$\cos\alpha=\frac{6}{10}=\frac{3}{5}$

$\sin\beta=\frac{5}{13}$，$\cos\beta=\frac{12}{13}$

(1) $\cos(\angle AOB)=\cos(\alpha-\beta)=\cos\alpha\cos\beta+\sin\alpha\sin\beta=\frac{3}{5}\times\frac{12}{13}+\frac{4}{5}\times\frac{5}{13}=\frac{56}{65}$

(2) $\sin(\angle AOB)=\sin(\alpha-\beta)=\sin\alpha\cos\beta-\cos\alpha\sin\beta=\frac{4}{5}\times\frac{12}{13}-\frac{3}{5}\times\frac{5}{13}=\frac{33}{65}$

26. 求值：$\sqrt{3}\tan74°-\sqrt{3}\tan44°-\tan74°\tan44°=$______。

答案：1

解析：$\tan(74°-44°)=\frac{\tan74°-\tan44°}{1+\tan74°\tan44°}\Rightarrow\sqrt{3}(\tan74°-\tan44°)=1+\tan74°\tan44°$

$\therefore\sqrt{3}\tan74°-\sqrt{3}\tan44°-\tan74°\tan44°=1$

27. 直線 $y=\sqrt{3}x-2$ 與直線 $y=-\sqrt{3}x+5$ 之較小的交角是______度。

答案：60

解析：$y=\sqrt{3}x-2\Rightarrow$斜率 $\tan\theta=\sqrt{3}$、方向角 $\theta=60°$

$y=-\sqrt{3}x+5\Rightarrow$斜率 $\tan\alpha=-\sqrt{3}$、方向角 $\theta=120°$

$\therefore$兩直線較小交角 $120°-60°$、$\theta=60°$

28. 若 $\sin\alpha+\cos\alpha=\frac{1}{5}$ 且 $90°<\alpha<180°$，則 $\tan\alpha$之值為______。

答案：$-\frac{4}{3}$

解析：$\because\sin\alpha+\cos\alpha=\frac{1}{5}$ 且 α 在第二象限

$\therefore\sin\alpha>0$，$\cos\alpha<0$，$\tan\alpha<0$

由 $\sin\alpha+\cos\alpha=\frac{1}{5}$　$\therefore 1+2\sin\alpha\cos\alpha=\frac{1}{25}$

$\Rightarrow\sin\alpha\cos\alpha=\frac{-12}{25}$，$x^2-\frac{x}{5}+\frac{-12}{25}=0$

$\Rightarrow 25x^2-5x-12=0$，$(5x+3)(5x-4)=0 \Rightarrow x=\frac{-3}{5}$，$x=\frac{4}{5}$

$\therefore \sin\alpha=\frac{4}{5}$，$\cos\alpha=\frac{-3}{5}$，$\tan\alpha=\frac{-4}{3}$

29. 若 $\tan\alpha=-\frac{3}{4}$，且 $270°<\alpha<360°$，求 $\cos\frac{3\alpha}{2}=$______。

答案：$\frac{-9\sqrt{10}}{50}$

解析： $\tan\alpha=-\frac{3}{4}$，且 $270°<\alpha<360° \Rightarrow \cos\theta=+\frac{4}{5}$

$$135°<\frac{\theta}{2}<180° \Rightarrow \cos\frac{\theta}{2}=-\sqrt{\frac{1+\cos\theta}{2}}=-\sqrt{\frac{1+\frac{4}{5}}{2}}=-\frac{3}{\sqrt{10}}$$

$$\cos 3(\frac{\theta}{2})=4\cos^3\frac{\theta}{2}-3\cos\frac{\theta}{2}=4(-\frac{3}{\sqrt{10}})^3-3(-\frac{3}{\sqrt{10}})=-\frac{9}{5\sqrt{10}}=-\frac{9\sqrt{10}}{50}$$

30. 若 $\alpha+\beta+\gamma=180°$，且 $12\sin\alpha=13\cos\beta\cos\gamma$，則 $\tan\beta+\tan\gamma=$______。

答案：$\frac{13}{12}$

解析：$12\sin\alpha=13\cos\beta\cos\gamma$

$\Rightarrow 12\sin[180°-(\beta+\gamma)]=13\cos\beta\cos\gamma$

$\Rightarrow 12(\sin\beta\cos\gamma+\cos\beta\sin\gamma)=13\cos\beta\cos\gamma$

$\Rightarrow 12(\tan\beta+\tan\gamma)=13$

$\Rightarrow \tan\beta+\tan\gamma=\frac{13}{12}$

31. 計算：(1) $\sin 70°\cos 25°-\sin 160°\sin 155°=$_____。

(2) $\sin(\theta+75°)+\cos(\theta+45°)-\sqrt{3}\cos(\theta+15°)=$_____。

答案：(1) $\frac{\sqrt{2}}{2}$；(2) 0

解析：

(1) 原式 $=\sin 70°\cos 25°-\sin(90°+70°)\sin(180°-25°)=\sin 70°\cos 25°-\cos 70°\sin 25°$

$=\sin 45°=\frac{\sqrt{2}}{2}$

(2) 原式 $=\sin[(\theta+15°)+60°]+\cos[(\theta+15°)+30°]-\sqrt{3}\cos(\theta+15°)$

$=\frac{1}{2}\cdot\sin(\theta+15°)+\frac{\sqrt{3}}{2}\cdot\cos(\theta+15°)+\frac{\sqrt{3}}{2}\cos(\theta+15°)-\frac{1}{2}\sin(\theta+15°)$

$-\sqrt{3}\cos(\theta+15°)=0$

32. 計算 $\cos^4 22.5°-\cos^4 67.5°=$______。

答案：$\frac{\sqrt{2}}{2}$

解析：$\cos^2 22.5° = \frac{1+\cos 45°}{2} = \frac{2+\sqrt{2}}{4}$，$\cos^2 67.5° = \frac{1+\cos 135°}{2} = \frac{2-\sqrt{2}}{4}$，

原式$= (\frac{2+\sqrt{2}}{4})^2 - (\frac{2-\sqrt{2}}{4})^2 = \frac{\sqrt{2}}{2}$

33. 設 $\sin\theta = \frac{4}{5}\cos\frac{\theta}{2}$，則 $\cos\theta =$________。

答案：-1 或 $\frac{17}{25}$

解析：$\sin\theta = \frac{4}{5}\cos\frac{\theta}{2} \Rightarrow 2\sin\frac{\theta}{2}\cos\frac{\theta}{2} = \frac{4}{5}\cos\frac{\theta}{2} \Rightarrow \cos\frac{\theta}{2}(2\sin\frac{\theta}{2} - \frac{4}{5}) = 0$

$\Rightarrow \cos\frac{\theta}{2} = 0$ 或 $\sin\frac{\theta}{2} = \frac{2}{5}$

(1) 若 $\cos\frac{\theta}{2} = 0$，則 $\cos\theta = 2\cos^2\frac{\theta}{2} - 1 = 0 - 1 = -1$

(2) 若 $\sin\frac{\theta}{2} = \frac{2}{5}$，則 $\cos\theta = 1 - 2\sin^2\frac{\theta}{2} = 1 - 2\times(\frac{2}{5})^2 = \frac{17}{25}$

故 $\cos\theta = -1$ 或 $\frac{17}{25}$

34. 設 $\sin\theta - \cos\theta = \frac{1}{3}$，求 $\sin 3\theta + \cos 3\theta$ 之值為______。

答案：$-\frac{25}{27}$

解析：$(\sin\theta - \cos\theta)^2 = 1 - 2\sin\theta\cos\theta = \frac{1}{9}$　$\therefore \sin\theta\cos\theta = \frac{4}{9}$

則 $\sin 3\theta + \cos 3\theta = (3\sin\theta - 4\sin^3\theta) + (4\cos^3\theta - 3\cos\theta)$

$= 3(\sin\theta - \cos\theta) - 4(\sin^3\theta - \cos^3\theta)$

$= 3(\sin\theta - \cos\theta) - 4(\sin\theta - \cos\theta)\cdot(\sin^2\theta + \sin\theta\cos\theta + \cos^2\theta)$

$= 3\times\frac{1}{3} - 4\times\frac{1}{3}\times(1 + \frac{4}{9}) = 1 - \frac{52}{27} = -\frac{25}{27}$

35. 設 θ 為任意角，求 $\sin^2 2\theta + 2\cos^2\theta$ 之最大值為______。

答案：$\frac{9}{4}$

解析：$\sin^2 2\theta + 2\cos^2\theta = \sin^2 2\theta + 2\cdot\frac{1+\cos 2\theta}{2} = 1 - \cos^2 2\theta + 1 + \cos 2\theta$

$= -(\cos 2\theta - \frac{1}{2})^2 + \frac{9}{4}$

$\therefore$ 當 $\cos 2\theta = \frac{1}{2}$ 時，有最大值 $\frac{9}{4}$

36. $\sin 20°\sin 40°\sin 80° =$ ______。(提示：令 $\theta = 20°$)

答案：$\dfrac{\sqrt{3}}{8}$

解析：令 $\theta = 20°$，

原式 $= \sin\theta\sin(60° - \theta)\sin(60° + \theta)$

$= \sin\theta\,[\sin 60°\cos\theta - \cos 60°\sin\theta\,]\cdot[\sin 60°\cos\theta + \cos 60°\sin\theta\,]$

$= \sin\theta\,[(\dfrac{\sqrt{3}}{2}\cos\theta)^2 - (\dfrac{1}{2}\sin\theta)^2]$

$= \sin\theta(\dfrac{3}{4}\cos^2\theta - \dfrac{1}{4}\sin^2\theta) = \sin\theta\,[(\dfrac{3}{4} - \dfrac{3}{4}\sin^2\theta - \dfrac{1}{4}\sin^2\theta) = \sin\theta(\dfrac{3}{4} - \sin^2\theta)$

$= \dfrac{1}{4}(3\sin\theta - 4\sin^3\theta) = \dfrac{1}{4}\sin 3\theta = \dfrac{1}{4}\sin 60° = \dfrac{\sqrt{3}}{8}$

37. 設 $\cos\theta$ 為 $4x^3 + 8x^2 - 3x - 6 = 0$ 的解，且 $90° < \theta < 180°$，則 $\sin\dfrac{\theta}{2} =$ ______。

答案：$\dfrac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$

解析：$4x^3 - 3x + 8x^2 - 6 = 0$ $(2x + \sqrt{3})(2x - \sqrt{3})(x + 2) = 0$

$\therefore \cos\theta = \dfrac{-\sqrt{3}}{2}$ $(\because 90° < \theta < 180°)$ $\therefore 45° < \dfrac{\theta}{2} < 90°$，

$\sin\dfrac{\theta}{2} = \sqrt{\dfrac{1-\cos\theta}{2}} = \sqrt{\dfrac{1+\dfrac{\sqrt{3}}{2}}{2}} = \dfrac{\sqrt{2+\sqrt{3}}}{2} = \dfrac{\sqrt{4+2\sqrt{3}}}{2\sqrt{2}} = \dfrac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$