高雄市明誠中學 高一數學平時測驗　　日期：103.04.21					
範圍	2-3 組合	班級	一年____班	姓名	
		座號			

1.一列火車從第一車到第十車共有十節車廂，要求其中三節准許吸菸的車廂，兩兩不相銜接，則共有____________種指定方法．

解答　56

解析　$C_3^8=\dfrac{8\times7\times6}{3\times2\times1}=56$ ．

2.若由 0，1，1，2，2，3，4，5 八個數字中，任意取出五個數字排成一個五位數，並依序由小到大排列，則排在第 50 位的數字是____________．

解答　10421

解析

→2，2

①101□□ $\Rightarrow P_2^4+C_2^2=13$,

→ 2，3，4，5

②102□□ $\Rightarrow P_2^5=20$,

→1，2，3，4，5

→2，2

③103□□ $\Rightarrow P_2^4+C_2^2=13$（累積 46 個），

→1，2，4，5

④ $a_{47}=10412$，$a_{48}=10413$，$a_{49}=10415$，$a_{50}=10421$ ．

3.籃球 3 人鬥牛賽，共有甲、乙、丙、丁、戊、己、庚、辛、王 9 人參加，組成三隊，且甲、乙兩人不在同一隊的組隊方法有____________種．

解答　210

解析　　甲　乙　⊔

7⇒　2　2　3 $\Rightarrow C_2^7\times C_2^5\times C_3^3=210$ ．

∴所求為 $1+16+25=42$ 個．

4.有 12 張椅子排成一列，有甲、乙、丙、…等七人分成三組入座，三組人數各為 3 人、2 人、2 人，同組必相鄰，不同組不相鄰的坐法有____________種．

解答　302400

解析　$\dfrac{C_3^7C_2^4C_2^2}{2!}\times3!\times3!\times2!\times2!\times C_3^{4+3-1}=302400$ ．

5.已知平面上有 11 個相異點，若任意連接兩點，則形成 48 條不同的直線，則其中含有 3 個相異點以上的直線有____________條．

解答　2

解析　設 3 點共線 x 條，4 點共線 y 條，$C_2^{11}-x\cdot C_2^3-y\cdot C_2^4+x+y=48$

$\Rightarrow 55-3x-6y+x+y=48\Rightarrow 2x+5y=7\Rightarrow x=1$，$y=1$,

∴含 3 個相異點以上的直線共有 2 條．

6.有 6 男 4 女共 10 名學生擔任本週值日生，導師規定在本週 5 個上課日中，每天兩名值日生，且至少

需有 1 名男生，試問本週安排值日生的方式共有＿＿＿＿＿＿種．

解答 43200

解析 $C_2^6\times 5!\times 4!=43200$ ．

↑

4女

一	二	三	四	五
男	男	男	男	男
男	女	女	女	女

7.某班選拔排球班隊，欲從 10 名男生中選出 6 名選手，又廷技術高超，故必選入，康康沒有團隊精神，必不選入，共有＿＿＿＿＿＿種選法．

解答 56

解析 $C_5^8=C_3^8=56$（種）．

8.從 5 男 6 女中任選出 3 男 3 女排成一列，共有＿＿＿＿＿＿種不同的排法．

解答 144000

解析 $C_3^5\cdot C_3^6\cdot 6!=144000$（種）．

9.有甲、乙、丙、丁、戊、己等 6 人排成前後兩列，每列 3 人，且甲、乙 2 人必須在不同列的排法有＿＿種．

解答 432

解析 $2!\cdot C_2^4\cdot C_2^2\cdot 3!\cdot 3!=432$（種）．

↑

（甲、乙在不同列）

10.某俱樂部共有 4 名男生及 7 名女生，欲選 8 人參加旅遊，若規定男、女生均至少有 2 人，共有＿＿＿＿＿＿種不同的組隊方法．

解答 161

解析 可能有 4 男 4 女，3 男 5 女，2 男 6 女

$C_4^4\cdot C_4^7+C_3^4\cdot C_5^7+C_2^4\cdot C_6^7=35+84+42=161$（種）．

11.自 6 個排球選手及 5 個籃球選手，選出 3 人出任委員，求下列各方法數：

(1)任意選取，方法有＿＿＿＿＿＿種．(2)排球選手及籃球選手都至少有一人，方法有＿＿＿＿＿種．

解答 (1)165;(2)135

解析 (1) $C_3^{11}=\dfrac{11\times 10\times 9}{3\times 2\times 1}=165$（種）．(2) $C_1^6\times C_2^5+C_2^6\times C_1^5=135$（種）．

12.網路上爆紅的白師傅捲心酥有黑糖、巧克力、草莓、花生、咖啡、奶酥等 6 種口味，相同口味包裝成一罐，並提供宅配服務，試問：

(1)甲、乙、丙、丁 4 人合購，每人恰訂 1 罐，口味全相異，則 4 人訂購口味的排法有＿＿＿＿＿種．

(2)第一次合購試吃後，公認招牌的黑糖口味最好吃，於是甲、乙、丙 3 人再次合購一箱共 12 罐，全為相同的黑糖口味，則每人訂購數量的組合有＿＿＿＿＿＿種．（注意：有買才會參加合購）

解答 (1)360;(2)55

解析 (1) $P_4^6=360$ ．

(2) $x_{甲}+x_{乙}+x_{丙}=12$ 之正整數解 $\Rightarrow$ $x_{甲}+x_{乙}+x_{丙}=9$ 之非負整數解 $\Rightarrow H_9^3=C_9^{11}=55$ ．

13.從集合 $A=\{1,2,3,4,5,6,7,8\}$ 中取出二個不連續的數，有______種取法．

解答　21

解析　(任取) − (連續) = (不連續)

$C^8_2-7=28-7=21$（種）．

14.有渡船 3 艘，每船最多可載 4 人，今有小邱、小廖、小張、…等 6 人同時過渡，但小邱、小廖兩人不坐同一艘船，則此 6 人同時過渡的方法有______種．

解答　474

解析　小邱、小廖各選一艘有 $3\times2=6$（種）

其餘 4 人上船方法數 $3^4-C^4_4\times2=79$

$\therefore 6\times79=474$．

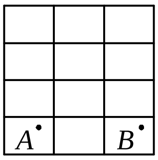
15.今有 6 男 4 女共 10 位同學，欲組成一個 5 人訪問團到日本訪問，若預定女生至少 3 人，則共有______種組團的方法．

解答　66

解析　（3 女 2 男）或（4 女 1 男）

$C^4_3\cdot C^6_2+C^4_4\cdot C^6_1=60+6=66$（種）．

16.已知兩組互相垂直的平行線段，相交如圖：



則(1)共有______個矩形．(2)包含 A 點之矩形有______個．

(3)至少包含 A 或 B 兩點之一的矩形有______個．

解答　(1)60;(2)12;(3)20

解析　(1) $C^4_2\cdot C^5_2=60$（個）．

(2) $C^4_1\cdot C^1_1\cdot C^1_1\cdot C^3_1=12$（個）．

(3) $C^4_1\cdot C^1_1\cdot C^1_1\cdot C^3_1+C^4_1\cdot C^1_1\cdot C^3_1\cdot C^1_1-C^4_1\cdot C^1_1\cdot C^1_1\cdot C^1_1=12+12-4=20$（個）．

17.方程式 $x+y+z+w^2=10$，其中 w 是正整數且 x，y，z 是不為負的整數解有______組．

解答　86

解析　$w=1$：$x+y+z=9\Rightarrow C^{3+9-1}_9=C^{11}_9=55$，

$w=2$：$x+y+z=6\Rightarrow C^{3+6-1}_6=C^8_6=28$，

$w=3$：$x+y+z=1\Rightarrow C^{3+1-1}_1=C^3_1=3$，

$\therefore$共有 $55+28+3=86$ 組．

18.已知 $P^8_5=k\cdot C^8_5$，則 $k=$______．

解答　120

解析　由於 $P^8_5=C^8_5\cdot5!\Rightarrow k=5!=120$．

19.方程式 $x+y+z=5$，

(1)非負整數解有______組．(2)正整數解有______組．

解答　(1)21;(2)6

解析　(1) $C^{3+5-1}_5=C^7_5=C^7_2=21$（組）．

(2) $C^{3+2-1}_2=C^4_2=6$（組）．

20.福利社供應香草、酸梅、芒果及巧克力等四種冰淇淋，今有同學 6 人同往，則

(1)每人各要一份，則店員取出之冰淇淋的方式有__________種．

(2)若每人可點可不點，則店員取出之冰淇淋的方式有__________種．

解答　(1)84;(2)210

解析　設取出香草 x 份，酸梅 y 份，芒果 z 份及巧克力 u 份，

(1)依題意，得 $x+y+z+u=6$，則非負整數解為 $H_6^4=C_6^9=C_3^9=84$ ．

(2)依題意，$x+y+z+u\le 6\Rightarrow x+y+z+u+t=6$，其中 t 為非負整數，

故非負整數解為 $H_6^5=C_6^{10}=C_4^{10}=210$ ．

21.將 5 件相同的禮物任意分給 4 個小朋友，每人可得不止一件，則分法有__________種．

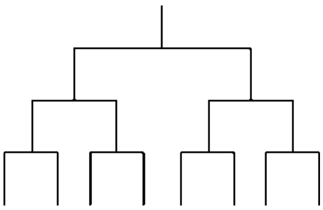
解答　56

解析　$C_5^{4+5-1}=C_5^8=C_3^8=56$（種）．

22.已知甲、乙、丙、丁、…等八人，求下列各種情形的方法數:

(1)任意分成三組，每組至少兩人，則有__________種分法．

(2)若此八人作桌球單打比賽，賽程表如圖所示，且規定第一輪比賽甲、乙不能對打，則共有____種安排賽程的方式．



解答　(1)490;(2)270

解析　(1) $(4,2,2)+(3,3,2)$　所求為 $C_4^8C_2^4C_2^2\frac{1}{2!}+C_3^8C_3^5C_2^2\frac{1}{2!}=210+280=490$ ．

(2)所求為（任意排）－（甲、乙對打）

$$=C_2^8C_2^6C_2^4C_2^2\frac{1}{4!}\times C_2^4C_2^2\frac{1}{2!}-C_2^6C_2^4C_2^2\frac{1}{3!}\times C_2^4C_2^2\frac{1}{2!}$$

$$=(28\times15\times6)\times\frac{1}{24}\times6\times\frac{1}{2}-(15\times6)\times\frac{1}{6}\times6\times\frac{1}{2}=315-45=270$$ ．

[另解]

$$\underset{甲}{C_1^6}\,\underset{乙}{C_1^5}\left(C_2^4C_2^2\times\frac{1}{2!}\right)\times4!\times\overbrace{\frac{1}{2!}}^{\text{左右互換無效}}\times\underbrace{\frac{1}{2!}\times\frac{1}{2!}}_{\text{左（右）邊兩堆互換無效}}=270.$$

將 8 人平分成 4 堆，但甲、乙不同堆

23.滿足不等式 $x+y+z+u\le10$ 之非負整數解有__________組．

解答　1001

解析　($x+y+z+u\le10$ 之非負整數解)= ($x+y+z+u+w=10$ 之非負整數解)

故所求為 $H_{10}^5=C_{10}^{14}$ =1001組．