# PRACTICE　BOOK2　CHAP2 機率

1.擲 3 粒公正骰子，問恰好有兩粒點數相同的機率為____________．

解答 $\frac{5}{12}$

解析 所求為 $1-P(\text{皆同})-P(\text{皆異})=1-C_1^6\cdot(\frac{1}{6})^3-C_1^6C_1^5C_1^4\cdot(\frac{1}{6})^3=1-\frac{1}{36}-\frac{20}{36}=\frac{5}{12}$ ．

2.設 $A$ 和 $B$ 為獨立事件且 $P(A)=\frac{1}{3}$， $P(B\mid A)=\frac{1}{4}$，求

(1)$P(B)=$____________．　　(2)$P(A\cap B)=$____________．

(3)$P(A\cap B')=$____________．　　(4)$P(B'\mid A)=$____________．

解答 (1)$\frac{1}{4}$;(2)$\frac{1}{12}$;(3)$\frac{1}{4}$;(4)$\frac{3}{4}$

解析 (1)$A$，$B$ 為獨立事件，$\therefore \frac{1}{4}=P(B\mid A)=\frac{P(A\cap B)}{P(A)}=\frac{P(A)P(B)}{P(A)}=P(B)$ ．

(2)$A$，$B$ 為獨立事件，$\therefore P(A\cap B)=P(A)\cdot P(B)=\frac{1}{3}\times\frac{1}{4}=\frac{1}{12}$ ．

(3)$A$，$B$ 為獨立事件，$\therefore A$，$B'$為獨立事件，　則 $P(A\cap B')=P(A)\cdot P(B')=\frac{1}{3}\times\frac{3}{4}=\frac{1}{4}$ ．

(4)$A$，$B$ 為獨立事件，$\therefore A$，$B'$為獨立事件，則 $P(B'\mid A)=P(B')=1-P(B)=\frac{3}{4}$ ．

3.五對夫婦，由其中任選二男二女，求

(1)4 人中恰含一對夫婦的機率為____________．(2)4 人中不含任一對夫婦的機率為____________．

解答 (1)$\frac{3}{5}$;(2)$\frac{3}{10}$

解析 (1)$\frac{C_2^5\times C_1^2\times C_1^3}{C_2^5\times C_2^5}=\frac{3}{5}$ ．(2)$\frac{C_2^5\times C_2^3}{C_2^5\times C_2^5}=\frac{3}{10}$ ．

4.甲、乙、丙三人解題平時解對之機率分別為 $\frac{1}{2}$， $\frac{1}{3}$， $\frac{3}{4}$，今三人同解某一問題且不相互影響，則

(1)此題解出之機率為____________．

(2)若恰有一人解對，而是甲解對的機率為____________．

解答 (1)$\frac{11}{12}$;(2)$\frac{2}{9}$

解析 設 $A$、$B$、$C$ 分別表示甲、乙、丙三人解對的事件，

(1)$P(\text{此題解出})=1-P(A'\cap B'\cap C')=1-(1-\frac{1}{2})(1-\frac{1}{3})(1-\frac{3}{4})=1-\frac{1}{2}\times\frac{2}{3}\times\frac{1}{4}=\frac{11}{12}$ ．

(2)$P$(甲解對 ｜ 恰有一人解對的機率)

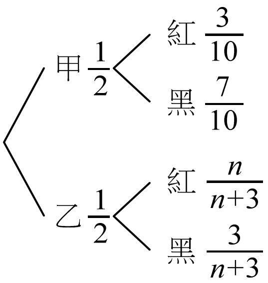
$$=\frac{P(A\cap B'\cap C')}{P(A\cap B'\cap C')+P(A'\cap B\cap C')+P(A'\cap B'\cap C)}$$

$$=\frac{\frac{1}{2}\times\frac{2}{3}\times\frac{1}{4}}{\frac{1}{2}\times\frac{2}{3}\times\frac{1}{4}+\frac{1}{2}\times\frac{1}{3}\times\frac{1}{4}+\frac{1}{2}\times\frac{2}{3}\times\frac{3}{4}}=\frac{2}{9}\ .$$

5.甲袋有 3 顆紅球，7 顆黑球，乙袋有 $n$ 顆紅球，3 顆黑球，今任選一袋，在取出一球為紅球的條件下，此球來自乙袋的機率為 $\frac{4}{7}$，求 $n=$____________ .

解答　2

解析　由樹狀圖可知，




$$P\,(乙|紅)=\frac{\frac{1}{2}\times\frac{n}{n+3}}{\frac{1}{2}\times\frac{3}{10}+\frac{1}{2}\times\frac{n}{n+3}}=\frac{4}{7}\Rightarrow\frac{3}{7}\times\frac{n}{n+3}=\frac{12}{70}\Rightarrow\frac{n}{n+3}=\frac{2}{5}\Rightarrow n=2\ .$$

6.依序投擲兩粒骰子，設 $A$ 代表點數和為偶數的事件，求 $n(A)=$____________ .

解答　18

解析　點數和為偶數有兩種情形：

①偶數 + 偶數 $\Rightarrow 3\times3=9$ . ②奇數 + 奇數 $\Rightarrow 3\times3=9$ .

共有 $9+9=18$ 種，故 $n(A)=18$ .

7.甲、乙、丙、丁、戊五人排成一列，試求

(1)甲必排首乙必排中的機率為____________ . (2)甲不排首且乙不排中的機率為____________ .

解答　(1) $\frac{1}{20}$ ;(2) $\frac{13}{20}$

解析　(1) $\frac{3!}{5!}=\frac{6}{120}=\frac{1}{20}$ .

(2)甲不排首且乙不排中 $\Rightarrow$2 人受限，$\therefore$所求 $=\frac{1\times5!-2\times4!+1\times3!}{5!}=\frac{120-48+6}{120}=\frac{78}{120}=\frac{13}{20}$ .

8.擲一公正骰子，若出現么點或 2 點，則在數線上將質點向右移 2 單位，若出現 3 點或 4 點，則在數線上將質點向左移 1 單位，若出現 5 點或 6 點，則不移動質點 . 今質點在數線上原點位置，連擲骰子六次，求質點落在 $-1$ 位置的機率為____________ .

解答　$\frac{22}{243}$

解析　設向右、向左、不動的次數分別為 $x$，$y$，$z$ 次，

則有 $x+y+z=6$，且 $2x-y=-1$，列出合條件之非負整數(1,3,2)，(0,1,5)，

依題意，每種情形的機率均為 $\frac{1}{3}$，故機率為 $\frac{6!}{3!2!}\times(\frac{1}{3})^6+\frac{6!}{5!}\times(\frac{1}{3})^6=\frac{22}{243}$．

9.設 $A$，$B$ 為兩事件，$P(A)=0.3$，$P(B)=x$，$P(A\cup B)=0.6$

(1)$A$ 與 $B$ 為互斥事件，則 $x=$__________．(2)$A$ 與 $B$ 為獨立事件，則 $x=$__________．

解答　(1)0.3;(2)$\frac{3}{7}$

解析　(1)$A$ 與 $B$ 為互斥事件 $\Rightarrow P(A\cap B)=P(\varnothing)=0$，

又 $P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)\Rightarrow 0.6=0.3+x-0$，$\therefore x=0.3$．

(2)$A$ 與 $B$ 為獨立事件 $\Rightarrow P(A\cap B)=P(A)\cdot P(B)=0.3x$，

又 $P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)\Rightarrow 0.6=0.3+x-0.3x\Rightarrow 0.7x=0.3$，$\therefore x=\frac{3}{7}$．

10.以 $A$，$B$ 分別表示甲、乙活過十年以上的事件．設 $P(A)=\frac{1}{4}$，$P(B)=\frac{1}{3}$．若 $A$、$B$ 兩事件為獨立事件．試求

(1)兩人都活十年以上的機率為__________．

(2)至少有一人活十年以上的機率為__________．

(3)沒有一人活十年以上的機率為__________．

解答　(1)$\frac{1}{12}$;(2)$\frac{1}{2}$;(3)$\frac{1}{2}$

解析　(1)即求 $P(A\cap B)=P(A)\cdot P(B)=\frac{1}{4}\times\frac{1}{3}=\frac{1}{12}$．

(2)即求 $P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)=\frac{1}{4}+\frac{1}{3}-\frac{1}{12}=\frac{6}{12}=\frac{1}{2}$．

(3)所求 $=1-P(A\cup B)=1-\frac{1}{2}=\frac{1}{2}$．

11.擲一粒公正的骰子三次，令 $X,Y$ 分別表三次出現的點數和與前二次出現的點數和，則 $P((Y=4)|(X=10))=$________．

解答　$\frac{1}{9}$

解析　$X=10$：(1,3,6)，(1,4,5)，(2,2,6)，(2,3,5)，(2,4,4)，(3,3,4) $\Rightarrow n(X=10)=3!\times 3+\frac{3!}{2!}\times 3=27$，

$Y=4$ 且 $X=10$：(1,3,6)，(2,2,6)，$\therefore P(Y=4\mid X=10)=\frac{P(Y=4\text{且}X=10)}{P(X=10)}=\frac{\frac{2+1}{6^3}}{\frac{27}{6^3}}=\frac{3}{27}=\frac{1}{9}$．

12.袋中有紅、黃、藍、白四色球各有 100 個，連續探取四次（各球被取中的機會均等，每次取出放回）令 $A$ 表示有兩種不同顏色的事件，$B$ 表示其中恰有兩球為白球的事件，試求 $P(A|B)=$______．

解答 $\dfrac{1}{3}$

解析 $B$ 事件：$\begin{cases} ①白白╳△:C_2^3\times\dfrac{4!}{2!}\times(\dfrac{1}{4})^4=\dfrac{9}{64} \\ ②白白△△:C_1^3\times\dfrac{4!}{2!2!}(\dfrac{1}{4})^4=\dfrac{9}{128} \end{cases}$ $\therefore P(B)=\dfrac{9}{64}+\dfrac{9}{128}=\dfrac{27}{128}$，

$A\cap B$ 事件：白白△△$:C_1^3\times\dfrac{4!}{2!2!}\times(\dfrac{1}{4})^4=\dfrac{9}{128}$，$\therefore P(A|B)=\dfrac{P(A\cap B)}{P(B)}=\dfrac{\frac{9}{128}}{\frac{27}{128}}=\dfrac{1}{3}$ ．

13.阿杰申辦提款卡時，依銀行規定須自訂 4 個阿拉伯數字排成一組密碼．某天阿杰到提款機領錢時，發現他忘了正確密碼，只記得是由他女朋友阿琳的生日 78 年 9 月 21 日的 7、8、9、2、1 五個數中的四個相異數字排成的，則他猜對的機率為____________．

解答 $\dfrac{1}{120}$

解析 $\dfrac{1}{P_4^5}=\dfrac{1}{120}$ ．

14.大小不同之鞋六雙，任取其中 4 隻，求

(1)4 隻均不成雙機率為_________．(2)4 隻恰有兩隻成雙機率為___________．

解答 (1)$\dfrac{16}{33}$;(2)$\dfrac{16}{33}$

解析 (1)$P=\dfrac{C_4^6\times2^4}{C_4^{12}}=\dfrac{16}{33}$ ．(2)$P=\dfrac{C_1^6\times C_2^5\times2^2}{C_4^{12}}=\dfrac{16}{33}$ ．

15.袋中有 3 紅 5 白球，某甲每次從袋中取一球，取後不放回，求白球先取完的機率為____________．

解答 

解析


3 紅球 5 白球排入，末位不為白球，則 $P=\dfrac{\frac{7!}{2!5!}}{\frac{8!}{3!5!}}=\dfrac{3}{8}$ ．

16.袋中有紅球 6 個、白球 3 個及黑球 2 個，今從袋中任取三球（設機會均等），則在已知三球不完全同色的條件下，至少有一紅球之機率為____________．

解答 $\dfrac{15}{16}$

解析 $6R$，$3W$，$2B$ 共 11 個球，

$$\frac{(C^{11}_{3}-\overset{\substack{3R\\ \downarrow}}{C^{6}_{3}}-\overset{\substack{3W\\ \downarrow}}{C^{3}_{3}})-\overset{\substack{2W,1B\\ \downarrow}}{C^{3}_{2}\cdot C^{2}_{1}}-\overset{\substack{1W,2B\\ \downarrow}}{C^{3}_{1}\cdot C^{2}_{2}}}{C^{11}_{3}-\underset{\substack{\uparrow\\ 3R}}{C^{6}_{3}}-\underset{\substack{\uparrow\\ 3W}}{C^{3}_{3}}}=\frac{144-6-3}{144}=\frac{135}{144}=\frac{15}{16}\ .$$

17.某手機公司共有甲、乙、丙三個生產線，依據統計，甲、乙、丙所製造的手機中分別有 5%，3%，3%是瑕疵品．若公司希望在全部的瑕疵品中，由甲生產線所製造的比例不得超過 $\frac{5}{12}$，則甲生產線所製造的手機數量可占全部手機產量的百分比至多為__________%．

解答　30

解析　設甲、乙、丙三生產線製造的手機占全部手機的產量分別為 $x$%，$y$%與 $z$%（$x$，$y$，$z \geq 0$），

且 $x+y+z=100$，

依題意，可列得 $\frac{x\%\times 5\%}{x\%\times 5\%+y\%\times 3\%+z\%\times 3\%}\leq\frac{5}{12}\Rightarrow\frac{5x}{5x+3(y+z)}\leq\frac{5}{12}$

$\Rightarrow\frac{5x}{5x+3(100-x)}\leq\frac{5}{12}\Rightarrow\frac{5x}{300+2x}\leq\frac{5}{12}$

兩邊同乘 $12(300+2x)$，得 $60x\leq 1500+10x\Rightarrow x\leq 30$，

故甲生產線製造的手機占全部手機產量至多 30%．

18.袋中有 5 個白球和數個黑球，今從袋中一次取出兩球，已知此兩球同為白球的機率是 $\frac{1}{12}$，試問袋中有黑球為________個．

解答　11

解析　設黑球 $n$ 個，則 $\frac{C^{5}_{2}}{C^{n+5}_{2}}=\frac{1}{12}\Rightarrow\frac{20}{(n+5)(n+4)}=\frac{1}{12}\Rightarrow(n+5)(n+4)=240\Rightarrow n=11$ ．

19.擲一粒公正的骰子三次，令 $A$ 表第一次出現「偶數點」的事件，$B$ 表三次的點數和為 11 點的事件，求 (1)$P(A\cap B)=$__________．(2)$P(B|A)=$__________．(3)$P(A|B)=$__________．

解答　(1)$\frac{7}{108}$;(2)$\frac{7}{54}$;(3)$\frac{14}{27}$

解析　點數和為 11 的情形有：

1，4，6$\to 3!=6$（種），1，5，5$\to\frac{3!}{2!}=3$（種），2，3，6$\to 3!=6$（種），

2，4，5$\to 3!=6$（種），3，3，5$\to\frac{3!}{2!}=3$（種），3，4，4$\to\frac{3!}{2!}=3$（種），

故三次出現點數和為 11 的情形有 27 種，即 $n(B)=27$，

$A\cap B=\{(2,3,6)，(2,6,3)，(2,4,5)，(2,5,4)，(4,6,1)，(4,1,6)，(4,5,2)，$
$(4,2,5)，(4,3,4)，(4,4,3)，(6,4,1)，(6,1,4)，(6,2,3)，(6,3,2)\}$，

$\therefore n(A\cap B)=14$， $P(A)=\dfrac{1}{2}\times1\times1=\dfrac{1}{2}$，

(1) $P(A\cap B)=\dfrac{14}{6^3}=\dfrac{7}{108}$ ．(2) $P(B\mid A)=\dfrac{P(A\cap B)}{P(A)}=\dfrac{\frac{7}{108}}{\frac{1}{2}}=\dfrac{7}{54}$ ．(3) $P(A\mid B)=\dfrac{P(A\cap B)}{P(B)}=\dfrac{\frac{7}{108}}{\frac{27}{216}}=\dfrac{14}{27}$ ．

20.甲、乙、丙三射手同射一靶，每人一發，設甲、乙、丙的射擊命中率各為 0.5，0.6，0.8，並設各人命中靶面的事件為獨立事件，求

(1)靶面恰中一發的機率是_________．(2)若已知靶面恰中一發，則其為丙命中的機率為_________．

解答 (1)0.26;(2) $\dfrac{8}{13}$

解析 (1)$P$(中一發) $=0.5\times0.4\times0.2+0.5\times0.6\times0.2+0.5\times0.4\times0.8=0.26$ ．

(2) $P$(丙中|中一發) $=\dfrac{0.5\times0.4\times0.8}{0.26}=\dfrac{16}{26}=\dfrac{8}{13}$ ．

21.袋中有 10 元硬幣 4 個、5 元硬幣 3 個、1 元硬幣 2 個，若每次任取一個硬幣，取出後不放回，則 10 元硬幣比 5 元硬幣先取完的機率為____________．

解答 $\dfrac{3}{7}$

解析 最後必為 5 元硬幣，∴機率為 $\dfrac{3}{7}$ ．

22.擲一粒均勻骰子三次，設三次中至少出現一次 6 點的事件為 $A$，三次中至少出現一次 1 點的事件為 $B$，求 $A$ 和 $B$ 至少有一事件發生的機率為____________．

解答 $\dfrac{19}{27}$

解析 所求 $=1-(\dfrac{4}{6})^3=\dfrac{152}{216}=\dfrac{19}{27}$ ．

23.將 $A$、$B$、$C\cdots$等八人平分成四組，每組兩人，則 $A$、$B$、$C$ 三人中任兩人均不在同一組的機率為__________．

解答 $\dfrac{4}{7}$

解析 ∴機率 $=\dfrac{1\times C_1^5\times C_1^4\times C_1^3\times C_2^2}{C_2^8\times C_2^6\times C_2^4\times C_2^2\times\frac{1}{4!}}=\dfrac{4}{7}$ ．

24.擲一粒均勻的骰子兩次．試求已知擲出的點數和為 6 的情況下，第二次擲出偶數點的機率為____________．

解答 $\dfrac{2}{5}$

解析 點數和為 6 的事件 $A=\{(1,5),(2,4),(3,3),(4,2),(5,1)\}$，

其中第二次擲出偶數的事件 $A\cap B=\{(2,4),(4,2)\}$，$\therefore P(B\mid A)=\dfrac{2}{5}$ ．

25.投擲一粒公正的骰子 $n$ 次，令 $P_n$ 表示有一面連續出現兩次或兩次以上的機率，求使 $P_n > 0.9$ 的最小自然數 $n =$ ＿＿＿＿＿＿．（$\log 2 = 0.3010$，$\log 3 = 0.4771$）

解答 13

解析 $1-1\times(\frac{5}{6})^{n-1} > 0.9 \Rightarrow (\frac{5}{6})^{n-1} < 0.1 \Rightarrow (\frac{6}{5})^{n-1} > 10$，

取 $\log \Rightarrow \log(\frac{6}{5})^{n-1} > \log 10 \Rightarrow (n-1)(\log 6 - \log 5) > 1$

$\Rightarrow n-1 > \frac{1}{\log 6 - \log 5} = \frac{1}{0.7781 - 0.6990} \fallingdotseq 12.6$，

$\therefore n > 12.6$，取 $n = 13$．

26.已知袋中有 2 個白球、4 個黑球．今從袋中每次取出一球，連取三次，求

(1)若取出的球都不放回，則①第三次取出白球的機率為＿＿＿＿＿＿．

②取出的三球中恰有兩個白球的機率為＿＿＿＿＿＿．

(2)若取出白球放回，但取出黑球不放回，則第三次取出白球的機率為＿＿＿＿＿＿．

解答 (1)① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{1}{5}$ ;(2) $\frac{292}{675}$

解析 (1)① $P = \underset{白}{\frac{2}{6}}\times\underset{黑}{\frac{4}{5}}\times\underset{白}{\frac{1}{4}}+\underset{黑}{\frac{4}{6}}\times\underset{白}{\frac{2}{5}}\times\underset{白}{\frac{1}{4}}+\underset{黑}{\frac{4}{6}}\times\underset{黑}{\frac{3}{5}}\times\underset{白}{\frac{2}{4}} = \frac{1}{3}$．

② $P = \underset{黑}{\frac{4}{6}}\times\underset{白}{\frac{2}{5}}\times\underset{白}{\frac{1}{4}}+\underset{白}{\frac{2}{6}}\times\underset{黑}{\frac{4}{5}}\times\underset{白}{\frac{1}{4}}+\underset{白}{\frac{2}{6}}\times\underset{白}{\frac{1}{5}}\times\underset{黑}{\frac{4}{4}} = \frac{1}{5}$．

(2) $P = \underset{黑}{\frac{4}{6}}\times\underset{黑}{\frac{3}{5}}\times\underset{白}{\frac{2}{4}}+\underset{黑}{\frac{4}{6}}\times\underset{白}{\frac{2}{5}}\times\underset{白}{\frac{2}{5}}+\underset{白}{\frac{2}{6}}\times\underset{黑}{\frac{4}{6}}\times\underset{白}{\frac{2}{5}}+\underset{白}{\frac{2}{6}}\times\underset{白}{\frac{2}{6}}\times\underset{白}{\frac{2}{6}} = \frac{1}{5}+\frac{8}{75}+\frac{4}{45}+\frac{1}{27} = \frac{292}{675}$．

27.將 6 件相異禮品全分給甲、乙、丙三人，則每人至少得 1 件的機率為＿＿＿＿＿＿．

解答 $\frac{20}{27}$

解析 $\frac{1\times 3^6 - 3\times 2^6 + 3\times 1^6 - 1\times 0^6}{3^6} = \frac{540}{729} = \frac{20}{27}$．

28.五對夫婦參加一個舞會，求恰有兩位先生以其配偶為舞伴的機率為＿＿＿＿＿＿．

解答 $\frac{1}{6}$

解析 $P = \frac{C^5_2\times(1\times 3! - 3\times 2! + 3\times 1! - 1\times 0!)}{5!} = \frac{1}{6}$．

29.某城市 40%為男性，60%為女性，又男性中 10%抽菸，女性中 3%抽菸，則

(1)今任選一人，此人抽菸的機率為＿＿＿＿＿＿．

(2)若被選出的人是抽菸的，此人是男性的機率為＿＿＿＿＿＿．

解答 (1)0.058;(2) $\frac{20}{29}$

解析 (1) $P$ (抽菸) $= 0.4\times 0.1 + 0.6\times 0.03 = 0.058$ .

(2) $P$ (男性|抽菸) $= \dfrac{0.4\times 0.1}{0.4\times 0.1 + 0.6\times 0.03} = \dfrac{0.04}{0.058} = \dfrac{20}{29}$ .

30.某學校教師中，已婚男老師有 18 人，已婚女老師有 30 人，未婚男老師有 12 人，未婚女老師有 $x$ 人，若該校的教師中，性別與婚姻狀況無關，則

(1)$x =$ ____________ .

(2)今加入新進男老師 10 人後，性別與婚姻狀況仍為獨立狀態，則新進男老師中，有_____人已婚 .

解答 (1)20;(2)6

解析 (1)從學校教師中，任選一名教師，令 $A$ 為選到男教師事件，$B$ 為選到已婚教師的事件，$\because A$ 與 $B$ 獨立，

$\therefore P(A\cap B) = P(A)P(B) \Rightarrow \dfrac{18}{60+x} = (\dfrac{30}{60+x})(\dfrac{48}{60+x}) \Rightarrow 60 + x = 80 \Rightarrow x = 20$ .

(2)設新進男教師中 $y$ 人已婚，則 $\dfrac{18+y}{90} = (\dfrac{40}{90})(\dfrac{48+y}{90}) \Rightarrow 18 + y = \dfrac{4}{9}(48+y) \Rightarrow 5y = 30 \Rightarrow y = 6$ .

31.有 $A$、$B$ 兩部「吃角子老虎」的機器玩具，$A$ 機器得勝的機會是 $\dfrac{1}{2}$，$B$ 機器得勝的機會是 $\dfrac{1}{4}$，今隨機選一部機器，求出得勝是來自 $A$ 機器的機率為____________ .

解答 $\dfrac{2}{3}$

解析 $P$ (來自 $A$ |得勝) $= \dfrac{\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}}{\frac{1}{2}\times\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\times\frac{1}{4}} = \dfrac{2}{3}$ .

32.甲、乙、丙、丁、⋯等七人排成一列，求

(1)甲、乙、丙都不相鄰的機率為____________ . (2)甲、乙、丙都不與丁相鄰的機率為____________ .

解答 (1) $\dfrac{2}{7}$;(2) $\dfrac{2}{7}$

解析 (1)$^{\triangle}$丁$^{\triangle}$戊$^{\triangle}$己$^{\triangle}$庚$^{\triangle}$ $\Rightarrow 4!\times P^5_3 = 24\times 60 = 1440$ , $\therefore$所求 $= \dfrac{1440}{7!} = \dfrac{2}{7}$ .

(2)①丁不在首尾：

□丁□，甲，乙，丙，□

$C^3_2 \times 2! \times 5! = 720$ ,

②丁在首尾： $2\times C^3_1 \times 5! = 120\times 6$ ,

$\therefore$所求 $= \dfrac{720 + 120\times 6}{7!} = \dfrac{2}{7}$ .

33.十張分別標以 1，2，⋯，10 的卡片，任意分成兩疊，每疊各五張，則 1，2，3，4 四張中，每疊各有兩張的機率為____________ .

解答 $\frac{10}{21}$

解析 所求$=\dfrac{\dfrac{C_2^4\times C_2^2}{2!}\times C_3^6\times C_3^3}{\dfrac{C_5^{10}\times C_5^5}{2!}}=\dfrac{\dfrac{4\times 3}{2\times 1}\times\dfrac{6\times 5\times 4}{3\times 2\times 1}}{\dfrac{10\times 9\times 8\times 7\times 6}{120}}=\dfrac{10}{21}$ .

34.袋中有紅球 5 個、白球 7 個，今從袋中任意取出兩球，求下列各事件的機率：

(1)兩球皆為白球：＿＿＿＿＿＿ . (2)兩球同色：＿＿＿＿＿＿ .

解答 (1)$\frac{7}{22}$;(2)$\frac{31}{66}$

解析 (1) $P$ (二白)$=\dfrac{C_2^7}{C_2^{12}}=\dfrac{7}{22}$ . (2) $P$ (同色)$=P$ (二紅)$+P$ (二白)$=\dfrac{C_2^5}{C_2^{12}}+\dfrac{C_2^7}{C_2^{12}}=\dfrac{31}{66}$ .

35.設同時投擲三粒公正的骰子，樣本點$(a,b,c)$，則

(1)$a\le b<c$ 的機率為＿＿＿＿＿＿ . (2)$a+b+c=10$ 的機率為＿＿＿＿＿＿ .

解答 (1)$\frac{35}{216}$;(2)$\frac{1}{8}$

解析 (1)$P(a\le b<c)=P(a<b<c)+P(a=b<c)=\dfrac{C_3^6+C_2^6}{6^3}=\dfrac{20+15}{216}=\dfrac{35}{216}$ .

(2)$a+b+c=10$，$1\le a,b,c\le 6$，　$\therefore$所求$=\dfrac{H_7^3-3\times H_1^3}{6^3}=\dfrac{C_7^9-9}{216}=\dfrac{1}{8}$ .