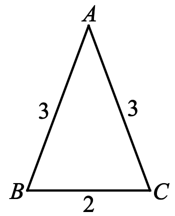
數學對話式 總複習1～4冊 **8回** 三　角

班級：＿＿＿＿　座號：＿＿＿＿
姓名：＿＿＿＿　得分：＿＿＿＿

1.	$2\sqrt{2}$	2.	2	3.	(B)(C)	4.	$-\frac{1}{\sqrt{10}}$	5.	$\frac{8}{9}$；$-\frac{47}{81}$
6.	$\frac{5}{18}$；9	7.	7；$\frac{13}{14}$	8.	(D)	9.	(C)	10	(D)
11	(A)(E)	14	(A)(B)(E)	13	$\frac{56}{65}$	14	$\frac{45}{53}$	15	$\frac{9}{2}$
16	3	17	13						

一、概念題（共 10 格，每格 5 分）

1.等腰 ΔABC，如右圖，求 $\tan B=$＿＿＿＿。



2. $\sin 150^\circ+\cos 300^\circ+\tan 225^\circ=$＿＿＿＿。

解 原式 $=\frac{1}{2}+\frac{1}{2}+1=2$

3.下列何者等於 $\sin 70^\circ$？＿＿＿＿

(A) $\cos 70^\circ$　(B) $\cos 20^\circ$　(C) $\sin 110^\circ$　(D) $\sin 250^\circ$　(E) $\sin(-70^\circ)$。

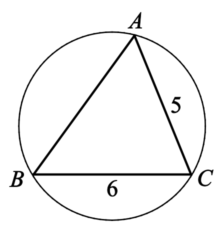
4. θ 為廣義角，終邊通過點 $(k,-1)$ 且 $\cos\theta=-\frac{3}{\sqrt{10}}$，求 $\sin\theta=$＿＿＿＿。

解 θ 在第三象限，故 $\sin\theta=-\sqrt{1-\cos^2\theta}=-\sqrt{1-\frac{9}{10}}=-\frac{1}{\sqrt{10}}$

5.若 $\sin\theta-\cos\theta=\frac{1}{3}$，求 $\sin 2\theta=$＿＿＿＿，$\cos 4\theta=$＿＿＿＿。

解 $\sin^2\theta-2\sin\theta\cos\theta+\cos^2\theta=1-\sin 2\theta=\frac{1}{9}\ \Rightarrow\ \sin 2\theta=\frac{8}{9}$，$\cos 4\theta=1-2\sin^2 2\theta=1-\frac{128}{81}=-\frac{47}{81}$

6.圓內接 ΔABC 如右圖，$\sin A=\frac{1}{3}$，$\overline{BC}=6$，$\overline{CA}=5$，求 $\sin B=$＿＿＿＿，圓半徑為＿＿＿＿。



解 $\frac{\overline{BC}}{\sin A}=\frac{\overline{AC}}{\sin B}=2R\ \Rightarrow\ \sin B=\frac{\overline{AC}\sin A}{\overline{BC}}=\frac{5}{18}$，$R=\frac{\overline{BC}}{2\sin A}=9$

7. $\overline{AB}=5$，$\overline{AC}=3$，$\angle A=120^\circ$，求 $\overline{BC}=$＿＿＿＿，$\cos B=$＿＿＿＿。

解 $\overline{BC}^2=\overline{AB}^2+\overline{AC}^2-2\overline{AB}\times\overline{AC}\cos 120^\circ=25+9-2\times5\times3\times(-\frac{1}{2})=49$　$\therefore \overline{BC}=7$

$\overline{AC}^2=\overline{BA}^2+\overline{BC}^2-2\overline{BA}\times\overline{BC}\cos B\ \Rightarrow\ 9=25+49-2\times5\times7\cos B\ \Rightarrow\ \cos B=\frac{13}{14}$

二、單一選擇題（共 3 題，每題 5 分）

＿＿＿＿8. $a=\sin 346^\circ$，$b=\cos 288^\circ$，$c=\tan 1000^\circ$，則其大小次序為：

(A) $a>b>c$　(B) $c>b>a$　(C) $a>c>b$　(D) $b>a>c$。

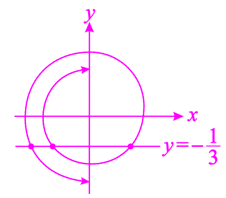
解 $a=\sin(270^\circ+76^\circ)=-\cos 76^\circ$，在 $-1\sim 0$ 之間，$b=\cos(270^\circ+18^\circ)=\sin 18^\circ>0$

$c=\tan(1000^\circ-1080^\circ)=\tan(-80^\circ)=-\tan 80^\circ<-1$

$\therefore b>a>c$，選(D)

＿＿＿＿9.設 $-270^\circ<\theta<270^\circ$，滿足 $\sin\theta=-\frac{1}{3}$ 的 θ 值有幾個？

(A)1 個　(B)2 個　(C)3 個　(D)4 個　(E)5 個。



解 從 -270° 到 270°，共有三個角使 $\sin$ 值為 $-\frac{1}{3}$，選(C)

＿＿＿＿10.平面上點 A、B、C、D、E，已知 $\angle ACB=140^\circ$，$\angle ADB=20^\circ$，$\angle AEB=50^\circ$，設 ΔABC 的外接圓半徑為 R_C，ΔABD 的外接圓半徑為 R_D，ΔABE 的外接圓半徑為 R_E，則 R_C、R_D、R_E 的大小關係為：

(A) $R_C<R_D<R_E$　(B) $R_C>R_D>R_E$　(C) $R_C>R_E>R_D$　(D) $R_D>R_C>R_E$

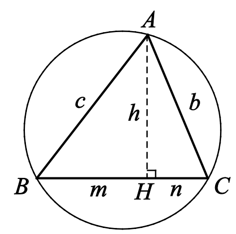
(E) $R_D>R_E>R_C$。

解 $\because \frac{\overline{AB}}{\sin 140^\circ}=\frac{\overline{AB}}{\sin 40^\circ}=2R_C$，$\frac{\overline{AB}}{\sin 20^\circ}=2R_D$，$\frac{\overline{AB}}{\sin 50^\circ}=2R_E$，而 $\sin 20^\circ<\sin 40^\circ<\sin 50^\circ$

$\therefore R_D>R_C>R_E$，選(D)

三、多重選擇題（共 2 題，每題 5 分）

＿＿＿＿11. ΔABC，$\overline{AB}=c$，$\overline{BC}=a$，$\overline{CA}=b$，過 A 的高為 $\overline{AH}=h$，$\overline{HB}=m$，$\overline{HC}=n$，ΔABC 的外接圓半徑為 R，ΔABC 的面積為 k，如右圖，請問下列哪些正確？



(A) $\sin A=\sin(B+C)$　(B) $\sin A=\frac{a}{R}$　(C) $\sin A=\frac{k}{bc}$

(D) $\sin A=\frac{mh}{c^2}+\frac{nh}{b^2}$　(E) $\sin A=\frac{mh+nh}{bc}$。

解 (A)因 A 與 $(B+C)$ 互補，合　(B)由 $\frac{a}{\sin A}=2R$，應為 $\sin A=\frac{a}{2R}$，不合

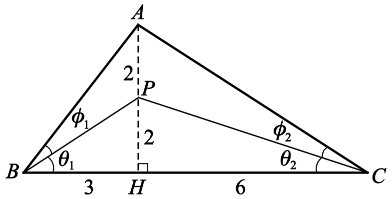
(C)由 Δ 面積 $=\frac{1}{2}bc\sin A=k$，應為 $\sin A=\frac{2k}{bc}$，不合

(D)(E) $\sin A=\sin(B+C)=\sin B\cos C+\cos B\sin C=\frac{h}{c}\cdot\frac{n}{b}+\frac{m}{c}\cdot\frac{h}{b}=\frac{mh+nh}{bc}$，(D)不合，(E)合

$\therefore$選(A)(E)

101M408T

______12. ΔABC 如右圖，$\overline{AH}$ 爲高，$P\in\overline{AH}$，若 $\overline{AP}=\overline{PH}=2$，$\overline{BH}=3$，$\overline{CH}=6$，令 $\angle PBH=\theta_1$，$\angle PCH=\theta_2$，$\angle ABP=\phi_1$，$\angle ACP=\phi_2$，試問下列哪些正確？



(A) $\theta_1>\phi_1$ (B) $\theta_1=\theta_2+\phi_2$ (C) $\theta_1>2\theta_2$ (D) $\theta_1+\phi_2>60^\circ$ (E) $\theta_2+\phi_2>30^\circ$。

解 (A)由內分比知 $\overline{AP}$ 需加長才能使 θ_1 與 ϕ_1 相等 $\therefore\theta_1>\phi_1$，合

(B) $\tan\theta_1=\frac{2}{3}$，$\tan(\theta_2+\phi_2)=\frac{4}{6}=\frac{2}{3}$ $\therefore\ \theta_1=\theta_2+\phi_2$，合

(C) $\because\theta_2>\phi_2$ $\therefore\theta_1=\theta_2+\phi_2<\theta_2+\theta_2$，應爲 $\theta_1<2\theta_2$，不合

(D) $\tan(\theta_1+\phi_1)=\frac{4}{3}<\sqrt{3}=\tan 60^\circ$ $\therefore\theta+\phi<60^\circ$，不合

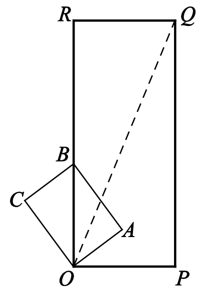
(E) $\tan(\theta_2+\phi_2)=\frac{2}{3}>\frac{1}{\sqrt{3}}=\tan 30^\circ$ $\therefore\theta_2+\phi_2>30^\circ$，合

∴選(A)(B)(E)

四、填充題（共 5 格，每格 5 分）

13.長方形 $OABC$ 與 $OPQR$ 有共同的頂點 O，且 B 在 $\overline{OR}$ 上，如右圖。

若 $\overline{OA}=3$，$\overline{OC}=4$，$\overline{OP}=5$，$\overline{OR}=12$，求 $\sin\angle COQ=$______。

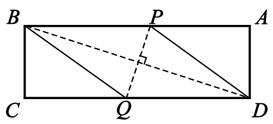


解 令 $\angle COB=\theta_1$，則 $\sin\theta_1=\frac{\overline{BC}}{\overline{OB}}=\frac{3}{5}$，$\cos\theta_1=\frac{\overline{OC}}{\overline{OB}}=\frac{4}{5}$

令 $\angle ROQ=\theta_2$，則 $\sin\theta_2=\frac{\overline{RQ}}{\overline{OQ}}=\frac{5}{13}$，$\cos\theta_2=\frac{\overline{OR}}{\overline{OQ}}=\frac{12}{13}$

$\therefore\sin\angle COQ=\sin(\theta_1+\theta_2)=\sin\theta_1\cos\theta_2+\cos\theta_1\sin\theta_2=\frac{3}{5}\times\frac{12}{13}+\frac{4}{5}\times\frac{5}{13}=\frac{56}{65}$

14.矩形的長爲 14，寬爲 4，截去兩個直角三角形後成爲菱形，如右圖，試求 $\cos\angle APD=$______。

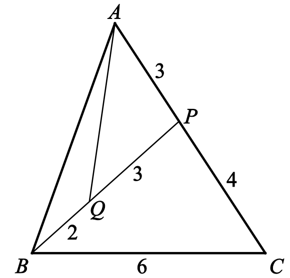


解 設 $\overline{BP}=\overline{PD}=x$，則 $\overline{AP}=\sqrt{x^2-16}$

$\therefore\overline{AB}=x+\sqrt{x^2-16}=14$，即 $\sqrt{x^2-16}=14-x$，平方得 $x^2-16=x^2-28x+196$，得 $x=\frac{212}{28}=\frac{53}{7}$

則 $\overline{PA}=\overline{AB}-\overline{BP}=14-\frac{53}{7}=\frac{45}{7}$，則 $\cos\angle APD=\frac{\overline{PA}}{\overline{PD}}=\frac{\frac{45}{7}}{\frac{53}{7}}=\frac{45}{53}$

15. ΔABC，已知 $\overline{BC}=6$，$\overline{CA}=7$，若 $P\in\overline{AC}$ 且 $Q\in\overline{BP}$，$\overline{AP}=3$，$\overline{PQ}=3$，$\overline{BQ}=2$，如右圖，請求出 $\overline{AQ}=$______。

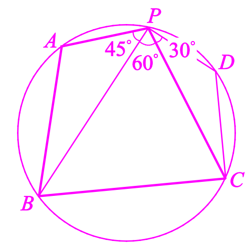


解 $\cos\angle BPC=\frac{5^2+4^2-6^2}{2\times5\times4}=\frac{5}{40}=\frac{1}{8}$

$\therefore\cos\angle APQ=-\frac{1}{8}=\frac{3^2+3^2-\overline{AQ}^2}{2\cdot3\cdot3}$

$\therefore\overline{AQ}^2=\frac{81}{4}$，得 $\overline{AQ}=\frac{9}{2}$

16.圓周上有五個點 P、A、B、C、D，$\angle APB=45^\circ$，$\angle BPC=60^\circ$，$\angle CPD=30^\circ$，試求出 $\frac{\sqrt{2}\cdot\overline{AB}+\overline{CD}}{\sqrt{3}\cdot\overline{BC}-2\overline{CD}}=$______。

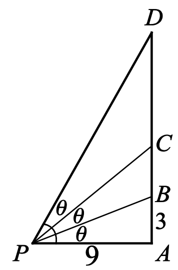


解 如右圖，由正弦定理 $\frac{\overline{AB}}{\sin 45^\circ}=\frac{\overline{BC}}{\sin 60^\circ}=\frac{\overline{CD}}{\sin 30^\circ}=2R$

$\therefore\overline{AB}:\overline{BC}:\overline{CD}=\sin 45^\circ:\sin 60^\circ:\sin 30^\circ=\sqrt{2}:\sqrt{3}:1$

所求 $=\frac{\sqrt{2}\times\sqrt{2}+1}{\sqrt{3}\times\sqrt{3}-2\times1}=\frac{3}{1}=3$

17.在一個無風的夜晚，一盞祈福天燈從地面的 A 點冉冉昇起，1 秒鐘後昇至 B 點，再花 1 秒鐘昇至 C 點，再花一秒鐘昇至 D 點，小好在離 A 點 9 公尺遠的 P 點處觀察，發現 $\angle APB=\angle BPC=\angle CPD$ 且 $\overline{AB}=3$ 公尺，求昇起 3 秒後的高度 $\overline{AD}=$______公尺。



解 令 $\angle APB=\theta$，則 $\angle APC=2\theta$，$\angle APD=3\theta$

則 $\tan\theta=\frac{1}{3}$，$\tan 2\theta=\frac{2\tan\theta}{1-\tan^2\theta}=\frac{2\times\frac{1}{3}}{1-\frac{1}{9}}=\frac{3}{4}$，$\tan 3\theta=\tan(\theta+2\theta)=\frac{\tan\theta+\tan 2\theta}{1-\tan\theta\cdot\tan 2\theta}=\frac{\frac{1}{3}+\frac{3}{4}}{1-\frac{1}{3}\times\frac{3}{4}}=\frac{13}{9}$

$\therefore\overline{AD}=\overline{PA}\cdot\tan 3\theta=9\times\frac{13}{9}=13$（公尺）