

數學對話式		6 機率		班級：_____ 座號：_____	
總複習1~4冊				姓名：_____ 得分：_____	
1. $\frac{3}{8}$	2. (1) $\frac{1}{4}$ (2) $\frac{1}{6}$	3. (1) $\frac{2}{7}$ (2) $\frac{1}{3}$	4. (1) $\frac{45}{91}$ (2) $\frac{15}{91}$	5. (1) $\frac{1}{11}$ (2) $\frac{1}{6}$	
6. (E)	7. (A)	8. (D)	9. (C)(D)(E)	10. (A)(B)(D)	
11. $\frac{5}{12} \leq P \leq \frac{2}{3}$	12. (1) $\frac{24}{64}$ (2) $\frac{15}{64}$	13. $\frac{5}{6}; \frac{5}{18}$	14. $\frac{6}{23}$		

一、概念題 (共 9 格, 每格 5 分)

1. 同時擲出 4 個公正骰子, 恰出現兩個奇數點與兩個偶數點的機率為_____。

【詳】 奇奇偶偶排列有 $3^4 \times \frac{4!}{2!2!} = 3^4 \times 6$ 種, 機率為 $\frac{3^4 \times 6}{6^4} = \frac{3}{8}$

2. 已知事件 A 、 B , $P(A) = \frac{1}{3}$, $P(A \cup B) = \frac{1}{2}$ 。

(1) 若 A 與 B 是獨立事件, 則 $P(B) =$ _____

(2) 若 A 與 B 是互斥事件, 則 $P(B) =$ _____。

【詳】 (1) A 、 B 獨立, 則 $P(A \cap B) = P(A)P(B)$, $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{1}{3} + P(B) - \frac{1}{3}P(B) \Rightarrow \frac{2}{3}P(B) = \frac{1}{6}, P(B) = \frac{1}{4}$$

(2) A 、 B 互斥, 則 $P(A \cup B) = P(A) + P(B) \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{1}{3} + P(B)$, 得 $P(B) = \frac{1}{6}$

3. 若 $P(A|B) = 0.5$, $P(A \cap B) = 0.2$, $P(A') = 0.3$, 則:

(1) $P(B|A) =$ _____ (2) $P(B'|A') =$ _____。

【詳】 $P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} \Rightarrow 0.5 = \frac{0.2}{P(B)} \Rightarrow P(B) = 0.4$, $P(A) = 1 - 0.3 = 0.7$

$$(1) P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{0.2}{0.7} = \frac{2}{7}$$

$$(2) P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 0.7 + 0.4 - 0.2 = 0.9$$

$$P(A' \cap B') = 1 - P(A \cup B) = 0.1, P(B'|A') = \frac{P(A' \cap B')}{P(A')} = \frac{0.1}{0.3} = \frac{1}{3}$$

4. 袋中有 10 個紅球, 4 個白球, 從袋中取球。

(1) 一次取 3 個, 取到 2 紅、1 白之機率為_____

(2) 每次取 1 個, 取出不放回, 取 3 次依次為紅、白、紅的機率為_____。

【詳】 (1) 任取有 $C_3^{14} = 364$ 種, 取紅紅白有 $C_2^{10} \times C_1^4 = 180$ 種, 機率 $= \frac{180}{364} = \frac{45}{91}$

$$(2) \text{機率為 } \frac{10}{14} \times \frac{4}{13} \times \frac{9}{12} = \frac{15}{91}$$

5. 有 6 對夫妻, 共 12 人。

(1) 選出 2 人, 則選出的兩人是一對夫妻的機率為_____。

(2) 選出 1 男 1 女, 選出的兩人是一對夫妻的機率為_____。

【詳】 (1) 任選有 $C_2^{12} = 66$ 種, 選出一對夫妻有 6 種, 機率為 $= \frac{6}{66} = \frac{1}{11}$

(2) 任選有 $C_1^6 \times C_1^6 = 36$ 種, 選出一對夫妻有 6 種, 機率為 $= \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$

二、單一選擇題 (共 3 題, 每題 5 分)

_____ 6. 丟一銅板 5 次, 則下列何種情形發生的機率最小?

(A) 四正一反 (B) 三正兩反 (C) 兩正三反 (D) 一正四反 (E) 五反。

【詳】 (A) $P = \frac{C_4^5}{32} = \frac{5}{32}$ (B) $P = \frac{C_3^5}{32} = \frac{10}{32}$ (C) $P = \frac{C_2^5}{32} = \frac{10}{32}$ (D) $P = \frac{C_1^5}{32} = \frac{5}{32}$

(E) $P = \frac{C_0^5}{32} = \frac{1}{32}$

_____ 7. 將 7 種不同的酒注入 5 個不同的酒杯, 但每個酒杯只倒入一種酒, 則此 5 個酒杯中的酒都不相同的機率為:

(A) $\frac{C_5^7 \times 5!}{7^5}$ (B) $\frac{C_5^7 \times 5!}{5^7}$ (C) $\frac{C_5^7}{7^5}$ (D) $\frac{5!}{7^5}$ (E) $\frac{C_5^7}{5^7}$ 。

【詳】 樣本空間共有 $7 \times 7 \times 7 \times 7 \times 7 = 7^5$ 種 (杯子選酒), 5 個杯子酒都不同有 $P_5^7 = C_5^7 \times 5!$ 種 \therefore

$$P = \frac{C_5^7 \times 5!}{7^5}, \text{選(A)}$$

_____ 8. 投擲一粒公正骰子兩次, 第一次出現 a 點, 第二次出現 b 點, 則 $x^2 + ax + b = 0$ 有實根 α 、 β 且 $\alpha^2 + \beta^2 < 9$ 的機率為:

(A) $\frac{17}{36}$ (B) $\frac{1}{18}$ (C) $\frac{1}{12}$ (D) $\frac{1}{9}$ (E) $\frac{5}{36}$ 。

【詳】 有實根 \Rightarrow 判別式 $D \geq 0$, 即 $a^2 \geq 4b$

$$\alpha + \beta = -a, \alpha\beta = b \Rightarrow \alpha^2 + \beta^2 = (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta = a^2 - 2b < 9$$

$$\begin{cases} a^2 \geq 4b \\ a^2 < 2b + 9 \end{cases} \Rightarrow 4b \leq a^2 < 2b + 9, \text{當} \begin{cases} b=1 \Rightarrow a=2,3 \\ b=2 \Rightarrow a=3 \\ b=3 \Rightarrow a \text{ 不存在} \\ b=4 \Rightarrow a=4 \\ b=5 \Rightarrow a \text{ 不存在} \\ b=6 \Rightarrow a \text{ 不存在} \end{cases} \Rightarrow \text{所求機率為 } \frac{2+1+1}{36} = \frac{1}{9}$$

\therefore 選(D)

三、多重選擇題 (共 2 題, 每題 5 分)

9. 有一射手平均 5 發可命中 3 發, 欲使其在 n 發中至少命中 1 發的機率大於 0.999, 則 n 值可為: (每發均為獨立事件, 其中 $\log 2 = 0.3010$)

- (A) 6 (B) 7 (C) 8 (D) 9 (E) 10。

解 n 發不中的機率為 $(1 - \frac{3}{5})^n = (\frac{2}{5})^n$

$$1 - (\frac{2}{5})^n > 0.999 \Rightarrow (\frac{2}{5})^n < 0.001 \Rightarrow n(\log 2 - \log 5) < \log 10^{-3}$$

$$\Rightarrow n(0.3010 - 0.6990) < -3 \Rightarrow -0.398n < -3 \Rightarrow n > \frac{3}{0.398} = 7.5\dots$$

$$\Rightarrow n \geq 8 \therefore \text{選(C)(D)(E)}$$

10. 設一袋中有 10 球, 其中只有 3 球是白球。每次從袋中取一球, 每球被取到的機會均等, 取後不放回, 連取四次。設第一次取到白球的事件為 A , 第三次取到白球的事件為 B , $P(A)$ 表示事件 A 發生的機率, 則下列選項哪些正確?

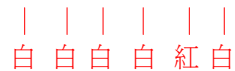
- (A) $P(A) = \frac{3}{10}$ (B) $P(A) = P(B)$ (C) $P(A \cap B) = \frac{1}{2}$
 (D) $P(B|A) = \frac{1}{8}$ (E) 事件 A 與事件 B 為獨立事件。

解 (A) $P(A) = \frac{3}{10}$, 合

$$(B) P(B) = \frac{3}{10} \times \frac{2}{9} \times \frac{1}{8} + \frac{3}{10} \times \frac{7}{9} \times \frac{2}{8} + \frac{7}{10} \times \frac{3}{9} \times \frac{2}{8} + \frac{7}{10} \times \frac{6}{9} \times \frac{3}{8} = \frac{3}{10}, \text{合}$$



$$(C) P(A \cap B) = \frac{3}{10} \times \frac{2}{9} \times \frac{1}{8} + \frac{3}{10} \times \frac{7}{9} \times \frac{1}{8} = \frac{3}{80}, \text{不合}$$



$$(D) P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{\frac{3}{80}}{\frac{3}{10}} = \frac{1}{8}, \text{合}$$

$$(E) P(A) \times P(B) = \frac{3}{10} \times \frac{3}{10} \neq P(A \cap B), \text{不合}$$

\therefore 選(A)(B)(D)

四、填充題 (共 6 格, 每格 5 分)

11. 若樣本空間中, 事件 A 的發生機率為 $\frac{2}{3}$, 事件 B 的發生機率為 $\frac{3}{4}$, 令 P 表事件 A 與事件 B 同時發生的機率, 則 P 值的範圍為_____。

解 若 $A \subset B$, 則 $P(A \cap B) = \frac{2}{3}$, 為最大可能 $\therefore \frac{2}{3} + \frac{3}{4} = \frac{17}{12}$, 則 $\frac{17}{12} - 1 = \frac{5}{12}$ 為 $P(A \cap B)$ 的最小可能,

$$P \text{ 的範圍為 } \frac{5}{12} \leq P \leq \frac{2}{3}$$

12. 坐標平面上有一隻跳蚤, 從原點開始每次可向上、下、左、右跳躍一單位的長度, 則:

(1) 跳四次後到達點 $(1, 1)$ 的方法有_____種

(2) 跳四次後距離原點超過 2 單位的機率為_____。

解 (1) 若為 $\rightarrow \uparrow \rightarrow \leftarrow$ 的排列, 有 $\frac{4!}{2!} = 12$ 種, 若為 $\rightarrow \uparrow \uparrow \downarrow$ 的排列, 有 $\frac{4!}{2!} = 12$ 種

$$\therefore \text{共 } 12 + 12 = 24 \text{ 種}$$

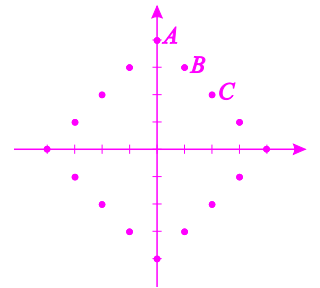
(2) 跳 4 次共有 $4 \times 4 \times 4 \times 4 = 256$ 種跳法, 距原點超過 2 的有 A 、 B 、 C 三種

跳到 A : $\uparrow \uparrow \uparrow \uparrow$, 有 1 種跳法

跳到 B : $\rightarrow \uparrow \uparrow \uparrow$, 有 $\frac{4!}{3!} = 4$ 種跳法

跳到 C : $\rightarrow \rightarrow \uparrow \uparrow$, 有 $\frac{4!}{2! \times 2!} = 6$ 種跳法

$$\therefore P = \frac{1 \times 4 + 4 \times 8 + 6 \times 4}{256} = \frac{60}{256} = \frac{15}{64}$$



13. 公正骰子有六個面, 刻有 1 到 6 的點數, 擲第一次得 a , 擲第二次得 b , 則 $\log_a b$ 有意義的機率為_____, $\log_a b$ 大於 1 的機率為_____。

解 $\log_a b$ 有意義必須 $a = 2, 3, 4, 5, 6, b = 1, 2, 3, 4, 5, 6 \therefore P = \frac{5 \times 6}{6 \times 6} = \frac{5}{6}$

(2) 列表,

$\frac{a}{b}$	$\frac{2}{3, 4, 5, 6}$	$\frac{3}{4, 5, 6}$	$\frac{4}{5, 6}$	$\frac{5}{6}$
---------------	------------------------	---------------------	------------------	---------------

 $\therefore P = \frac{10}{6 \times 6} = \frac{5}{18}$

14. 某汽車零件公司有 A 、 B 、 C 三廠, 產量比率為 20%、30%、50%, 各廠產品不合格的比率依次為 1%、2%、3%, 某次在總倉庫中任意抽查一件產品, 若此產品經檢驗為不合格, 求它來自 A 廠的機率為_____。

$$\text{解 } P(B|\text{不合格}) = \frac{0.3 \times 0.02}{0.2 \times 0.01 + 0.3 \times 0.02 + 0.5 \times 0.03} = \frac{6}{2+6+15} = \frac{6}{23}$$

